

# Data of covid-19 infection in Italy and mathematical models (Dati dell'infezione da Covid-19 in Italia e modelli matematici)\*

Luigi Togliani<sup>♦</sup>

## Abstract

In this paper I consider some data of Covid-19 infection in Italy from the 20th of February to the 29th of June 2020. Data are analyzed using some fits based on mathematical models. This analysis may be proposed to students of the last class of the Liceo Scientifico in order to debate a real problem with mathematical tools.

**Keywords:** Logistic Function, Sigmoid Function, Verhulst, Gompertz, 4PL, Covid-19.

## Sunto

In questa nota prendo in esame i dati dei contagiati da Covid-19 in Italia dal 20 febbraio al 29 giugno 2020. I dati vengono analizzati con l'uso di alcuni fit basati su modelli matematici. Questa analisi può essere proposta in un'ultima classe di Liceo Scientifico come esempio di problema reale trattato con strumenti matematici.

**Parole chiave:** Funzione Logistica, Sigmoide, Verhulst, Gompertz, 4PL, Covid-19.

---

\* Accademia Nazionale Virgiliana – Mantova. Italy. [luigi.togliani@gmail.com](mailto:luigi.togliani@gmail.com)

<sup>♦</sup> Received on July 6th 20th, 2020. Accepted on December 17th, 2020. Published on December 31st, 2020. doi: 10.23756/sp.v8i2.547. ISSN 2282-7757; eISSN 2282-7765. ©Togliani. This paper is published under the CC-BY licence agreement.

## 1 Premessa

L'emergenza sanitaria da Covid-19 ha portato molti ricercatori ad approfondire lo studio dell'epidemia anche dal punto di vista della Matematica, con lo scopo di aiutare medici, infettivologi e virologi a conoscere meglio la portata di questa calamità e a presentarne possibili scenari futuri. In questa breve nota cerco di presentare alcuni opportuni modelli matematici e un loro possibile utilizzo per trattare il caso in esame in Italia, uno dei paesi maggiormente colpiti dalla pandemia. La modalità di presentazione può fornire spunti didattici per studenti alla conclusione del ciclo di studi di scuola secondaria.

## 2 Il modello di Verhulst

Pierre François Verhulst (1804-1849), matematico belga docente all'Università di Gand, elaborò nel 1838 un modello demografico statistico per spiegare la dinamica delle popolazioni. Nel suo saggio *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement* egli mette in evidenza la criticità del modello esponenziale di Malthus che prevede una crescita illimitata della popolazione e che non tiene conto della limitatezza delle risorse necessarie per la vita.<sup>1</sup> Più precisamente Verhulst sostituisce l'equazione differenziale di Malthus

$$\frac{dy}{dt} = my$$

che porta ad un modello esponenziale di crescita, con la seguente

$$\frac{dy}{dt} = my - \varphi(y)$$

dove  $y$  rappresenta la numerosità della popolazione all'istante  $t$ ,  $m$  una costante positiva (tasso di crescita) e  $\varphi(y)$  una funzione di  $y$  (Verhulst la chiama *force retardatrice*) che ha il ruolo di mitigare la crescita di  $y$ . Tra le infinite possibilità, viene ipotizzato che  $\varphi(y)=ny^2$ , con  $n$  costante positiva. Risolvendo l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dt} = my - ny^2$$

si giunge alla soluzione

---

<sup>1</sup> Verhulst P. (1838). *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*, p. 113. Ho lievemente cambiato la simbologia usata da Verhulst: uso  $y$  anziché  $p$  per indicare la numerosità della popolazione e  $y_0$  anziché  $p'$  per indicare la popolazione iniziale.

$$y = \frac{my_0 e^{mt}}{m - ny_0 + ny_0 e^{mt}}$$

ove  $y_0=y(0)$  è la popolazione iniziale; ovviamente è necessario che  $0 < ny_0 < m$  affinché la popolazione sia in crescita. Il rapporto  $m/n$  fornisce il limite superiore della popolazione, cui  $y$  tende al tendere di  $t$  all'infinito.

Posto:  $k = m/n$ ,  $b = m - ny_0$ ,  $r = m$ , con  $k, r, b > 0$ , possiamo riscrivere la precedente equazione nella seguente forma maggiormente conosciuta

$$y = \frac{k e^{rt}}{b + e^{rt}} = \frac{k}{1 + b e^{-rt}}.$$

La funzione è crescente, tra due asintoti orizzontali di equazioni  $y=0$  e  $y=k$ ;  $k$  rappresenta il limite superiore della funzione. Il grafico di  $y(t)$  è quello di una sigmoide o logistica, che ha senso per  $t > 0$ ; la curva presenta un unico flesso nel punto di ascissa  $t_1 = \frac{\ln b}{r}$ , con  $b > 1$ . Il coefficiente angolare della tangente

inflessionale è  $y'\left(\frac{\ln b}{r}\right) = \frac{kr}{4}$  e rappresenta la massima rapidità di crescita della popolazione  $y$ . La funzione raggiunge il suo valore di mezzo  $k/2$  per  $t_2 = \frac{\ln b}{r}$  (*halfway point*), che coincide col punto di flesso  $t_1$ .

Volendo evidenziare  $t_1$ , si può riscrivere l'equazione di Verhulst in questa forma:

$$y = \frac{k}{1 + e^{-r(t-t_1)}} \quad (1)$$

Il grafico della funzione di Verhulst è simmetrico rispetto al suo flesso.

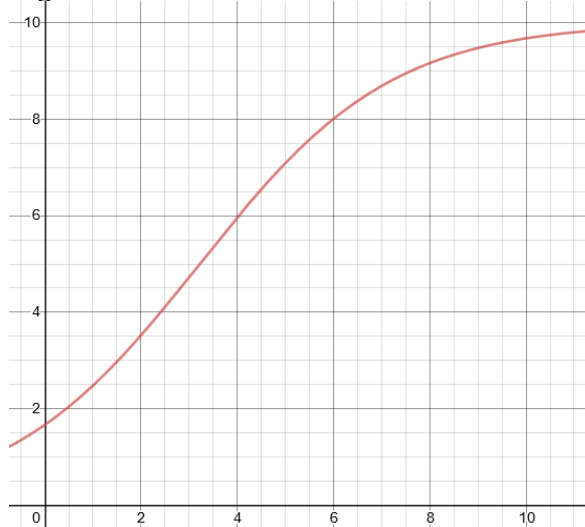


Figura 1. Curva di Verhulst per:  $k=10$ ;  $r=0,5$ ;  $b=5$ ;  $t_1=2\ln 5$ .

Verhulst applicò la sua teoria alla crescita della popolazione francese dal 1817 al 1831 e delle popolazioni di Belgio, Inghilterra (Contea dell'Essex) e Russia (comunità greca) in periodi analoghi: le tabelle demografiche riportate mostrano la corrispondenza tra i dati statistici e le previsioni del modello adottato.<sup>2</sup> Approfondite osservazioni sullo studio di Verhulst relativamente al Belgio sono state fatte da Nicolas Bacaër.<sup>3</sup>

### 3 Il modello di Gompertz

Benjamin Gompertz (1779-1865), matematico inglese, si interessò particolarmente di matematica delle assicurazioni. In un suo saggio del 1825 studiò in particolare la mortalità e l'esistenza in vita della popolazione di Northampton dell'epoca.<sup>4</sup>

Dagli studi di Gompertz e da quelli del matematico inglese William Makeham (1826-1891) del 1860<sup>5</sup> si ricava una legge sulla mortalità di una popolazione di numerosità  $y$  in funzione del tempo  $t$  (e quindi dell'età) partendo dalla seguente equazione differenziale

$$\frac{dy}{dt} = ry \ln\left(\frac{k}{y}\right)$$

la cui soluzione è data da

$$y = ke^{-be^{-rt}} \quad (2)$$

ove  $k$  rappresenta il limite superiore (o capacità di carico) della popolazione,  $r$  il tasso di crescita; inoltre  $k, r > 0$  e  $b > 1$ .<sup>6</sup> Anche la funzione di Gompertz è crescente tra i due asintoti di equazioni  $y=0$  e  $y=k$  e presenta un unico punto di flesso di ascissa  $t_1 = \frac{\ln b}{r}$ . Invece, il coefficiente angolare della tangente

---

<sup>2</sup> Verhulst P. (1838). *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*, p. 111-121.

<sup>3</sup> Bacaër N. (2008). *Verhulst et l'équation logistique en dynamique des populations*, p. 1-6.

<sup>4</sup> Gompertz B. (1825). *On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and a new mode of determining the value of Life Contingencies*, p. 513-585.

<sup>5</sup> Makeham W. M. (1860). *On the law of mortality and the construction of annuity tables*, p. 301-310.

<sup>6</sup> Ausloos M. (2011). *Gompertz and Verhulst frameworks for growth and decay description*, p. 1-24.

inflessionale è  $y' \left( \frac{\ln b}{r} \right) = \frac{kr}{e}$ , mentre  $y = k/2$  per  $t_2 = -\frac{\ln(\ln 2/b)}{r}$ ; risulta  $t_2 > t_1$ , quindi il grafico della funzione di Gompertz si inflette prima di aver raggiunto il suo valore di mezzo  $k/2$ .

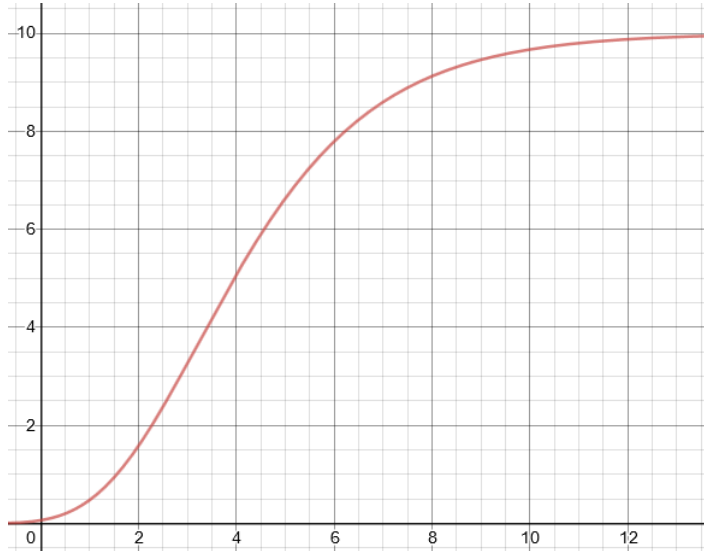


Figura 2. Curva di Gompertz per:  $k=10$ ;  $r=0,5$ ;  $b=5$ ;  $t_1=2\ln 5 < -2\ln(\ln 2/5)=t_2$ .

Anche nell'equazione della sigmoide di Gompertz possiamo evidenziare il punto di flesso  $t_1$ , ottenendo:

$$y = ke^{-e^{-r(t-t_1)}}$$

## 4 Il modello 4PL

Il modello 4PL (*four parameters logistic*) è utilizzato per spiegare la diffusione di epidemie, per la crescita di sistemi biologici, per il dosaggio ottimali di farmaci, per applicazioni in agricoltura e veterinaria... Spesso si trova citato e utilizzato anche il più complesso modello 5PL (*five parameters logistic*), sul quale non mi soffermerò per brevità.<sup>7</sup>

Anche il modello 4PL usa una funzione logistica con grafico sigmoidale; in questo caso l'equazione della curva, definita per  $t \geq 0$  è data da

---

<sup>7</sup> Choi, Bong-Jin (2014). *Statistical Analysis, Modeling, and Algorithms for Pharmaceutical and Cancer Systems*. Graduate Theses and Dissertations.

Luigi Togliani

$$y = k + \frac{a - k}{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^b} \quad (3)$$

ove  $a, b, c, k$  sono i 4 parametri della funzione, con  $k, c > 0$  e  $b > 1$ ;  $k$  è il limite superiore e  $a$  il limite inferiore della funzione, con  $k > a$ . Si tratta di una funzione crescente, con valori compresi tra  $a$  e  $k$  e con asintoto orizzontale di equazione  $y = k$ ; presenta un solo punto di flesso  $t_1 = c \cdot \left(\frac{b-1}{b+1}\right)^{1/b}$ .

La tangente inflessionale ha per coefficiente angolare

$$y'(t_1) = \frac{b(k-a) \cdot \left(\frac{b-1}{b+1}\right)^{\frac{b-1}{b}}}{\left(\frac{2b}{b+1}\right)^2}.$$

La funzione assume il suo valore di mezzo tra  $a$  e  $k$  quando  $y = \frac{k+a}{2}$ , cioè quando  $t = t_2 = c$ . Anche in questo caso, come per la sigmoide di Gompertz, si dimostra che la curva si inflette prima di aver raggiunto il suo valore di mezzo.

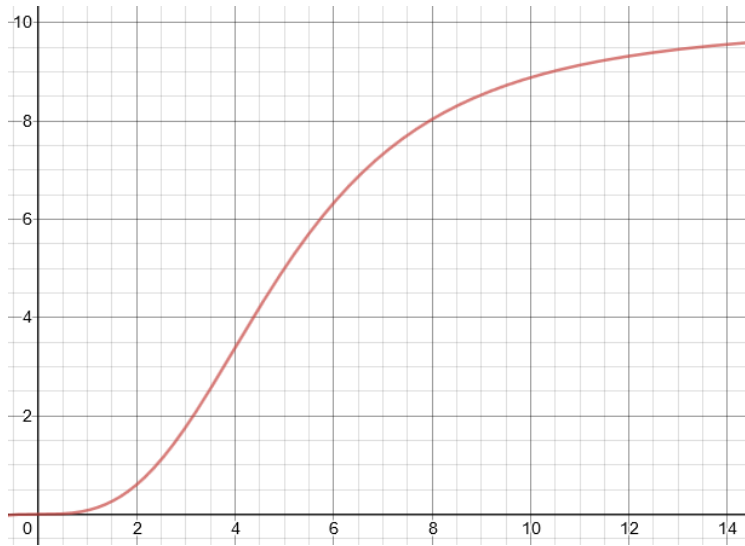


Figura 3. Sigmoide 4PL con:  $k=10$ ;  $a=0$ ;  $c=5$ ;  $b=3$ .

## 5 Dati sull'epidemia da Covid-19 in Italia

La terribile pandemia da Covid-19 (SARS-CoV-2) che ha colpito il mondo nel 2020 ha avuto in Italia uno dei teatri più drammatici. A partire dal 20 febbraio 2020 la Protezione Civile ha informato la popolazione sull'andamento epidemico; in particolare vengono forniti quotidianamente i dati di: contagiati (casi totali), morti, guariti (dimessi), attualmente positivi.<sup>8</sup> Sussiste la seguente relazione:

$$\text{contagiati} = \text{morti} + \text{guariti} + \text{positivi} \quad (4)$$

Non entro nel dibattito sulle cause o sulle conseguenze di questa pandemia, né sui provvedimenti presi dalle autorità competenti, né sul comportamento delle popolazioni umane coinvolte, né sugli aspetti di carattere medico, psicologico, economico o sociale. Mi limito a considerare i dati ufficiali italiani nel periodo che va dal 20 febbraio al 29 giugno 2020 e a trattarli con l'uso dei tre modelli matematici presi in considerazione nei paragrafi precedenti.

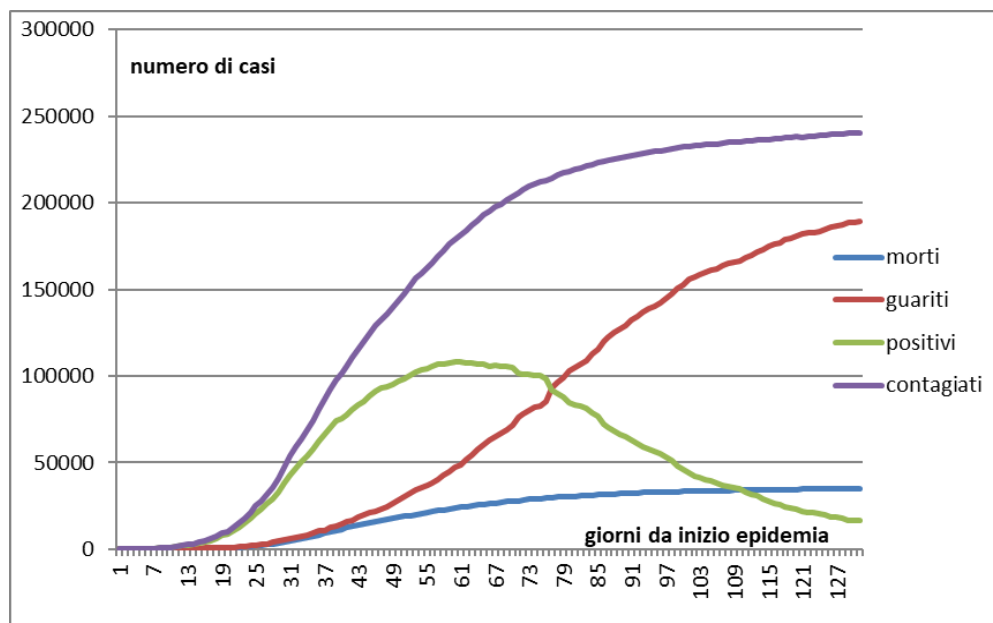


Figura 4. Contagiati, morti, guariti e positivi nell'epidemia Covid-19 in Italia dal 20/02/2020 al 29/06/2020.

<sup>8</sup> Questi e molti altri dati su Covid-19 in Italia e nel mondo sono rintracciabili sul sito ufficiale del Sole 24 Ore in <https://lab24.ilsole24ore.com/coronavirus/>

Come appare dalla figura 4, la curva dei contagiati ha l'andamento di una sigmoide; lo stesso si può pensare per la curva dei morti e per quella dei guariti. Completamente diverso l'andamento dei positivi, che presenta il suo massimo assoluto di 108'257 casi al 60-esimo giorno (19 aprile) da inizio epidemia, per poi ridursi gradualmente nel tempo in modo non simmetrico: la crescita del numero dei casi è stata più rapida della decrescita. Tutti i grafici hanno iniziato con crescita di tipo esponenziale, per poi smorzarsi raggiungendo un punto di flesso. Se l'andamento dell'epidemia non subirà involuzioni, la curva dei positivi tenderà a 0 e le altre tre tenderanno a valori asintotici che comunque rispetteranno l'equazione (4).

È di interesse lo studio dei dati ufficiali giornalieri: essi ci dicono che il massimo dei contagiati (casi totali) in un giorno è avvenuto il 21 marzo (31-esimo giorno da inizio epidemia), con 6557 casi. Nella stessa data si è avuto il massimo dei positivi registrati in un giorno, con 4821 casi. Il 27 marzo è stato il giorno col maggior numero di morti, con 969 casi. Per i guariti o dimessi il picco giornaliero è stato registrato molto più tardi, il 6 maggio, con 8014 casi.

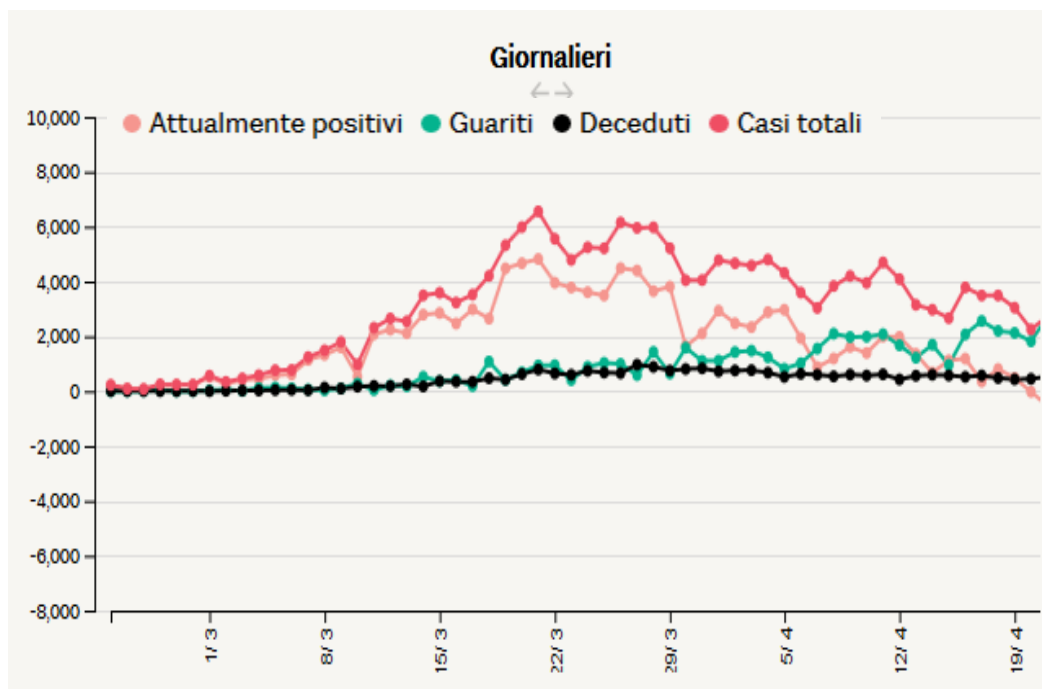


Figura 5a. Dati giornalieri Covid-19 in Italia da inizio epidemia al 20/6/2020 (Lab Sole 24 Ore).



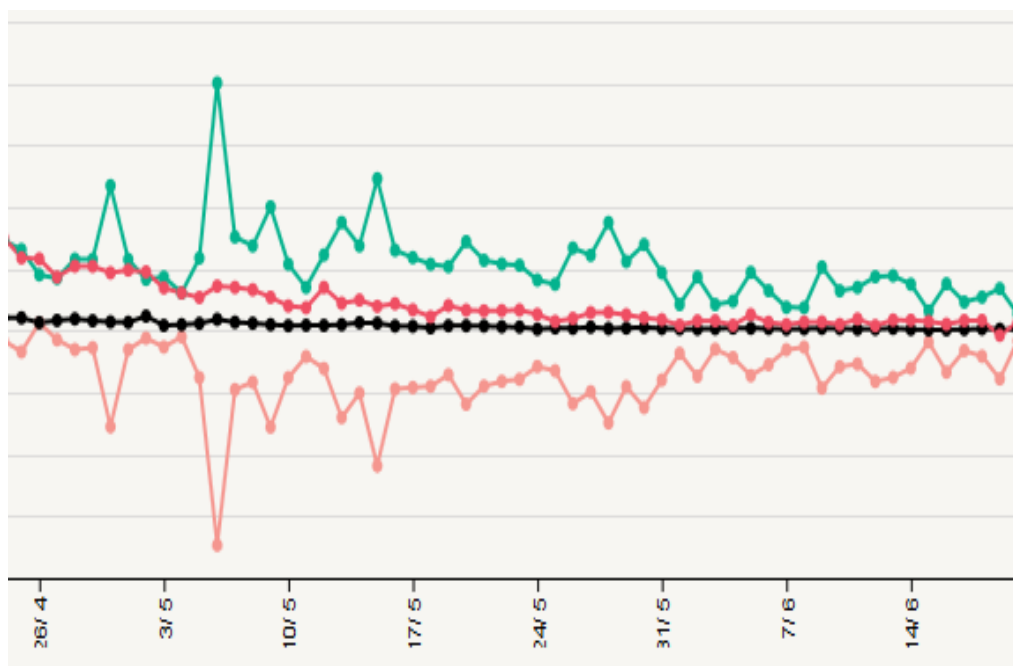


Figura 5b. Dati giornalieri Covid-19 in Italia da inizio epidemia al 20/6/2020 (Lab Sole 24 Ore).

## 6 Modelli matematici per dati relativi a Covid-19

Considero i dati dei contagiati, rappresentati in figura 4. Utilizzando la app MyCurveFit ho ottenuto per interpolazione il grafico dei dati forniti dalla Protezione Civile usando il modello 4PL, unico disponibile tra i tre sopra trattati. Per fare questo occorre inserire nella tabella della *home page* di MyCurveFit i dati dei giorni (asse x) e del corrispondente numero di contagiati (asse y); poi in Fit Method si seleziona Nonlinear e 4PL (vedi figura 6).<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> <https://mycurvefit.com/> Nella versione *free* è consentito l'impiego di non più di 20 dati.

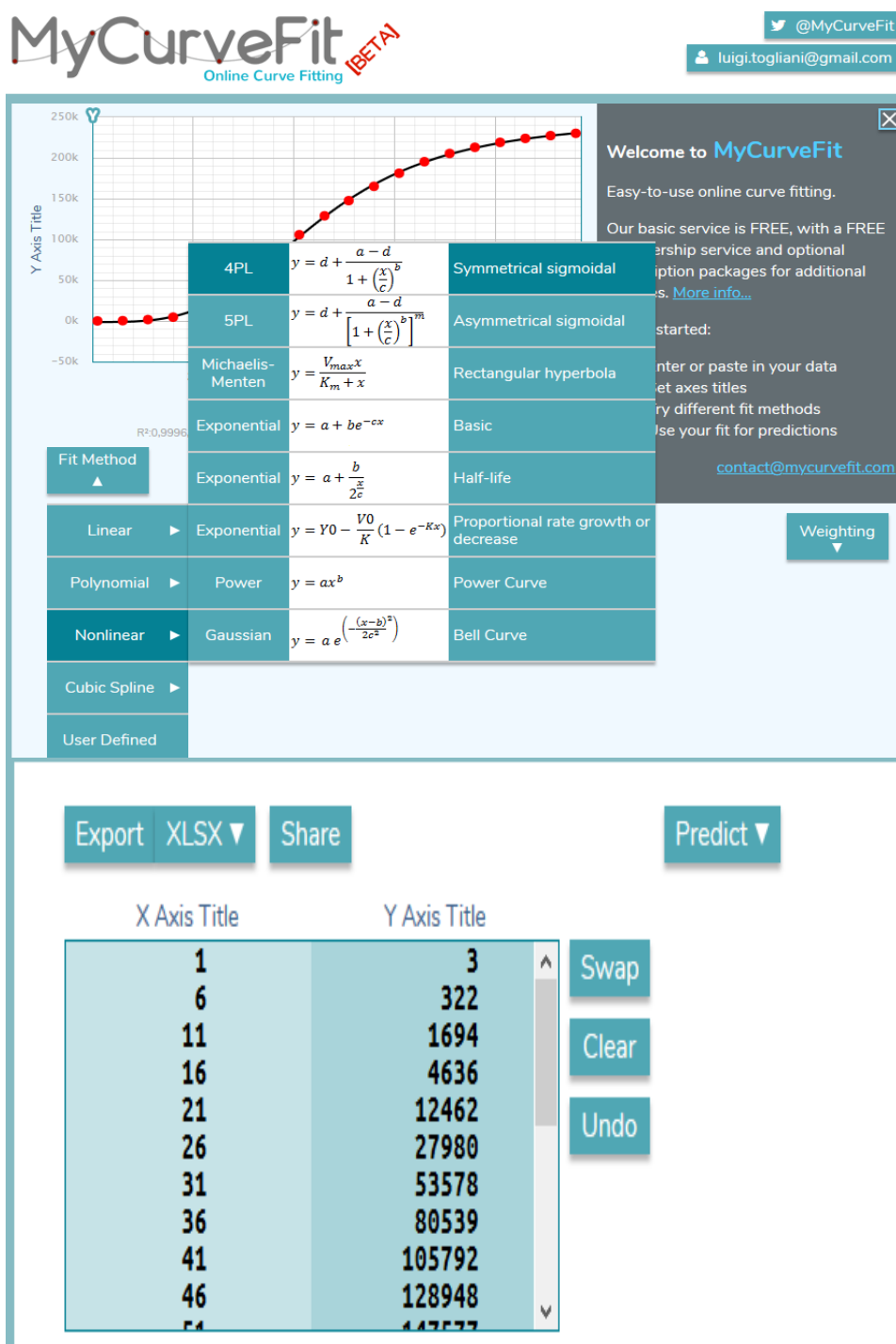


Figura 6. Uso di MyCurveFit per i dati dei contagiati da Covid-19 dal 20/02 al 25/05 (<https://mycurvefit.com/>).

### *Data of Covid-19 Infection in Italy and Mathematical Models*

Il programma fornisce anche i valori dei parametri che figurano nel modello matematico utilizzato. Nel caso in esame, prendendo solo un dato ogni 5 giorni e limitandosi ai primi 20 dati (cioè al periodo che va dal 20 febbraio al 25 maggio 2020, per un totale di 96 giorni), si ottengono i valori statistici e quelli dei parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d=k$  riportati in figura 7.

| Goodness Measures <a href="#">What's this?</a>                        |           |           |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| R²                                                                    | 0,9996    |           |
| aR²                                                                   | 0,9995    |           |
| P                                                                     | 0         |           |
| SE                                                                    | 1926      |           |
| F                                                                     | 10420     |           |
| AIC                                                                   | 8         |           |
| BIC                                                                   | 11,98     |           |
| DoF                                                                   | 16        |           |
| AICc                                                                  | 10,67     |           |
| Coefficients                                                          |           |           |
| a                                                                     | -1298,299 | ± 1033    |
| b                                                                     | 3,446156  | ± 0,08154 |
| c                                                                     | 44,98021  | ± 0,3398  |
| d                                                                     | 247420,1  | ± 2270    |
| Equation                                                              |           |           |
| $y = 247420,1 + (-1298,299 - 247420,1)/(1 + (x/44,98021)^{3,446156})$ |           |           |

Figura 7. Analisi statistica e parametri del modello 4PL per i contagi da Covid-19 (<https://mycurvefit.com/>).

Il valore che maggiormente interessa è quello del parametro  $d=k=247'420$  che rappresenterebbe il limite superiore (o asintotico) cui tende il numero  $y$  dei contagiati quando il numero  $t$  dei giorni è molto elevato. Ho utilizzato questo valore di  $k$  anche nei modelli di Verhulst e di Gompertz; ho poi cercato di adattare al meglio i valori degli altri due parametri di ciascuno di questi due modelli. Il risultato è riportato nella tabella e nel grafico Excel di figura 8, da me ottenuti per il periodo che va dal 20 febbraio al 29 giugno 2020.

| <i>data</i> | <i>giorni</i> | <i>contagiati</i> | <i>sigmoide<br/>4PL</i> | <i>sigmoide Verhulst</i> | <i>sigmoide<br/>Gompertz</i> |
|-------------|---------------|-------------------|-------------------------|--------------------------|------------------------------|
| 20-feb      | 1             | 3                 | -1298                   | 15581                    | 345                          |
| 25-feb      | 6             | 322               | -1058                   | 20579                    | 1402                         |
| 01-mar      | 11            | 1694              | 627                     | 26993                    | 4227                         |
| 06-mar      | 16            | 4636              | 5566                    | 35097                    | 10073                        |
| 11-mar      | 21            | 12462             | 15503                   | 45136                    | 19944                        |
| 16-mar      | 26            | 27980             | 31375                   | 57272                    | 34132                        |
| 21-mar      | 31            | 53578             | 52693                   | 71517                    | 52086                        |
| 26-mar      | 36            | 80539             | 77552                   | 87672                    | 72630                        |
| 31-mar      | 41            | 105792            | 103375                  | 105291                   | 94340                        |
| 05-apr      | 46            | 128948            | 127862                  | 123710                   | 115890                       |
| 10-apr      | 51            | 147577            | 149563                  | 142129                   | 136247                       |
| 15-apr      | 56            | 165155            | 167905                  | 159748                   | 154744                       |
| 20-apr      | 61            | 181228            | 182940                  | 175903                   | 171042                       |
| 25-apr      | 66            | 195351            | 195042                  | 190148                   | 185060                       |
| 30-apr      | 71            | 205463            | 204694                  | 202284                   | 196890                       |
| 05-mag      | 76            | 213013            | 212367                  | 212323                   | 206725                       |
| 10-mag      | 81            | 219070            | 218473                  | 220427                   | 214805                       |
| 15-mag      | 86            | 223885            | 223349                  | 226841                   | 221383                       |
| 20-mag      | 91            | 227364            | 227264                  | 231839                   | 226698                       |
| 25-mag      | 96            | 230158            | 230425                  | 235686                   | 230969                       |
| 30-mag      | 101           | 232664            | 232995                  | 238619                   | 234385                       |
| 04-giu      | 106           | 234013            | 235098                  | 240839                   | 237107                       |
| 09-giu      | 111           | 235561            | 236830                  | 242511                   | 239271                       |
| 14-giu      | 116           | 236989            | 238267                  | 243765                   | 240987                       |
| 19-giu      | 121           | 238011            | 239466                  | 244702                   | 242345                       |
| 24-giu      | 126           | 239410            | 240473                  | 245400                   | 243419                       |
| 29-giu      | 131           | 240436            | 241324                  | 245921                   | 244267                       |

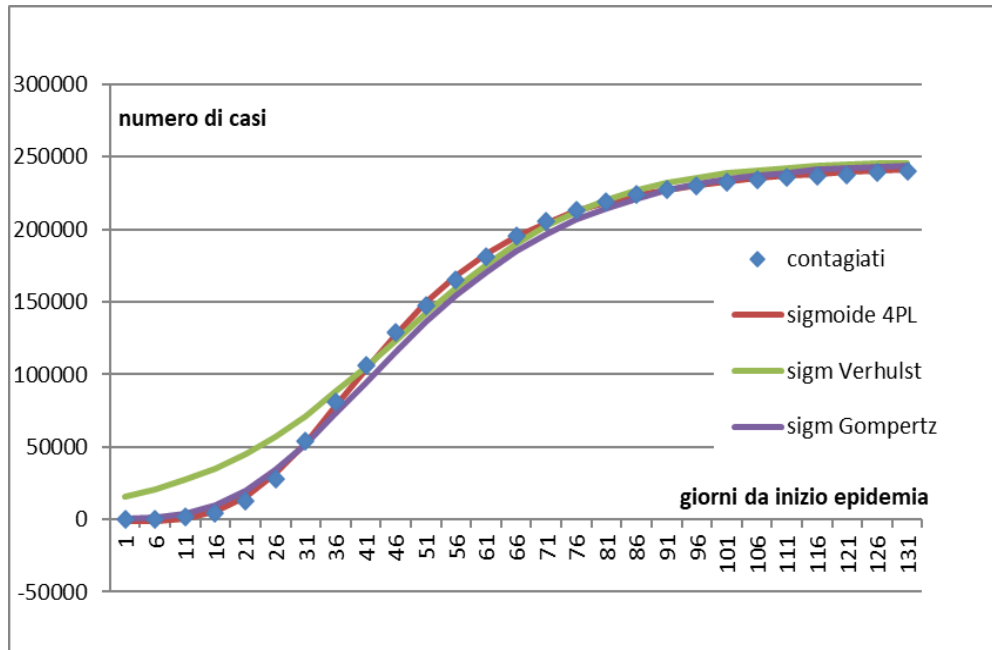


Figura 8. Numero di contagiati e sigmoidi per Covid-19 dal 20/02 a 29/06/2020.

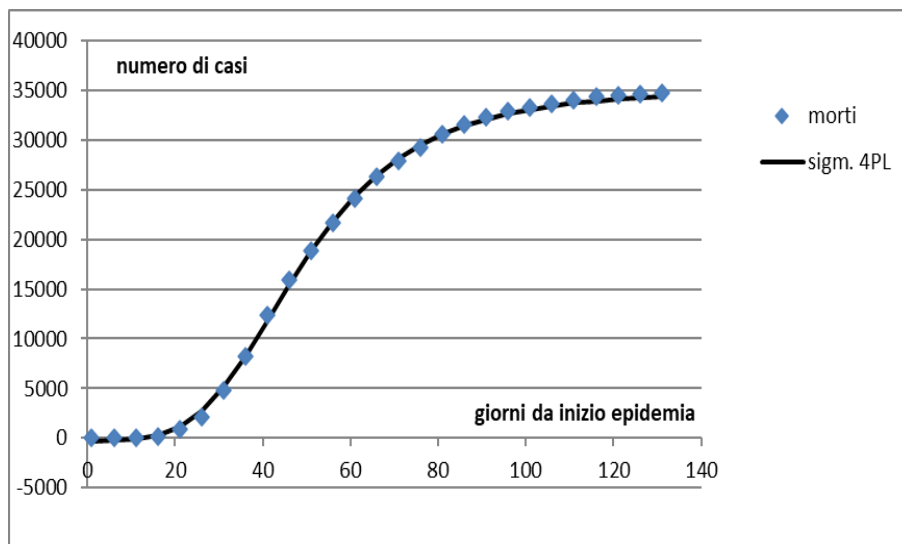
Dalle elaborazioni fatte risulta che la sigmoide 4PL rappresenta bene un po' tutti i dati sperimentali. La curva di Gompertz sembra andare meglio nella parte iniziale e in quella terminale del periodo considerato, mentre quella di Verhulst funziona bene nelle parti centrale e finale dello stesso periodo, ma si scosta molto dai dati registrati dall'inizio dell'epidemia fino a circa il 21 marzo.

Per quanto riguarda il punto di flesso  $t_1$  si può dire che, utilizzando il modello di Verhulst con equazione (1), risulta  $t_1 \approx 46$  giorni; mentre il modello di Gompertz con equazione (2) porta a  $t_1 = \ln b / r \approx \ln 6,9/0,048 \approx 40$  giorni. Infine il modello 4PL di equazione (3) fornisce

$$t_1 = c \cdot \left( \frac{b-1}{b+1} \right)^{1/b} \approx 44,98 \cdot \left( \frac{3,446-1}{3,446+1} \right)^{1/3,446} \approx 38 \text{ giorni.}$$

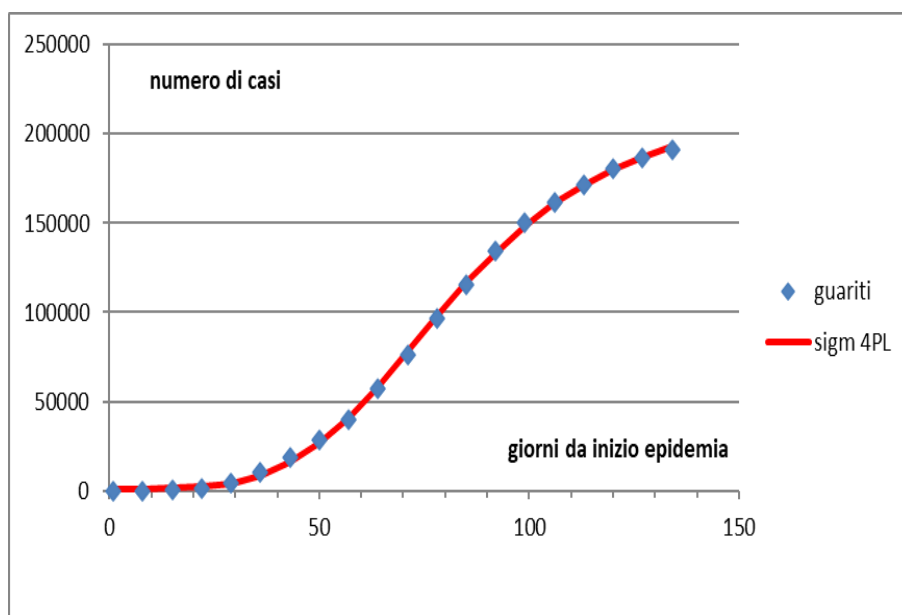
Quindi il punto di flesso dell'epidemia dovrebbe collocarsi tra il 28 marzo e il 5 aprile. Dopo questo intervallo, la crescita dei contagiati avrebbe dovuto rallentare, come confermano i dati giornalieri di figura 5.

È possibile ripetere l'analisi dei dati fatta per i contagiati anche con i dati dei morti e dei guariti di fig. 4. Per brevità mi limito a fornire i grafici relativi a questi due casi, utilizzando per ciascuno solo il modello di sigmoide 4PL, con i calcoli e con l'equazione forniti da MyCurveFit.



$$y = 35338,43 + (-281,8952 - 35338,43)/(1 + (x/49,0531)^{3,74079})$$

Figura 9. Numero di morti e sigmoide 4PL per Covid-19 dal 20/02 a 29/06/2020.



$$y = 220837,7 + (1022,859 - 220837,7)/(1 + (x/82,96015)^{4,005968})$$

Figura 10. Numero di guariti e sigmoide 4PL per Covid-19 dal 20/02 a 29/06/2020.

Dal confronto dei dati presenti nelle equazioni delle figure 7, 9 e 10 si evince che, secondo le stime del modello 4PL ottenute con MyCurveFit, il limite superiore (valore asintotico) dei contagiati è 247'420, quello dei morti è 35'338 e quello dei guariti è 220'838. Anche se ammettiamo che al limite il numero dei positivi sia nullo, non viene rispettata l'equazione (4), ma non di molto:  $35'338+220'838=256'176$  differisce da 247'420 per meno di 9'000 casi; ossia lo scostamento percentuale tra il numero atteso dei contagiati e il valore ottenuto sommando i numeri attesi dei morti e dei guariti è del 3,5%.

## **7 Conclusioni**

Il lavoro proposto mostra come, con l'ausilio di semplici strumenti informatici gratuiti, sia possibile analizzare alcuni dati di una situazione reale come quella del Covid-19 e ottenere anche qualche proiezione per il prossimo futuro. L'analisi teorica dei modelli qui considerati, fatta con le competenze di Analisi matematica possedute da studenti dell'ultimo anno di Liceo Scientifico, si armonizza con i dati sperimentali e con l'uso di semplici elementi di Statistica. Ovviamente si potrebbe estendere l'analisi ad altri dati della pandemia, come quello dei ricoverati in ospedale, oppure a considerazioni su altri stati europei o extraeuropei. In ogni caso i modelli matematici possono agevolare la nostra comprensione del fenomeno che stiamo vivendo e possono anche aiutarci ad affrontarlo nel migliore dei modi.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> Si vedano, a questo proposito, gli articoli disponibili in rete dei ricercatori Fiorentini, Malato, De Maria, Scarpa e Tonelli citati ai numeri [8], [9], [10], [11] in Bibliografia.

## Bibliografia

- [1] Verhulst, P. F. (1838). “Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement”. *Correspondance Mathématique et Physique de l’Observatoire de Bruxelles* (4): 111-121.
- [2] Gompertz, B. (1825). “On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and a new mode of determining the value of Life Contingencies”. *Philos. Trans. R. Soc. London* 115: 513-585.
- [3] Makeham, W. M. (1860). “On the law of mortality and the construction of annuity tables”. *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* 6: 301-310.
- [4] Bacaër, N. (2008). “Verhulst et l’équation logistique en dynamique des populations”. hal-01562340: 24-26.
- [5] Ausloos, M. (2011). “Gompertz and Verhulst frameworks for growth and decay description”. arXiv:1109.1269v1 [physics.bio-ph] 25 Aug 2011: 1-24.
- [6] Choi, B.-J. (2014). *Statistical Analysis, Modeling, and Algorithms for Pharmaceutical and Cancer Systems*. Graduate Theses and Dissertations: 1-96.
- [7] Tong, C.-Vendettuoli M. (2017). “Parametrizations of the four-parameter-logistic curve in software for estimating relative potency”: 1-21.
- [8] Fiorentini, G. (2020). “Comportamento logistico dell’infezione Covid-19 in Italia al 7 marzo 2020”: 1-2.
- [9] Malato, G. (2020). “Covid-19 infection in Italy. Mathematical models and predictions”. <https://towardsdatascience.com/covid-19-infection-in-italy-mathematical-models-and-predictions-7784b4d7dd8d> (last access: 2020-07-05).
- [10] De Maria, A.; Scarpa, F.; Tonelli, F. (2020). “Un modello predittivo dello sviluppo del covid-19”. <https://life.unige.it/modello-predittivo-covid-19> (last access: 2020-07-05).
- [11] De Maria, A.; Scarpa, F.; Tonelli, F. (2020). “Covid-19 in numeri, indici, variazioni”. <https://life.unige.it/index.php/covid19-in-numeri> (last access: 2020-07-05).