

The maths of cause-effect relationship

Luca Granieri¹

Abstract

Modern science was historically built by avoiding a direct treatment of cause-effect relationship questions. Recent developments in mathematical, probabilistic and statistical sciences make possible to pursue a more direct approach in cause-effect relationships leading to effective and systematic investigations in a wide range of scientific research fields.

Keywords: mathematics; cause-effect; probability; determinism; correlation; philosophy of science; history of science.²

Sunto

La scienza moderna si è sviluppata storicamente affrancandosi dalle questioni causa-effetto e affrontandole in modo piuttosto indiretto. Recenti progressi nelle scienze matematiche-probabilistiche-statistiche consentono oggi un approccio più diretto rendendo l'indagine dei rapporti causa/effetto più sistematica ed efficace in tutte le scienze.

Parole chiave: matematica; scienza; causa-effetto; probabilità; correlazione; filosofia della scienza; storia della scienza; determinismo.

¹ Liceo Scientifico E. Fermi, Bari, Italy; granieriluca@libero.it.

² Received on April 6th, 2021. Accepted on June 24th, 2021. Published on June 30th, 2021. doi: 10.23756/sp.v9i1.586. ISSN: 2282-7757; eISSN: 2282-7765. ©Luca Granieri. This paper is published under the CC-BY licence agreement.

1. Introduzione

Un tema classico della scienza e della filosofia è senz'altro quello del rapporto tra cause ed effetti. Anzi, si tratta in realtà di qualcosa di profondamente radicato nel senso comune, tanto da considerarlo talvolta quasi ovvio o scontato. La filosofia di Aristotele è da certi punti di vista un tentativo sistematico di ricondurre ogni accadimento alla sua causa, teorizzando la tendenza innata dell'uomo a ricercare catene causali tra gli eventi. Tuttavia, l'indubitabile utilità dei ragionamenti causa-effetto non ne garantisce l'affidabilità, che si rivela piuttosto incerta, problematica e complessa all'analisi filosofica e soprattutto scientifica delle questioni connesse. Oltre alla difficoltà di stabilire catene causali effettive, si corre infatti facilmente il rischio di attribuire effetti a cause fittizie o non meglio identificate, o peggio portare a fraintendimenti ed errori di valutazione, anche tra esperti delle problematiche in oggetto. Quanto tempo ci è voluto, ad esempio, affinché i medici si convincessero dell'importanza di lavarsi le mani prima di interagire con i pazienti? O per riconoscere l'acqua contaminata (ad esempio rispetto al bacillo del colera) o le punture di zanzare (malaria) come "causa" di malattia piuttosto che generici "miasmi"? (si veda ad esempio [6,7]).

Inoltre, siamo proprio sicuri che tutto abbia una (o più) cause? Come riconoscere il legame e la rilevanza di una presunta causa rispetto al suo reale o presunto effetto?

Rispondere a quesiti del genere non è affatto semplice e per molti versi occorre talvolta "accontentarsi" di risposte parziali con un certo grado di confidenza. La comunicazione della scienza è poi su questi temi particolarmente ostica come testimonia in tempi recenti di pandemia da COVID-19 la difficoltà a proporre informative univoche sull'efficacia di vaccini, farmaci, dispositivi di protezione ecc. Nonostante queste difficoltà, la ricerca matematico-scientifica ha prodotto diversi strumenti capaci di affrontare in modo efficace tali problematiche fornendo agli scienziati, ai decisori politici e al cittadino medio in generale, dei validi strumenti per orientarsi in decisioni così rilevanti.

In questo articolo ci proponiamo di fornire una panoramica, seppur succinta, di alcuni filoni di ricerca scientifica correlati al tema causa-effetto focalizzando

alcuni elementi di riflessione filosofica e di comunicazione della scienza rilevanti al riguardo.

2. Ad ogni effetto la sua causa

Uno degli scopi fondamentali dell'impresa scientifica è quello di "salvare i fenomeni" e dare quindi una "spiegazione" di quanto si osserva. Di norma, questo avviene mediante la ricostruzione di una catena causale, in qualche modo riprendendo la fase dei *perché?* con cui un po' tutti abbiamo incalzato gli adulti quando fanciulli cercavamo di orientarci alla scoperta del mondo attorno a noi.

Talvolta si dice che la scienza non sia altro che un utilizzo sistematico del *buon senso* portandolo alle sue estreme conseguenze. Tuttavia, un elemento caratterizzante la scienza moderna così come emerge dalla cosiddetta rivoluzione scientifica del Seicento è proprio un certo "smarcamento" dal senso comune, specialmente nell'abbracciare aspetti controintuitivi supportati dal ragionamento logico-matematico. Nel contesto che qui ci interessa, il metodo scientifico si profila anche nel prendere le distanze dalle problematiche causa-effetto e da certi punti di vista facendone anche a meno. Nella fisica aristotelica ad esempio il moto ha sempre bisogno di una causa, un motore che trasmetta il moto al corpo facendolo muovere. Senza un motore i corpi non farebbero altro che permanere nel loro stato naturale di quiete. La necessità di determinare la causa del moto conduce come è noto ad una catena ascendente, di motore in motore, culminante in un motore immobile, che muove senza essere mosso; assieme alla difficoltà di giustificare un tale paradigma anche nei casi più immediati come per il moto di un proiettile, in cui il mezzo (aria, acqua ecc.) è da un lato il motore attivo del moto, che non sarebbe possibile nel vuoto, ma dall'altro l'ostacolo alla prosecuzione del moto stesso. La dinamica classica scardina alla base questo meccanismo accettando il fatto che alcuni moti avvengono e basta, senza una causa vera e propria. Il principio di inerzia di Newton sancisce esattamente l'equivalenza tra la quiete e i moti inerziali (rettilinei uniformi). Lo stesso Galileo, assumendo erroneamente un'inerzia circolare, riconduceva in questa linea di pensiero i moti circolari dei pianeti nel sistema copernicano a moti inerziali che di conseguenza non avevano più bisogno delle sfere cristalline aristoteliche per sostenersi.

A richiedere una causa erano invece le variazioni del moto (accelerazioni). Tuttavia, esprimersi in termini di causa-effetto può essere improprio. L'equazione di Newton $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ si può senz'altro leggere dicendo che la forza \mathbf{F} causa l'accelerazione \mathbf{a} del corpo di massa m . Ma l'equazione può essere letta

anche da destra verso sinistra e dire che una certa accelerazione implica l'esistenza di una forza, come ad esempio nel caso delle cosiddette forze apparenti o fittizie che si introducono nei sistemi non-inerziali. Il discorso diventa più sottile se si considera la faccenda dal punto di vista del determinismo e/o della predicibilità. Tipicamente, si riconosce come causa un fenomeno che precede temporalmente il suo effetto *determinandolo univocamente*. Il passato causa il presente che a sua volta è causa del futuro.

Ovvero, si riconosce che da una stessa causa che agisca nelle stesse date condizioni segua sempre uno ed un solo identico effetto. Questo schema emerge naturalmente nel concetto matematico di *funzione*, rivelatosi fondamentale in tutti gli ambiti della matematica moderna. Questo tema ha un'introduzione classica in [5]. Così, se si spara un proiettile, a parità di condizioni (inclinazione della pistola, condizioni meteo, ecc.) questo seguirà sempre la stessa traiettoria (colpendo un dato bersaglio ad esempio). Quanto appena descritto è grosso modo il contenuto della cosiddetta *causalità deterministica*, tipica della fisica classica. Il problema del determinismo è molto importante e per certi versi controverso, ad esempio rispetto alla sua (del determinismo) validità. Nel cosiddetto *meccanicismo*, ad esempio, si assume in genere un determinismo in senso forte, anzi fortissimo:

Postulato deterministico (forte): *lo stato dell'universo ad un certo tempo è completamente determinato dalle sue condizioni (iniziali) in un qualsiasi altro tempo precedente*. Come ad esempio il moto di un proiettile è completamente determinato dalla posizione, dalla velocità al momento dello sparo e anche dalle caratteristiche dell'atmosfera nella zona in cui avviene lo sparo. Pertanto, nell'ottica meccanicistica, il funzionamento dell'universo segue un rigido e determinato meccanismo senza nessuna possibilità di svincolarsi dalle inesorabili leggi che lo governano.

Ma, se tutto è necessaria conseguenza degli stati precedenti, anche il nostro comportamento e tutto quello che facciamo o pensiamo non sarebbe altro che conseguenza inevitabile di quanto accaduto tempo fa. Allora non c'è scampo, il nostro destino è segnato sin dalla nascita e le nostre scelte sono soltanto il risultato delle condizioni dell'universo che ci hanno preceduto. Quello che chiamiamo *libero arbitrio* non sarebbe allora nient'altro che un'illusione, per quanto persistente. D'altra parte, un filosofo come Hume sosterebbe probabilmente un determinismo in senso più debole, anzi debolissimo, negando qualsiasi relazione causa-effetto nei fenomeni naturali. Per un'interessante panoramica su alcune questioni connesse al determinismo si veda ad esempio il contributo del Prof. A. Strumia in [2].

Il determinismo classico si fonda essenzialmente sulla possibilità di risolvere un'equazione (differenziale) corredata dalle cosiddette condizioni

iniziali e/o condizioni al contorno, considerando ad esempio l'equazione della dinamica di Newton $\mathbf{F}=\mathbf{m}\mathbf{a}$ corredata dalla posizione e dalla velocità del proiettile al momento dello sparo. L'unica soluzione del problema, che tecnicamente è detto Problema di Cauchy, stabilisce univocamente il comportamento del proiettile e in questo senso il destino del proiettile è univocamente determinato da quanto accaduto al momento dello sparo. Similmente, data la legge di gravitazione universale, risolvendo l'equazione del moto si trova ad esempio che la Terra orbita intorno al Sole descrivendo un'ellisse in accordo con le tre leggi di Keplero. Dunque, il determinismo classico riposa sulla fiducia di saper risolvere problemi di Cauchy. Ma le cose si complicano presto. Ad esempio, basta aggiungere qualche altro pianeta, come è di fatto nel caso del sistema solare, per rendere il problema estremamente difficile. Si tratta del cosiddetto *Problema degli N corpi* che a tutt'oggi è ancora oggetto di numerosi studi sia teorici che applicativi. Si veda ad esempio [14,16].

Curiosamente, anche nel paradigma strettamente deterministico, quando si sa risolvere un problema di Cauchy la soluzione è, come si dice, *locale*. Ciò significa che è definita in un intervallo di tempo centrato nell'istante iniziale. Ovvero che la soluzione è determinata nell'immediato, se non nell'intero, futuro come pure nel passato. Questo aspetto è proprio quello che viene utilizzato per ricostruire il passato alla luce del presente, come potrebbe fare un esperto di balistica convocato dalla polizia per ricostruire il moto di un proiettile, ad esempio risalendo al luogo da cui è stato sparato, esaminando la scena di un delitto. Inoltre, se ammettiamo che lo stesso futuro abbia già in qualche modo una sua costituzione, come tra l'altro la relatività di Einstein suggerisce, allora si potrebbe anche ribaltare la questione affermando che è il futuro a determinare il presente (e il passato). Usualmente gli investigatori sostengono che la morte della vittima è stata causata da qualcosa come lo sparo di una pistola, ma, utilizzando le stesse leggi di natura, un ipotetico funzionario di polizia che vivesse in un mondo ribaltato temporalmente rispetto al nostro sosterebbe invece che sia il delitto la causa dello sparo del proiettile. Se questo è il caso, probabilmente avvertiremmo questo determinismo a ritroso dal futuro verso il passato come una sorta di *finalismo* (si veda anche [17]). Questo strano determinismo dal futuro al passato è ad esempio un caposaldo della presentazione di F. J. Tipler della *teologia come branca della fisica*. Comunque sia, i principi finalistici non sono nuovi nella scienza. Basti pensare alla lunga e importante storia dei *principi variazionali* secondo i quali la natura si *orienterebbe* cercando di massimizzare o minimizzare qualche quantità rilevante. Uno dei più noti è ad esempio il cosiddetto *Principio di Fermat* secondo il quale la luce *sceglie* nel suo moto la traiettoria che rende minimo il tempo di percorrenza (si veda [10] per una introduzione a questi temi). Dunque,

da questo punto di vista passato e futuro sembrano perfettamente interscambiabili tra loro. Talvolta le soluzioni del problema di Cauchy non fanno infatti differenza alcuna tra passato e futuro.

Ma per noi passato e futuro sono intrinsecamente differenti, e il tempo sembra scorrere inesorabilmente dal passato verso il futuro. Da dove nasce questa asimmetria tra passato e futuro? Tale questione è strettamente correlata al cosiddetto problema della *freccia del tempo* che tenta di conciliare tale asimmetria, codificata in modo paradigmatico nel *secondo principio della termodinamica*, con la fisica fondamentale. In ogni caso, potrebbe anche questa essere una tenace illusione, come del resto ritengono molti fisici. Oppure il determinismo deve essere un po' più debole di così. Magari consentendo qualche forma di *libero arbitrio*.

In effetti, ammesso che ad ogni causa corrisponda un determinato effetto, in generale potrebbe non valere il contrario. La corrispondenza causa-effetto può in effetti non essere univoca. E questo fenomeno non è così esotico come si potrebbe ritenere. Supponiamo ad esempio di udire il suono di un tamburo. Ci sarà allora un tamburo che ha causato il suono udito. Sì, ma quale? In un famoso articolo dall'evocativo titolo *Can one hear the shape of a drum?* [12] si fornisce una risposta negativa. Uno stesso effetto, anche in problemi di fisica classica, può essere compatibile con più cause differenti. Esistono cioè tamburi diversi che producono lo stesso suono. A queste difficoltà di individuazione si aggiunge poi nel complesso la possibilità di diversi impianti teorici compatibili con le medesime rilevanze sperimentali, che in qualche modo costringe la scienza a ripiegare da cause vere o assolute a cause probabili o relative. Da questo punto di vista, come sosteneva il biologo Per Levins, *la verità è nell'intersezione di bugie indipendenti*, per cui diventa cruciale proprio la disponibilità di modelli alternativi che affrontino stesse problematiche convergendo su conclusioni similari.

3. Determinismo e previsione

Chiaramente, se dei fenomeni non può essere ricercata una causa più o meno precisa, ogni tentativo di previsione sarebbe vano sin dal principio. Se invece confidiamo nel fatto che ad una data causa segue sempre un determinato effetto, allora c'è qualche speranza di prevedere qualche evento anche più o meno complesso. Dunque, non c'è previsione senza una qualche forma di determinismo. Ma i due concetti non sono sinonimi. Anche in un mondo deterministico, non è detto che si possa prevedere sempre. In altre parole, il futuro potrebbe anche essere perfettamente determinato ma questo non significherebbe che lo potremmo conoscere completamente. E questo per

diverse ragioni, alcune delle quali discuteremo brevemente. Dal punto di vista matematico, il determinismo dipende come accennato in generale dalla possibilità di risolvere univocamente un certo problema di Cauchy. Si tratta dunque di un problema di esistenza e unicità della soluzione per un'equazione differenziale (nella maggior parte dei casi). Ma non sempre i problemi di Cauchy ci fanno il favore di ammettere un'unica soluzione! La non unicità della soluzione significa che a parità di condizioni iniziali il nostro fenomeno potrebbe presentare scenari differenti, indebolendo le nostre possibilità di previsione. Questo aspetto è importante ad esempio nelle cosiddette equazioni di Navier-Stokes che modellizzano la dinamica dei fluidi, e per le quali anche la sola unicità (per non parlare della regolarità) delle soluzioni costituisce un problema rilevante. La soluzione completa di tali equazioni vale addirittura un milione di dollari! ([8, 16]). Ma anche nei casi di esistenza e unicità le cose non sempre filano lisce. Intanto c'è sempre la problematica legata al fatto che una cosa è conoscere o sapere che esiste una soluzione in teoria, e un'altra determinarla in pratica. Inoltre, tutte le nostre misure sono per loro natura approssimate e dunque potremmo conoscere qualunque soluzione solo in modo più o meno approssimato. Pertanto, ci dobbiamo comunque accontentare di una previsione più o meno approssimata nella realtà.

E spesso queste previsioni funzionano. Così il giocatore di biliardo, pur non potendo colpire la biglia sempre nello stesso identico modo, sa che se colpisce più o meno in un certo modo, allora la biglia farà più o meno una certa traiettoria andando in buca o colpendo la biglia desiderata. La possibilità di fare queste previsioni è legata, matematicamente parlando, al problema della *dipendenza continua dai dati iniziali* o di *buona positura* del problema di Cauchy. Un problema di Cauchy è ben posto se le soluzioni dipendono con continuità dai dati iniziali. Ovvero, grosso modo, se le condizioni iniziali cambiano di poco allora anche le soluzioni cambiano di poco. Se il giocatore di prima colpisce la biglia appena più o destra o a sinistra, o appena più piano o più forte, allora la biglia farà più o meno la stessa cosa. Ma i problemi di Cauchy non sono sempre ben posti. Anche per sistemi relativamente semplici, come per un *pendolo doppio*, ben presto il sistema diventa piuttosto imprevedibile, pur essendo perfettamente determinato. Per non parlare di sistemi più complessi, come i fenomeni atmosferici, contemplando il celebre *effetto farfalla* per cui il battito d'ali di una farfalla potrebbe determinare un uragano da qualche parte del mondo. Si tratta del cosiddetto *caos deterministico* per cui piccole discrepanze nella nostra conoscenza del sistema determinano grosse differenze nell'evoluzione futura, anche se il sistema è perfettamente deterministico, minando le nostre possibilità di previsione ([9]). Anche il nostro sistema solare ha, a lungo andare, un comportamento caotico.

E le cose si complicano ulteriormente nella fisica moderna. Molti fenomeni, come il decadimento radioattivo di un certo atomo, sembrano avvenire senza una causa precisa. Talvolta si sente dire che la fisica moderna, in particolare la meccanica quantistica, sarebbe *indeterministica*. Ma questo è a nostro avviso piuttosto fuorviante. Le equazioni della meccanica quantistica sono deterministiche! Perlomeno dal punto di vista matematico. Non si capisce come farebbero altrimenti gli scienziati a confrontare i risultati degli esperimenti con le previsioni teoriche. Il fatto è che ad essere determinate sono delle probabilità e degli enti definiti matematicamente ma fisicamente *non-osservabili*. Così non si può dire se un singolo atomo decadrà o meno, ma soltanto che un certo numero di atomi lo faranno con una ben precisa probabilità. Allora, la questione del determinismo è legata al significato di *probabilità*. Se per probabilità si intende *la misura della nostra ignoranza* allora c'è comunque determinismo che noi poveri mortali trattiamo come probabilità soltanto a causa dei nostri limiti conoscitivi. Così, quando lanciamo una moneta magari la sua traiettoria è completamente determinata dal lancio, ma il fenomeno è talmente complesso che dobbiamo accontentarci di un approccio probabilistico stabilendo che la probabilità che la moneta cada sulla testa o sulla croce è del 50%. Il meglio che possiamo fare è allestire degli esperimenti per valutare che su un grande numero di lanci il numero di teste e croci sarà più o meno lo stesso. Ma per Dio, diciamo così, il lancio di ogni singola moneta sarebbe perfettamente determinato. Questo potrebbe anche essere il caso della meccanica quantistica. Questa possibilità è legata alla cosiddetta *teoria dei molti mondi* o del *multiverso*. In questo senso, la meccanica quantistica coinvolgerebbe probabilità soltanto perché noi non abbiamo accesso a tutti gli (ipotetici) mondi paralleli. Ma per Dio, per così dire, che vedrebbe contemporaneamente tutto il multiverso, anche il decadimento di un singolo atomo sarebbe perfettamente determinato. Oppure la probabilità è in qualche modo intrinseca alla natura, come sembra suggerire la cosiddetta interpretazione standard (o *di Copenaghen*) della meccanica quantistica. Solo in questo senso si potrebbe forse parlare di un certo *indeterminismo* della fisica moderna.

In effetti molti filosofi ritengono che non abbia senso chiedersi se l'universo sia deterministico o indeterministico. Può essere entrambe le cose, a seconda della grandezza o della complessità dell'oggetto studiato [...] Ma Einstein e i suoi contemporanei dovevano risolvere un problema serio. I fenomeni quantistici sono casuali, la teoria quantistica però non lo è. L'equazione di Schrodinger è deterministica al 100 per cento [...] Si dice che la meccanica quantistica sia non deterministica, ma è un giudizio frettoloso [...]. Il mondo è una torta a strati composta di determinismo e indeterminismo. ([13])

Il ruolo del caso in queste considerazioni è paradigmatico e da certi punti di vista paradossale. Spesso vediamo il ricorso al caso come alla rinuncia a

determinare le cause di un fenomeno, giacché il caso consiste proprio nella mancanza di regolarità e causalità. Ma nelle considerazioni di tipo statistico, molti effetti importanti e regolari sono causati proprio dal caso. Ad esempio la legge (macroscopica) dei gas perfetti $PV=nRT$ discende dalla teoria cinetica dei gas dall'ipotesi (assieme ad altre richieste) che le particelle componenti il gas si muovano in modo casuale. In questo quadro esplicativo il comportamento regolare al livello macroscopico del gas coinvolgente le nozioni di pressione, volume e temperatura è causato dal caso che governa il moto microscopico delle sue particelle.

Ancora, nelle misure statistiche la regolare distribuzione Gaussiana (o normale) a campana discende, tra le altre cose, proprio dalla condizione di piccoli errori casuali. Non si tratta di osservazioni marginali giacché il premio Nobel per la fisica R. Feynman ci direbbe che in fondo tutte le leggi della fisica sono di tipo statistico.

4. Alla ricerca della causa perduta

Sebbene al livello teoretico si possa in un certo qual modo fare a meno del concetto di causa, ciò non significa che le cause (scientifiche) non esistano affatto. Accanto a effetti che non richiedono una causa, la scienza moderna si poggia su un approccio se vogliamo polifonico alla problematica causa-effetto.

Più cause interagiscono tra loro sovrapponendosi per produrre l'effetto finale. Al limite estremo è l'universo stesso nella sua interezza a causare gli effetti osservati. La scienza si ritaglia in questo olismo esasperato dei campi di azione nei quali, defalcando gli impedimenti come direbbe Galileo, è possibile circoscrivere un numero limitato di cause capaci di spiegare un certo numero di osservazioni sperimentali, dalle situazioni più semplici a quelle man mano più complesse.

Così la fisica ad esempio progredisce dallo studio di un punto materiale a quello di un sistema dinamico complesso. Ed è proprio nel passare a questioni complesse, come quelle biologiche, mediche, meteorologiche, sociali ecc. che la ricerca delle possibili cause si fa più incerto e problematico poiché occorre selezionare in un mare di possibilità diverse gli elementi che contribuiscono in modo più o meno rilevante (e probabile) a causare quanto si osserva. Come si può stabilire ad esempio la causa di una malattia? O se un vaccino è efficace oppure causa un determinato effetto avverso? La difficoltà di convincere scettici e negazionisti di turno dimostra la difficoltà di rispondere a tali domande o di divulgare le risposte disponibili in modo efficace.

Nel 2020-21 si sono registrate in Italia circa centomila morti in eccedenza rispetto alla media degli anni precedenti. A parità di circostanze non c'è spiegazione se non si introduce un qualche agente causale. Con buona probabilità tale agente è riconducibile al COVID-19 e alle sue conseguenze (mediche, economiche, ecc.). Il problema principale è che si tratta di situazioni in cui non è in genere possibile fare delle indagini dirette (non possiamo ad esempio introdurre deliberatamente un nuovo virus nella popolazione per valutarne gli effetti) ma occorre accontentarsi di argomenti indiretti, di tipo controfattuale, cercando di rispondere a domande del tipo: cosa osserveremmo se un dato elemento fosse o non fosse presente? Oppure quali sarebbero le conseguenze se l'effetto osservato fosse dovuto solo al caso?

Per illustrare questo punto ci piace trarre spunto da un episodio che si racconta abbia avuto per protagonista il celebre scienziato francese H. Poincaré (1854-1912), e un furbetto panettiere. Ogni giorno Poincaré si recava dal fornaio per acquistare del pane, diciamo un chilogrammo. Fidarsi è bene, ma non fidarsi è meglio e pertanto Poincaré prese a controllare sulla bilancia il peso del pane acquistato e scoprì che troppo spesso il pane pesava meno di un chilo. Allora andò garbatamente a protestare dal fornaio. *Ma no! Sarà un errore* disse il fornaio, *le pagnotte non ci vengono mai una uguale all'altra. Professore, tenga questa.* Poincaré torna a casa e soddisfatto constata che questa volta il pane superava, anche se di poco, il chilo. Ma qualcosa lasciava perplesso lo scienziato. L'atteggiamento del fornaio non lo convinceva per niente. Allora, con la determinazione e la pazienza che solo un buon matematico può avere, Poincaré continuò a prendere accurata nota del peso del pane per un anno intero. Alla fine andò dalla polizia a denunciare il fornaio. Aveva infatti capito che il fornaio faceva la cresta sul peso del pane. Semplicemente, per tenere contento il professore, il fornaio sceglieva la pagnotta più grande che aveva a disposizione in quel momento. Come fece Poincaré a smascherare l'astuto fornaio? Verificando che i pesi del pane non si accordavano con una distribuzione gaussiana. Se, come sosteneva il fornaio all'inizio, le differenze tra una pagnotta e l'altra fossero dovute al solo caso, ci si aspetterebbe allora che i pesi debbano disporsi in una configurazione a *campana* attorno al valore medio (un chilogrammo in questo caso). Ma i dati raccolti da Poincaré non lo facevano poiché, evidentemente, la selezione operata dal fornaio per accontentarlo introduceva un fattore di disturbo che non rendeva più casuali i piccoli e inevitabili errori sulla composizione delle pagnotte. Il ragionamento di Poincaré è un tipico argomento controfattuale, allo scopo di determinare tra tutte le cause possibili quelle più probabili. Se il fornaio fosse stato in buona fede, allora i dati osservati si sarebbero dovuti accordare ad una distribuzione di Gauss. Se non lo fanno allora ci dev'essere un disturbo esterno, nella fattispecie l'intervento selezionatore del panettiere.

The maths of cause-effect relationship

Spesso argomenti di tal fatta risultano piuttosto controintuitivi non potendo basarsi direttamente sugli effetti coinvolti. Per questi motivi non sempre è facile convincersi ad esempio dell'efficacia di un vaccino, giacché non possiamo osservare direttamente la sua azione, ma soltanto desumerla dal contesto globale rispondendo a cosa sarebbe accaduto se il vaccino non fosse stato somministrato. Se l'incidenza di una malattia come il vaiolo, ad esempio, cala drasticamente nella popolazione umana, tanto che l'OMS ha dichiarato la malattia come eradicata nel 1979, proprio a valle delle campagne vaccinali, in mancanza di altre motivazioni la conclusione più probabile è che il vaccino abbia funzionato egregiamente. Anche in casi meno eclatanti, proprio da questo tipo di osservazione indiretta gli scienziati possono calcolare con una certa efficienza la probabilità che un certo effetto sia riconducibile (in tutto o in parte) ad una data causa. Quasi paradossalmente, talvolta è proprio l'osservazione diretta che invece può portare a conclusioni erronee, convincendosi magari che i vaccini causino l'autismo nei bambini, o che il classico "rimedio della nonna" sia efficace per le allergie. Tipicamente, si tende a cercare la causa di un effetto osservato tra quegli elementi la cui presenza è concomitante all'effetto stesso. Così, se assumiamo l'intruglio consigliato dal guaritore di turno sperando di debellare un certo male, e poi effettivamente guariamo, la tentazione di aver finalmente trovato il rimedio alla malattia è forte. Ma, come si sa, nella scienza una rondine non fa primavera. E se è per questo, non la fanno neanche cinque o sei.

In effetti, occorrerebbe intanto escludere ipotesi alternative: saremmo potuti guarire anche senza prendere nulla grazie alle difese naturali dell'organismo, o per puro caso (si tratta della cosiddetta ipotesi zero o nulla), o per effetto placebo, o chissà per quale altro motivo a noi sconosciuto. E se veniamo a sapere di tante altre persone che sono guarite in circostanza simili alle nostre non è il caso di esultare. La storia, anche recente, è piena di esempi clamorosi in proposito come quella legata al caso *Stamina* [3]. Tornando al nostro intruglio guaritore, se, diciamo, la nostra malattia avesse un tasso di remissione spontanea dell'1%, allora su una popolazione di un milione di malati ci aspetteremmo comunque un gruppo dell'ordine di 10000 guariti, e questo avverrebbe in ogni caso e per qualsiasi altro supposto rimedio. Non c'è via d'uscita se non quella di quantificare in qualche modo il rapporto causa-effetto in questione. Un modo che tutti gli studenti ai primi anni di facoltà scientifiche imparano è il concetto di correlazione che quantifica, attraverso il calcolo del cosiddetto indice di correlazione di Pearson, quanto la concomitanza tra due variabili, ad esempio fumo/cancro, forza/accelerazione, farmaco/guarigione ecc. sia (statisticamente) significativa. La correlazione permette di evitare associazioni indebite o se vogliamo illusorie. Potremmo ad esempio convincerci che ci sia una correlazione tra la nostra persona e le code al semaforo rosso

(quella che a Napoli chiamerebbero *iella*). Come mai capita sempre a noi di incappare nel semaforo rosso? Un esame attento e il calcolo della correlazione ci direbbero che l'indice di correlazione non è poi significativamente alto. Probabilmente, la nostra impressione sbagliata deriva dal fatto che prestiamo più attenzione a quando siamo costretti ad aspettare in coda nel traffico, rischiando di arrivare in ritardo al lavoro, rispetto a tutte le volte che abbiamo trovato verde senza badarci più di tanto. Possiamo dunque stare tranquilli: non siamo certo noi a causare l'accensione della luce rossa nei semafori. Similmente, potremo trovare che non c'è correlazione tra antenne 5G e infezione da Covid-19.

Tuttavia, la correlazione è soltanto una condizione necessaria ma non sufficiente. Il fatto che due variabili siano, anche strettamente, correlate non significa che valga necessariamente un legame di causa-effetto. Sebbene ci sia una significativa correlazione tra fumo e cancro ai polmoni, questo non significa che il fumo causi gravi danni alla salute, come per tanto tempo le compagnie del tabacco hanno infatti sostenuto. Dimostrare tale rapporto causa-effetto ha richiesto molta fatica in più, coinvolgendo indagini accurate non solo dal punto di vista medico-biologico, ma anche da quello matematico-computazionale, costringendo alla fine i governi ad informare i cittadini del grave pericolo, includendo frasi e immagini dissuasive sui pacchetti di sigarette.

Il problema è che anche ottime correlazioni potrebbero avvenire per puro caso, oppure essere il sottoprodotto secondario di altri fenomeni. Potremmo ad esempio trovare una stretta correlazione tra obesità e durata della vita e pensare che tutti i consigli del nostro medico volti a farci dimagrire siano infondati. Oppure che mangiare cioccolato possa aumentare le chance di vincere un Nobel ([1,4]). Mentre in questi casi si può facilmente immaginare che i fenomeni riferiti siano legati alla presenza di fattori causali comuni (disponibilità economiche, accesso a cure mediche, istruzione, ricerca ecc.) piuttosto che ad un legame causale cioccolato/Nobel, una notevole sfida alla scienza contemporanea è proprio quella di sviluppare strumenti adeguati ad isolare ed individuare legami causali di rilievo. Dai tempi di Poincaré si sono fatti numerosi progressi. Anche per le distribuzioni di tipo gaussiano da cui abbiamo preso le mosse occorre ad esempio controllare l'ipotesi di piccoli errori casuali, cosa che può essere fatta attraverso il cosiddetto test del *chi-quadro*. Negli ultimi decenni i progressi nel calcolo delle probabilità e della statistica iniziano a rendere l'indagine dei rapporti causa/effetto più sistematica ed efficace. Per un resoconto di alcuni sviluppi in questa direzione rimandiamo il lettore a [15].

References

- [1] AA.VV. (2019). L'obesità allunga la vita? *Le Scienze* N. 61.
- [2] AA. VV. (2012). *Conversazioni su scienza e fede*, Lindau.
- [3] Bencivelli S. (2013). Il caso Stamina. *Le Scienze* N. 542.
- [4] Bressanini D. (2013). Mangia Cioccolato e vinci il premio Nobel, scienza in cucina, *Le Scienze*.
- [5] Cassirer E. (2015). *Substance and functions, and Einstein's theory of relativity*, Andesite Press.
- [6] D'Amico A. (2020). La scoperta dell'immunità, *Le Scienze* n. 620.
- [7] D'Amico A. (2021). La morte blu, *Le Scienze* N. 630.
- [8] Devlin K. (2004). *I problemi del millennio*, Longanesi.
- [9] Ekeland I. (2010). *Come funziona il caos*, Boringhieri.
- [10] Granieri L. (2016). *Ottimo in Matematica*, La Dotta editore.
- [11] Granieri L. (2015). Sull'eterno ritorno, *Archimede* **1**, pp. 20-21.
- [12] Kac M. (1966). Can One hear the shape of a drum? *American Mathematical Monthly* vol. 73, n.4.
- [13] Musser G. (2015). L'universo è casuale? *Le Scienze* N. 367.
- [14] Odifreddi P. (2015). La legge della pigrizia cosmica, *Le Scienze* N. 566.
- [15] Pearl J. Mackenzie D. (2019). *The Book of Why: the New Science of Cause and Effect*, Penguin Books Ltd.
- [16] Stewart I. (2014). *I grandi problemi della matematica*, Einaudi.
- [17] Tipler F.J. (2008). *La fisica del cristianesimo*, Mondadori.

