Volume 2 Numero 1 2019

MONDO MATEMATICO E DINTORNI

Rivista per docenti del Primo Ciclo di Istruzione

Direttori Editoriali
Luciana Delli Rocili
Giuseppe Manuppella
Antonio Maturo

APAV

ISSN 2612 - 2596 [on line]
ISSN 2612-1719 [testo stampato]

Volume 2 Numero 1 2019

MONDO MATEMATICO E DINTORNI

Rivista per i Docenti del Primo Ciclo di Istruzione

Editore: Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (APAV)

Via del Concilio n. 24, Pescara, Italy

Codice Fiscale: 92036140678 **Partita IVA**: 02184450688

Codice destinatario per fatturazione elettronica: M5UXCR1

IBAN: IT 57 K 02008 15408 000104232062 **BIC Swift** UNCRITM1760

Banca UNICREDIT – Agenzia Pescara UMBERTO 00760

Periodicità: semestrale

Siti web: www.apav.it ; www.eiris.it

Email: apavsegreteria@gmail.com, apavsegreteria@pec.it

ISSN: 2612 - 1719 (testo stampato)

ISSN: 2612 - 2596 (online)

Autorizzazione del Tribunale di Pescara del 9/4/2019
N. 741/2019 V.G.
N. 03/2019 Reg. Stampa

Stampato a Pescara il 5 novembre 2019

Indice

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 1-12

Cubo in prospettiva

Diana Cipressi
Docente di matematica e scienze
Istituto Comprensivo n. 4 Chieti
Scuola Sec. di 1° grado G. Mezzanotte
e-mail diana.cipressi@gmail.com

Sunto
Per "*Fare matematica*" e per sviluppare un pensiero geometrico passo dopo passo, occorre una cura didattica indirizzata allo sviluppo di situazioni problematiche, che possano valorizzare l'esperienza e l'opera degli alunni, la narrazione e il confronto delle idee, l'acquisizione progressiva di concetti e competenze.
Nel laboratorio "*Cubo in prospettiva*", l'alunno potrà padroneggiare le figure nello spazio e progettare modelli geometrici, manipolando oggetti concreti a forma cubica, potrà formulare ipotesi e riconoscere relazioni e proprietà del cubo.
La presentazione del cubo da diversi punti di vista (strutture scheletrate, solidi pieni, sviluppo piano) sarà un valido supporto per acquisire familiarità con un ambiente a tre dimensioni.
I ragionamenti sugli errori e sugli ostacoli cognitivi saranno gli elementi essenziali di una discussione di classe in cui l'alunno potrà superare i momenti di contrasto con sé e gli altri e trasformare la percezione reale dell'oggetto nel modello astratto geometrico.

Parole chiave: Cubo; sviluppo piano; esamini; Leonardo da Vinci; assonometria; volume.

1. Introduzione

Disciplina di riferimento: Matematica
Ordine di scuola: Scuola sec. di 1° grado, classi seconda/terza.

Dalle Indicazioni nazionali 2012:
Competenze di disciplina

- Riconoscere e risolvere problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- Riconoscere e denominare le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e cogliere le relazioni tra gli elementi.

- Sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati.

Obiettivi di apprendimento

Spazio e figure

- Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali e viceversa
- Conoscere le principali proprietà delle figure geometriche; individuare gli elementi significativi di una figura.

Relazioni e funzioni

- Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.

Moduli

- I poliedri di Leonardo da Vinci
- Il cubo scheletrato
- La prospettiva e l'assonometria
- Lo sviluppo del cubo e gli esamini
- Il volume in scatola

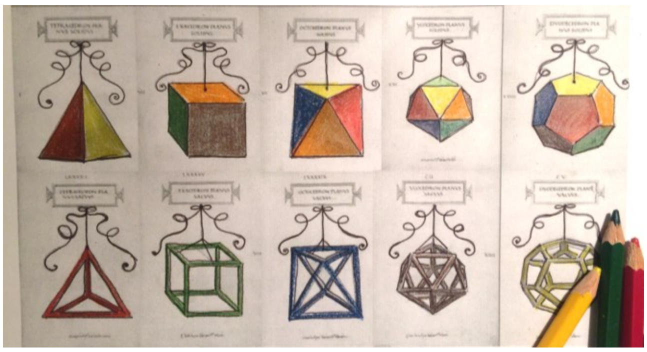
Metodologie

Problem solving; Learning by doing; Lavori di gruppo; Didattica ludica; Didattica metacognitiva.

2. I poliedri di Leonardo da Vinci

Nel 2019 ricorrono i 500 anni dalla morte di *Leonardo Da Vinci*, personaggio poliedrico per eccellenza del Rinascimento, artista, scienziato e matematico.

Un contributo di Leonardo sui poliedri regolari è rappresentato nel "*De divina proportione*" di Luca Pacioli; ecco i 5 disegni di Leonardo da Vinci che rappresentano il tetraedro, l'esaedro, l'ottaedro, l'icosaedro e il dodecaedro:



Cubo in prospettiva

L'osservazione di questi poliedri, rafforzata con modelli di plastica o legno, permetterà agli alunni di individuarne le principali caratteristiche:

- *le facce sono poligoni regolari*
- *le facce sono uguali fra loro*
- *ogni spigolo è il lato di due facce*
- *ogni vertice è l'estremo di almeno tre spigoli*
- *in ogni vertice concorrono almeno tre facce*

e di determinare il numero complessivo di facce, spigoli e vertici.
Infine gli alunni possono compilare una tabella:

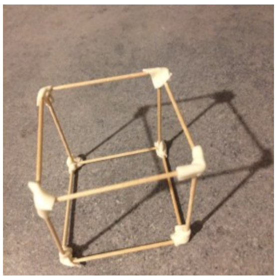
Poliedro	**Forma di una Faccia**	**n° totale di Facce (F)**	**n° totale Vertici (V)**	**n° totale Spigoli (S)**
Tetraedro	triangolo equilatero	4	4	6
Esaedro	quadrato	6	8	12
Ottaedro	triangolo equilatero	8	6	12
Icosaedro	triangolo equilatero	20	12	30
Dodecaedro	pentagono regolare	12	20	30

Dalla tabella essi deducono che coppie di poliedri scambiano il numero delle facce e dei vertici; diremo che sono duali il cubo e l'ottaedro e anche l'icosaedro e il dodecaedro.

3. Il cubo scheletrato

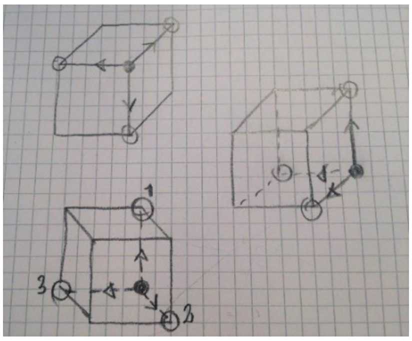
La prima attività sui cubi, fatti da stuzzicadenti e plastilina o biadesivo, servirà a visualizzare spigoli e vertici; essa sarà affiancata successivamente da cubi costruiti in cartoncino, ad evidenziare le facce dei solidi.
Il gioco "*Amici nel cubo*" promuove l'osservazione delle relazioni topologiche tra gli elementi del cubo (tralasciando invece le caratteristiche metriche):

a) Supponete che ogni vertice del cubo sia una persona e ogni spigolo tra due vertici sia una relazione di amicizia tra due persone.



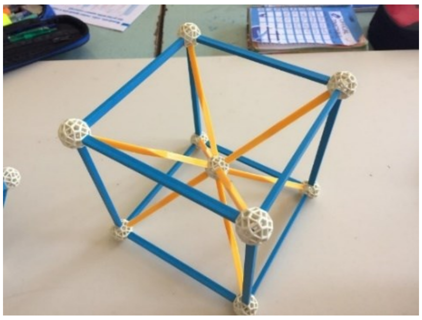
- *Cercate una persona P amica con altre tre persone. Quante sono le persone P?*
- *Potete trovare un gruppo G di quattro persone amiche a due a due?*

Gli alunni osservano il modello costruito e riflettono sui disegni tracciati sul foglio.



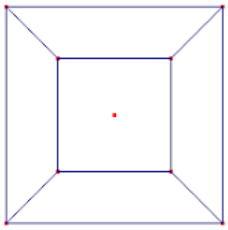
- Ogni vertice nero P è collegato con tre vertici bianchi, quindi ogni vertice P del cubo ha tre relazioni di amicizia: le persone P sono 6.
- Un qualsiasi gruppo di 4 persone-vertici non può essere formato da amici a due a due.

b) *Utilizzate ora il cubo scheletrato con le diagonali del cubo. Supponete che ogni vertice del cubo sia una persona e ogni relazione di amicizia tra due persone sia data da spigoli oppure da diagonali. Trovate le differenze con il cubo precedente.*



- Ogni vertice P è collegato con 4 vertici, tre lungo uno spigolo e uno lungo una diagonale; quindi le persone P con 4 amici sono tante quanti i vertici del cubo, cioè 6.
- In ogni gruppo di almeno tre amici, non si trovano amici a due a due.

c) Il *grafo* del cubo, che si ottiene proiettando il poliedro stesso su un piano, potrà essere di aiuto per esplorare ancora le proprietà del cubo e per individuare le "trasformazioni" subite dal cubo:



- *Le sei facce del cubo sono diventate nel grafo un quadrato piccolo, un quadrato grande e quattro trapezi isosceli.*
- *Gli otto vertici del cubo sono nel grafo i vertici dei quadrilateri che lo formano.*
- *I dodici spigoli del cubo si contano ora nei lati dei due quadrati e dei quattro trapezi.*

Cubo in prospettiva

Il parallelismo tra spigoli non è più conservato nei quattro trapezi che stanno a rappresentare le facce laterali del cubo.
La verbalizzazione delle procedure sarà un valido aiuto per l'acquisizione del linguaggio specifico.

4. La prospettiva e l'assonometria

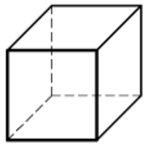
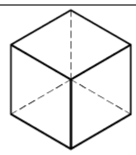
Il disegno di Leonardo è un'assonometria isometrica? È una rappresentazione grafica da cui è possibile ricavare la forma precisa e le dimensioni reali dell'oggetto reale?
Per rispondere, ogni alunno avrà una scatola cubica appoggiata sul banco da guardare da più punti di vista e potrà notare che la visione dipenderà dalla distanza tra l'oggetto e l'osservatore e dalla posizione dell'osservatore.
Spunti di riflessioni:

Ponete la scatola in modo che sia visibile una faccia frontalmente:

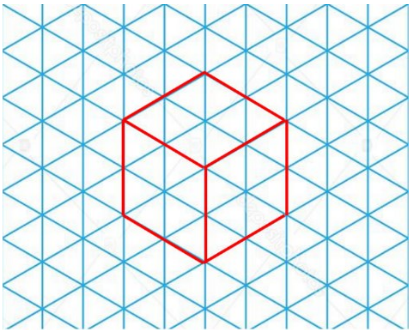
- *Le facce visibili appaiono tutte quadrate?*
- *Gli spigoli visibili sono di uguale lunghezza?*
- *Quali spigoli sembrano ancora paralleli?*

- *Allontanate il punto di vista, cercando di visualizzare una forma di quadrato per la faccia frontale e di parallelogramma per altre due facce.*
- *Quali spigoli appaiono paralleli?*

L'osservazione delle scatole cubiche variata rispetto alla distanza tra osservatore e piano di proiezione genera due tecniche di rappresentazione grafica, la prospettiva e l'assonometria.
Gli alunni in gruppo riferiscono le rispettive analisi, riflettono in una discussione collettiva e sintetizzano in una tabella le proprietà rilevate:

	Assonometria cavaliera o obliqua	*Assonometria isometrica*
Rappresentazione grafica		
Facce quadrate	La faccia frontale e la sua opposta	Nessuna faccia
Parallelismo tra facce opposte	Si conserva	Si conserva
Parallelismo tra spigoli opposti	Si conserva	Si conserva
La lunghezza degli spigoli	Misure reali asse x e z; dimezzate asse y	Misure reali sui tre assi x, y, z

Gli alunni si metteranno alla prova con la rappresentazione di assonometrie, in particolare usando la carta apposita per l'assonometria isometrica.



5. Lo sviluppo del cubo e gli esamini

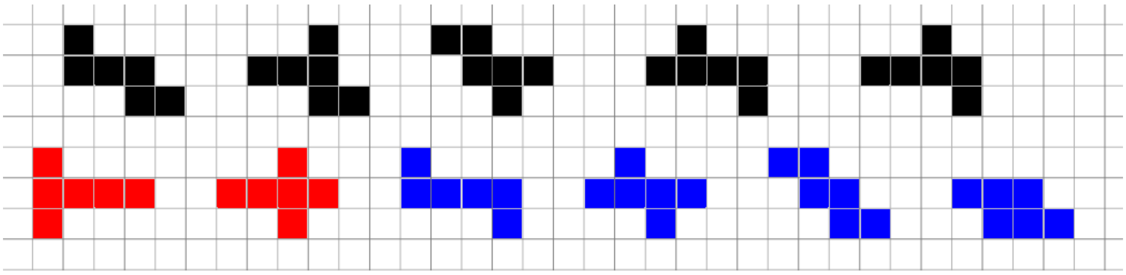
Per organizzare il passaggio tra immagine bidimensionale e tridimensionale, proponiamo alla classe la costruzione di figure piane, unendo sei quadrati uguali, aventi almeno un lato in comune. Con le figure che si ottengono - gli "*esamini*" – i ragazzi scoprono che il cubo non ha un solo sviluppo piano, a forma di croce.

- *Scegliete una opportuna unità di misura e cercate gli esamini che rappresentano lo sviluppo piano di un cubo. Costruite una tabella per gli sviluppi del cubo:*

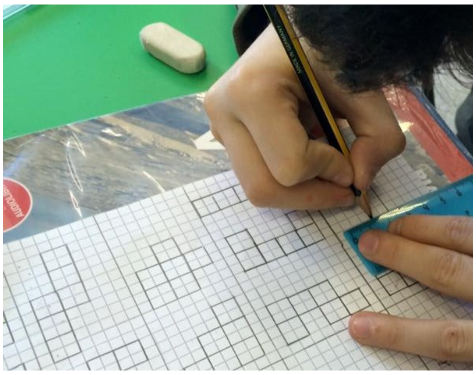
Figura	Perimetro	Area

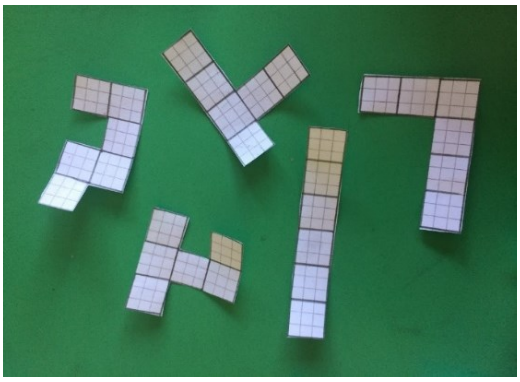
Cubo in prospettiva

Man mano che gli alunni disegnano le figure sul foglio, devono decidere se due esamini sono uguali e se differiscono per una rotazione o un ribaltamento e valutare quante sono complessivamente le figure. Ritagliano gli esamini e dal confronto reciproco ricavano gli undici sviluppi del cubo:



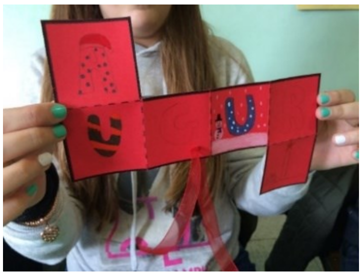
La classe riconosce infine che tutti gli esamini sono equivalenti e che non tutti sono isoperimetrici.

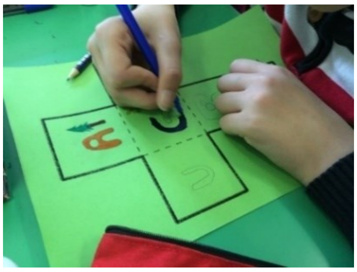




Sul sito xlatangente https://www.youtube.com/watch?v=URUb7GOEWyU la classe può vedere un'attraente animazione che mostra gli sviluppi piani del cubo.

- *Stampate su un cartoncino uno sviluppo piano del cubo; ritagliate e decorate, per il prossimo Natale, l'esamino con la parola "AUGURI". Chiudete il pacchetto con un fiocco rosso.*





La realizzazione di un pacchetto infiocchettato, fatto con le proprie mani, crea un clima di festa, di collaborazione e di coinvolgimento e nello stesso tempo l'approccio *Learning by doing* promuoverà una relazione naturale tra il "*fare*" e il "*pensare*".

Se la classe è interessata, i gruppi di lavoro potranno indagare anche su possibili classificazioni degli esamini (in base alla concavità, oppure rispetto agli assi di simmetria, ecc.).

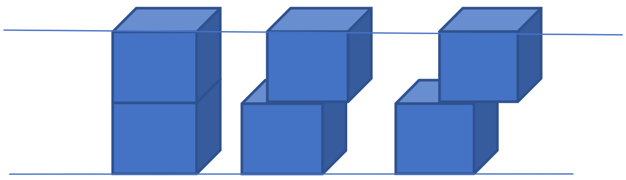
Gli esamini, come si è notato, possono rappresentare un contesto didattico adatto alla visualizzazione di relazioni matematiche di diverso genere:

- *isometriche*: per riconoscere le figure congruenti, se soggette a spostamenti;
- *metriche:* per calcolare perimetro e area, distinguendo grandezze e unità di misura;
- *topologiche:* per trovare relazioni tra lati o vertici.

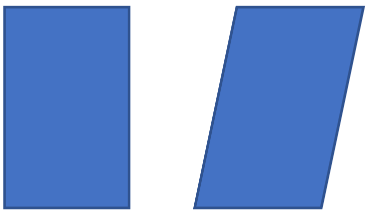
6. Il volume in scatola

Alcuni dei moduli precedenti si adattano anche ad una programmazione di classe seconda mentre questo modulo con difficoltà legate al linguaggio algebrico è più consono ad una classe terza.

A) *Provate a costruire con cubetti uguali torri di uguale altezza ma forma diversa. Che cosa notate?*
   Proviamo a sovrapporre due cubetti uno sull'altro.

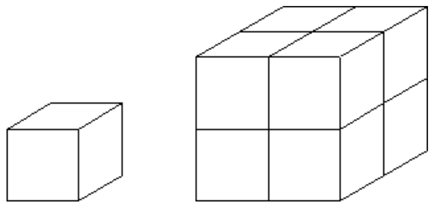


Poiché la diversa forma dei tre solidi non compromette lo spazio contenuto in essi, diremo che i tre solidi sono equivalenti, cioè hanno lo stesso volume.
Costruendo solidi con tre, quattro, … cubetti, aventi stessa base e stessa altezza, gli alunni percepiranno il volume come prodotto dell'area di base per l'altezza.
Ricorderemo a tal proposito un contesto analogo nella geometria piana: se due quadrilateri hanno stessa base e stessa altezza, allora hanno la stessa area cioè sono equivalenti.



Cubo in prospettiva

B) *Si narra che ad Atene si era diffusa la peste; gli abitanti, giunti a Delo, interrogarono l'oracolo di Apollo che rispose: "La peste cesserà quando sarà mitigata l'ira degli dei" e suggerì di raddoppiare l'altare a forma cubica di Apollo.*
Gli ateniesi fecero costruire un altare, con lo spigolo doppio, ma la peste continuò. Sapete perché il metodo non funzionò?



Gli alunni confrontano alcuni esempi, dopo aver riportato i risultati in una tabella: se lo spigolo del primo cubo è 1 cm, il suo volume è 1 cm^3, mentre il cubo con spigolo doppio, cioè lungo 2 cm, avrà volume 64 cm^3, e quindi il volume V_2 non è il doppio di V_1.

spigolo l_1 *(cm)*	*volume* V_1 *(cm^3)*	*spigolo* $l_2 = 2\ l_1$ *(cm)*	*volume* V_2 *(cm^3)*	*rapporto* V_2/V_1
1	*1*	*2*	*8*	*8/1=8*
2	*8*	*4*	*64*	*64/8=8*
3	*27*	*6*	*216*	*216/27=8*

Essi potranno formalizzare la questione con il linguaggio algebrico:

- Se lo spigolo viene raddoppiato - $l_2 = 2 \times l_1$ - allora il volume del cubo diventa otto volte maggiore, cioè $V_2 = (l_2)^3 = (2 \times l_1)^3 = 8 \times V_1$.
- Se il volume del cubo viene raddoppiato - $V_2 = 2 \times (V_1) = 2 \times (l_1)^3$ - allora lo spigolo dell'oracolo non è raddoppiato, infatti $l_2 = \sqrt[3]{V_2} = \sqrt[3]{2} \times l_1$.

In conclusione per soddisfare Apollo, occorrerà moltiplicare lo spigolo l_1 per $\sqrt[3]{2}$, cioè si tratterà di padroneggiare un numero irrazionale.

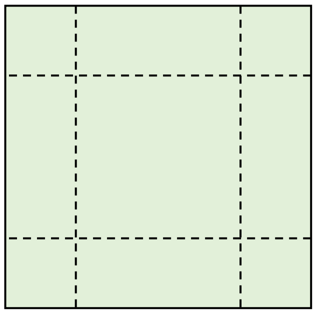
Che cosa c'è di strano in questo numero?
Per i matematici greci si trattava di costruire un segmento con le regole geometriche della riga e del compasso, ma ciò non è possibile per i numeri irrazionali e i Greci non riuscirono a debellare la peste.
Un problema simile è quello della duplicazione del quadrato:

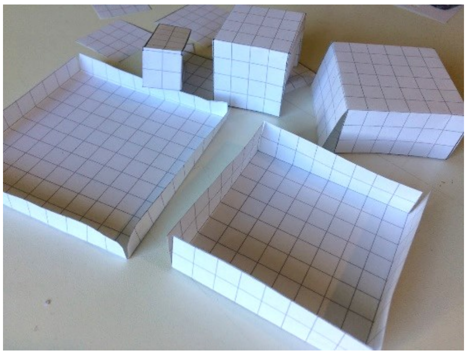
$$A_2 = 2 \times A_1$$
$$(l_2)^2 = 2 \times (l_1)^2$$
$$l_2 = \sqrt{2} \times l_1$$

Come si nota, anche per il quadrato di area doppia si deve utilizzare un numero irrazionale, $\sqrt{2}$.

C) Consegniamo a ciascun gruppo fogli quadrati di lato *12 cm* e chiediamo:

- *di costruire scatole a base quadrata, ritagliando quattro quadratini agli angoli del foglio.*
- *di organizzare una tabella con dimensioni (valori interi) e rispettivi volumi delle scatole.*
- *di ricavare il volume massimo e minimo tra tutte le scatole.*
- *di scrivere il volume della scatola in funzione della sua altezza.*





Per la prima scatola occorre togliere un quadratino di lato 1 cm, in modo che nel centro del foglio resti un quadrato di lato $12cm - 2 \times 1cm = 10cm$; la scatola, di altezza 1 cm e area di base 100 cm^2, ha il volume definito dal prodotto dell'area di base per la misura dell'altezza, cioè 100 cm^3.

La tabella riporta i casi possibili:

Lato *x* del quadratino (cm)	Area *Ab* di base (cm^2)	Altezza *h* della scatola (cm)	Volume *V* della scatola (cm^3)
1	100	1	100
2	64	2	128
3	36	3	108
4	16	4	64
5	4	5	20
6	**0**	**6**	**0**

Come si può vedere, il volume della scatola dipende dal lato *x* del quadratino: è massimo se x è lungo 2 cm e nullo se x è 6 cm.
Gli alunni ripetono l'esperienza con fogli quadrati di altre dimensioni (18 cm, 24 cm, …) e scoprono che il valore massimo si ha se *x* è 1/6 di *a* e minimo se *x* è 1/2 di *a*, come si deduce dalla tabella:

Cubo in prospettiva

foglio quadrato *a* x *a*	lato *x* se V è max	lato *x* se V è min
12 x 12	x = 2 cm	x = 20 cm
18 x 18	x = 3 cm	x = 9 cm
24 x 24	x = 4 cm	x = 12 cm

Traducendo nel linguaggio algebrico, il volume della scatola è espresso in $V = (a-2x)^2 \cdot x$ ovvero $V = 4x^3 - 4ax^2 + a^2x$.

Gli alunni potranno verificare i valori massimo e minimo della funzione con una rappresentazione della funzione V(*x*) sul piano cartesiano.

Una nota per il docente: la funzione *V* di *x* ammette infatti un massimo e un minimo rispettivamente in $x = \frac{1}{6}a$ e $x = \frac{1}{2}a$, come si evince dalla derivata $V' = 12x^2 - 8ax + a^2$.

I casi riconducibili a valori interi sono cioè caratteristici di un foglio con il lato multiplo di 6.

7. Considerazioni finali

Le attività in cui l'alunno manipola (taglia, disegna, piega, ..) serviranno a sviluppare una maggiore sicurezza e un incremento di emotività positiva, essenziali per una buona visione dello spazio.

La progressione graduale dei concetti guidata dall'insegnante stimolerà la classe nel riconoscimento di analogie in situazioni diverse, al fine di raggiungere un'idea unitaria del sapere: la struttura scheletrica del cubo, le trasformazioni degli sviluppi piani, l'ottimizzazione dei volumi, … sono i cardini fondamentali di un sapere contestualizzato.

La prospettiva del presente laboratorio è dunque quella di valorizzare l'esperienza diretta dei discenti in quei contesti di apprendimento che stimolano la riflessione, con alcuni nuclei fondanti del curricolo di matematica, che possono essere versatili su vari livelli di approfondimento.

Bibliografia e sitografia

Emma Castelnuovo. *La Matematica. Figure solide.* La Nuova Italia

Pierluigi Odifreddi. *C'è spazio per tutti.* Mondadori

Gianfranco Arrigo, Silvia Sbaragli. *Salviamo la geometria solida! Riflessioni sulla geometria dall'infanzia alle superiori*

http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/sbaragli/geometria%20solida.pdf

Maria Dedò. *Modelli nella comunicazione a scuola, ma non solo*

http://www.xlatangente.it/upload/files/modelli%20nella%20comunicazione%20a%20scuola%2C%20ma%20non%20solo.pdf

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 13-24

Riflessioni comparative sulla Gestione del Lavoro in Azienda e a Scuola: il rapporto tra il "Docente Project Manager" e gli "Alunni Collaboratori"

Fabrizio Basciani

Istituto Comprensivo Pescara 2,
Docente di Tecnologia,
Via Vincenzo Cerulli 15, 65126, Pescara, Italy
fbasciani@wavecon.it

Sunto
Quando si tenta di fare paragoni tra Azienda e Scuola, da più parti vengono sollevate forti obiezioni: *"la scuola non è un'azienda", "le dinamiche pubbliche sono diverse da quelle private", "un alunno è diverso da un cliente", etc …*
Tuttavia, esistono alcune tecniche di gestione del lavoro, ormai consolidate tra i manager aziendali, che potrebbero risultare molto utili ai docenti per migliorare la gestione del proprio tempo, l'efficacia delle proprie lezioni, la partecipazione emotiva degli alunni.
L'articolo intende analizzarle alcune, proponendo la comparazione tra la figura del professore e quella di un project manager, in una sorta di "docente project manager" e tra quella dell'allievo e del collaboratore aziendale, che sarà per noi l'"alunno collaboratore".

Parole chiave: soft skills, project management, gestione del lavoro, gestione del team, time management, leadership.

1. Premessa

Talvolta, in alcuni contesti scolastici ed extrascolastici, assisto a dibattiti più o meno accesi sul confronto tra il ruolo dei docenti, impiegati pubblici, e quello dei dipendenti privati, dibattiti che si articolano su diversi aspetti, dalla remunerazione alle ore lavorate, dalle condizioni contrattuali alle responsabilità, dalla disponibilità di strumenti alla gratificazione professionale.
Si tratta, in effetti, di due mondi piuttosto lontani tra loro: da una parte, abbiamo l'impiegato aziendale, che, in sostanza, perfeziona il proprio status di ottimo lavoratore nel momento in cui persegue la **massimizzazione del profitto** dell'imprenditore che lo ha assunto, attuando una serie di tecniche e metodologie che confluiscono, per dirla in una, nell'efficientamento di tempi e costi e nella risoluzione dei suoi problemi; dall'altra,

quello del docente di alunni in età preadolescenziale, professione che mira all'educazione psicopedagogica e alla **formazione culturale** personalizzata di ogni singolo individuo.
Due mondi fortemente differenti per scopi, per attività, per approccio metodologico, per etica.
Il primo, quello delle Imprese, vede nel business, inteso come differenza tra ricavi e costi, il proprio motore unico. Il secondo, quello della Scuola, punta, come spesso si sente affermare, al raggiungimento dell'obiettivo formativo "a tutti i costi", "incondizionatamente".
Quando ci si avvicina, tuttavia, al tema dei costi e delle condizioni per il conseguimento di obiettivi, ci si rende conto che i suddetti due ambienti non sono poi così lontani; quando, ad esempio, un docente non riesce a farsi comprendere dai suoi alunni o anche da un solo alunno, oppure quando non riesce ad organizzare le lezioni dell'anno scolastico per completare il programma, o a preparare la propria didattica per il giorno successivo per mancanza di tempo, di fatto i suoi clienti finali, gli alunni appunto, stanno pagando un prezzo molto alto: quello dell'inefficacia e/o dell'inefficienza dell'adulto che sottrae conoscenza ai propri studenti.
Parimenti, quando un allievo compie evidenti sforzi, a casa e in classe, per prendere un bel voto, ma i risultati non arrivano, è possibile che non siano state messe in atto dall'insegnante tutte le metodologie di lavoro conosciute ed applicabili in quella peculiare situazione, alcune derivabili senz'altro dal buonsenso, altre sicuramente dalla Pedagogia e dalla Scienza dell'Educazione e, magari, altre ancora, da contesti professionali extrascolastici, proprio come quello aziendale, ossia dalla capacità di organizzarsi che il docente dovrebbe possedere.
Voglio essere molto chiaro sull'argomento: i cosiddetti soft skills manageriali, riassumibili nell'attività del Project Management, inteso come la capacità di *gestire progetti* e, in via più generale, il proprio lavoro, NON E' e non vuole essere nel modo più assoluto un sostitutivo di tutto quel mondo di teorie pedagogiche e didattiche che, da più di due secoli, sta facendo il suo mirabile e prezioso percorso di sviluppo e di adeguamento costante alle mutevoli esigenze della società. Non è il suo obiettivo questo, e non ne avrebbe le competenze.
Tuttavia, l'osservazione della realtà scolastica quotidiana offre, in verità, ad un project manager professionista, diversi spunti di riflessione sulla possibilità di migliorare alcuni aspetti ricorrenti di gestione del contesto lavorativo, dei tempi di svolgimento delle attività, dei costi di realizzazione di alcune idee didattiche, della qualità del servizio, della comunicazione tra pari e con esterni, ecc…
L'obiettivo dell'articolo è proprio questo: dimostrare che alcune tecniche e metodologie di organizzazione del lavoro, consolidate in ambienti extrascolastici, possono essere proficuamente utilizzate in ambienti scolastici per migliorare i risultati di quello che, in effetti, non è altro che un Progetto, forse, il Progetto più importante di tutti: il Progetto Educativo.

Accennando talvolta questo argomento ad alcuni colleghi ed amici, mi sono state sollevate forti obiezioni: *"la scuola non è un'azienda", "le dinamiche pubbliche sono diverse da quelle private", "un alunno è diverso da un cliente", ecc…*
Beh, ho sempre pensato che chi fa tali affermazioni si trovi nella condizione di non conoscere le metodologie di organizzazione del lavoro, o il mondo aziendale, e pertanto non riesce ad intravedere i possibili punti di collegamento fra quest'ultimo e il mondo scolastico.
Io credo, invece, che al giorno d'oggi aprire il proprio orizzonte professionale e tentare di migliorarsi è l'unico processo che non possiamo davvero permetterci di ignorare, qualunque sia il lavoro che svolgiamo, in particolare se siamo docenti.
Alla luce di queste considerazioni, voglio pertanto soffermarmi su alcuni temi su cui le Aziende illuminate puntano per migliorare la gestione dei rapporti con i dipendenti, nel tentativo di creare un ambiente di lavoro motivante e stimolante, contestualizzandole nel mondo scolastico. Tali temi sono:

- La gestione del Team di lavoro;
- Il Time Management;
- La condivisione del successo;
- La Leadership.

2. La Gestione del Team di lavoro

Chi gestisce persone, sia esso un manager aziendale o un docente di scuola, deve capire davvero a fondo quali siano le "molle" che le fanno muovere.
È da sfatare l'idea per cui le persone non hanno voglia di lavorare (o di studiare). L'idea corretta sarà: le persone, se non adeguatamente motivate, daranno l'impressione di non aver voglia di lavorare.
Scatta qui il concetto di *"cliente interno"*.
Diceva Ed Mc Cracken, storico CEO della Silicon Graphics: "In qualsiasi azienda, le persone sono la risorsa più importante, risorsa che va a casa ogni sera e il giorno dopo potrebbe rientrare o non rientrare. Le aziende più illuminate considerano tutti i loro dipendenti come degli imprenditori autonomi".
Perché non applicare lo stesso principio anche agli alunni di una classe? Anche loro sono le nostre risorse per la costruzione del progetto formativo. Se vanno via, il docente, anzi il consiglio di classe, avrà fallito nella sfera professionale. Se lavorano controvoglia, se non sono motivati, gli allievi renderanno poco. Essi rappresentano, in un certo qual modo, contemporaneamente il nostro capitale più importante ed il nostro "cliente interno", da soddisfare per i propri bisogni.
Proviamo dunque a pensare agli allievi come se fossero gli "alunni collaboratori" di un "docente project manager", ed applichiamo a questo modello sperimentale le tecniche consolidate di motivazione dei manager aziendali, per farli rendere di più, per migliorare

il processo di apprendimento, la partecipazione, il coinvolgimento di ogni singolo individuo.

2.1 Cosa vogliono gli alunni-collaboratori dal docente project manager

Alcuni studi, sviluppati da importanti società di consulenza nelle grandi aziende, hanno chiarito che, nella maggioranza dei casi, i collaboratori, interrogati in termini di "cosa vuoi, da 1 a 10, dall'azienda dove lavori", hanno compilato la seguente lista di priorità:

1. Pieno apprezzamento per il lavoro svolto
2. Sentirsi coinvolti nei problemi del lavoro
3. Comprensione e interesse verso i problemi personali
4. Buon livello salariale
5. Sicurezza del posto di lavoro
6. Lavoro interessante
7. Promozioni e crescita insieme all'azienda
8. Lealtà della direzione verso i collaboratori
9. Buone condizioni di lavoro
10. Disciplina non opprimente

Al contrario di quanto ci si aspetterebbe, il livello salariale non è al primo posto, dove, invece, c'è il pieno apprezzamento per il lavoro svolto.
Se facessimo la stessa domanda in una classe, sostituendo il livello salariale con la "retribuzione" tipica di un alunno, cioè il voto finale di una valutazione, come cambierebbero le risposte? Molto probabilmente resterebbero immutate.
Ricevere pieno **apprezzamento** per il lavoro svolto significa per le persone (adulti o allievi), desiderare che i loro superiori dicano loro ciò che hanno fatto bene, e non soltanto ciò che hanno fatto male. Come il buon manager aziendale dovrebbe appositamente girare per l'azienda e "sorprendere" le persone mentre fanno qualcosa di valido, così il docente project manager, nell'ottica di **motivare** gli alunni e sviluppare il team building, dovrebbe quindi aggirarsi tra i banchi e lodare spesso coloro che hanno portato a termine un lavoro, o parte di esso, in modo egregio.
Certo, motivare è un impegno estenuante, per il docente project manager, ma fondamentale; il docente che, infatti, quasi mai esprime apprezzamenti per i suoi alunni, alla lunga si ritrova con elementi demotivati, come accade in azienda!
Anche le moderne teorie pedagogiche percorrono, oggi, la stessa strada: il docente, in esse, è visto come un tutor, una guida per gli alunni, che, autonomamente, impostano e svolgono attività su una traccia proposta e vengono costantemente incoraggiati e, se necessario, dolcemente corretti. Il docente project manager è, di fatto, un allenatore che mette i propri allievi nella condizione di ricevere un encomio.

Al secondo posto della classifica dei desiderata aziendali, abbiamo visto apparire il "sentirsi coinvolti nei problemi del lavoro". Anche in una classe, il lavoro di gruppo aiuta tutti a raggiungere gli obiettivi: rompe l'isolamento del banco e agevola le collaborazioni, il flusso di informazioni cognitive, il problem solving, la collaborazione. **Sentirsi parte di un progetto**, di un gruppo di lavoro, di un'organizzazione volta a raggiungere un obiettivo, insomma, motiva.
Come in azienda è buona norma tenere riunioni regolari, far circolare statistiche, piani e informazioni acritiche relative all'andamento dell'azienda, intensificare i colloqui diretti tra manager e collaboratori, per spiegare la visione aziendale, continuamente in divenire, così, in classe, è opportuno che il docente project manager condivida con gli alunni-collaboratori gli obiettivi disciplinari, il traguardo finale, il programma dell'anno e del quadrimestre, i criteri di valutazione, ecc…
Al terzo posto della classifica abbiamo trovato "comprensione e interesse verso i problemi personali". Ciò che motiva le persone non è tanto quello che il responsabile fa, quanto l'**attenzione** e l'**interesse** che si dedica loro. In azienda come in classe, viene perciò da chiederci:

- Conosciamo davvero le mete e le ambizioni di tutte le persone che lavorano con noi?
- Facciamo caso alle loro emozioni e alle loro problematiche? Le sentiamo nostre?

Se non lo facciamo o lo facciamo solo in parte, perdiamo, come manager o docenti project manager, un'enorme opportunità, in termini di produttività e di coinvolgimento.
Proviamo ora ad analizzare le altre voci della lista sopra riportata, sempre con il solito parallelismo tra azienda e gruppo classe. E, quindi, cosa potrebbe essere, in classe, il corrispondente del "buon livello salariale"?
Probabilmente, nonostante sia stato più volte spiegato ai ragazzi che l'obiettivo finale del percorso di istruzione è l'acquisizione delle competenze, nella testa di ognuno il voto – il più alto possibile - rappresenta ancora il fine ultimo delle fatiche a scuola.
Voto basso, salario basso.
Voto alto, salario alto.
A quanto pare, però, l'importanza del fattore "voto alto" viene dopo le prime tre caratteristiche succitate e, inoltre, il livello di remunerazione delle proprie fatiche andrebbe esaminato insieme al fattore "buone condizioni di lavoro", scivolato, nella classifica, al 9° posto; insieme, infatti, essi costituiscono il cosiddetto "pacchetto retributivo atteso" da un collaboratore, pacchetto costituito, in azienda, da due parti:

- Una retribuzione tangibile, composta *fattori "hard"*: salario, eventuali incentivi e spazi e attrezzature di lavoro da poter utilizzare;
- Una retribuzione intangibile, data dai *fattori "soft"*: "pieno apprezzamento per il lavoro svolto", "coinvolgimento nei problemi del lavoro" e "interessamento ai problemi personali"

E abbiamo visto come, in classifica, i fattori soft pesino molto di più.
È inutile proseguire con l'analisi degli altri fattori: in qualsiasi ambito, aziendale o scolastico, la **soddisfazione dei fattori soft** assolve alla soddisfazione degli altri fattori

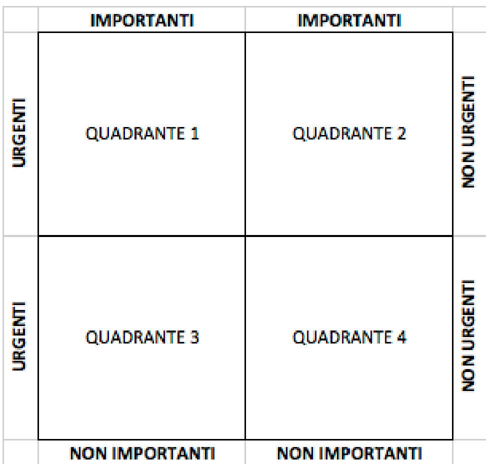
residui, per cui, visto che lo scopo di un manager è far arrivare il progetto a buon fine, perché non prenderli in considerazione?

3. Il Time Management come strumento di efficacia e di efficienza

Quando si ha un ruolo di responsabilità all'interno di un gruppo, si viene, inevitabilmente, travolti da una serie di impegni, che, spesso, ci impediscono di essere creativi e ci limitano nelle attività, che potrebbero farci fare la differenza o che ci divertirebbero e motiverebbero maggiormente.
Diventa, pertanto, importantissimo imparare a gestire il proprio tempo, dedicandolo in giuste proporzioni alle varie attività, senza trascurare nulla.
Immaginiamo per un attimo di avere, come insegnanti, tutto il tempo del mondo. A cosa ci dedicheremmo? La maggior parte dei docenti, sicuramente, risponderebbe che le due attività basilari per lo sviluppo professionale sono:

- La propria formazione
- La motivazione degli alunni.

Però, se poi chiediamo ai docenti quanto tempo dedicano realmente alle suddette attività, rispondono con un classico: "devo riuscire a trovare il tempo prima o poi", oppure "le farò quando avrò tempo".
Siamo ad un paradosso, no? Attività che farebbero la differenza per lo sviluppo e la gratificazione professionale vengono relegate ad un eventuale spazio futuro, imprecisato, pur essendo riconosciute come **strategiche**.
Come facciamo a gestire il nostro tempo? Nel mondo aziendale, lo spiega Stephen Corvey, nel suo libro "I Sette Pilastri del Successo". Vediamo se lo stesso metodo è applicabile anche al mondo scolastico.
Immaginiamo il tempo totale che un docente project manager ha a disposizione e dividiamolo in quattro quadranti, come nella figura seguente:



Il Quadrante I contiene il tempo dedicato alle attività Urgenti ed Importanti, che in azienda sono le cosiddette crisi (fermi di produzione, arresto delle vendite, scioperi, ecc…). Quali sono, per un docente project manager? Sicuramente, anch'egli ha da gestire situazioni di crisi: la lite tra due alunni o l'infortunio di un alunno, un allarme incendio, ecc…, ma soprattutto, nel suo quadrante I c'è la produzione dei risultati del ruolo che svolge. In ambito progettuale, quindi, abbiamo la gestione del progetto formativo concordato con il suo team di lavoro, ossia la classe stessa. Fanno parte del quadrante I, in sintesi:

- La progettazione degli obiettivi, la programmazione degli argomenti, ecc…;
- La valutazione formativa e sommativa, ovvero le attività di monitoraggio e controllo;
- Tutte le altre attività fulcrali del ruolo didattico ricoperto.

Il Quadrante III contiene le attività Urgenti ma Non Importanti: sono attività che devono essere svolte subito, ma non faranno per noi la differenza: rispondere ad una circolare del Dirigente Scolastico, rispondere ad un avviso di campagna di sensibilizzazione, partecipare ad alcune riunioni informali con altri docenti, ricevere i rappresentanti di libri di testo, ricevere genitori che vengono a colloquiare, non invitati, fuori orario di visita, ecc…

Il Quadrante II contiene le attività Importanti ma Non Urgenti, ovvero che possono essere rimandate.

Quali sono, per un docente?

- La propria formazione professionale: sarebbe importante, ma non è urgente, la rimandiamo sempre!
- La motivazione dei propri alunni: sappiamo che è fondamentale, ma spesso non la facciamo per… mancanza di tempo, pur consapevoli che nessuno dei nostri alunni verrà mai a chiedercela espressamente;
- La pianificazione: molti docenti credono di progettare le attività dell'anno scolastico, ma, alla fine, a mala pena ricorrono alla cara vecchia programmazione ministeriale.
- Attività preventive: un vecchio spot pubblicitario recitava che "è meglio prevenire che curare". Verissimo, un bravo docente project manager non agisce sugli effetti di un problema (ad esempio, di conflitto tra allievi) in classe o almeno non solo su quello (ad esempio, con una nota sul registro). Al contrario, si adopera per modificare le cause che hanno generato il problema, in modo che esso non si ripresenti e che lui non debba tornare a gestire una nuova crisi in futuro. **Ricordiamolo sempre, le attività di Quadrante II non gestite oggi diventano le crisi del Quadrante III da gestire domani!**
- Sviluppare nuove opportunità: contattare docenti di altre scuole, organizzare scambi culturali, progettare attività para-didattiche: tutto ciò che esalta la nostra motivazione, la creatività e la gratificazione professionale.

Le attività del Quadrante IV, infine, sono Non Importanti e Non Urgenti: rassettare l'armadietto in aula docenti, cancellare la lavagna a fine lezione, riordinare la cattedra, sfogliare svogliatamente il libro di testo, leggere le circolari scadute in sala professori. Tempo letteralmente sprecato!
Il bravo manager e, quindi, il bravo docente project manager **massimizzano il tempo dedicato alle attività di Quadrante II (Importanti e Non Urgenti) e minimizzano quelle di Quadrante I (le crisi)**. Professionalità, motivazione e gratificazione ne gioveranno.

4. La Condivisione del Successo come strumento di efficacia ed efficienza

Quando si entra in un'azienda, ci accorgiamo subito se i suoi collaboratori hanno sposato la meta aziendale oppure no. Se si, le persone corrono, lavorano bene, si spronano a vicenda, non fanno attenzione agli orari. Se no, guardano costantemente l'orologio, in attesa della fine del turno, rimandano a domani ciò che si potrebbe fare oggi e il manager fa pressione su tutti per ottenere risultati.
In classe si hanno situazioni analoghe. La classe interessata partecipa attivamente, gli alunni vogliono contribuire alla lezione, intervenire, dire la propria opinione. Nessuno attende il suono della campanella e, in alcuni casi, potrebbero anche essere lasciati da soli dal docente: continuerebbero a lavorare! Quando la classe non è interessata, invece, non c'è verso di contenerla.
Cosa stanno chiedendo, realmente, le persone che si comportano così? Cosa vuol dire "sposare la meta"?
Secondo la psicologia del lavoro, "*perché un individuo sposi la meta di un gruppo in modo attivo (e non da mero sostenitore esterno che fornisce il proprio contributo saltuariamente), deve percepire che all'interno del gruppo vi sia la possibilità pratica (e non remota) di poter* ***trionfare a livello personale***", ossia, in altre parole, di potersi distinguere, eccellere, ricevere apprezzamenti, dimostrare la propria unicità.
Nella classe, dunque, se gli alunni collaboratori non pensano di poter trionfare o vedono che il successo personale è troppo complesso da ottenere, lavoreranno al progetto formativo a regime ridotto e il loro cuore sarà altrove. Dove? Dove c'è maggiore probabilità di trionfare: l'alunno penserà al calcetto, al videogame in cui è bravissimo, al suo hobby preferito.
Se, invece, gli allievi percepiscono che, collaborando con il gruppo e con il docente project manager, possono arrivare al trionfo (una bella prestazione, un bel progetto finale, un bel compito di realtà), ci daranno il massimo impegno.
In particolare, cosa succede alle diverse tipologie di alunni in funzione della nostra abilità di docenti project manager nel fargli sposare una meta?

Il grafico seguente, che distingue, in orizzontale, tra “alunni con buone abilità tecniche o motivazionali” e “alunni con scarse abilità tecniche o motivazionali” e in verticale tra “meta sposata” o meno, è commentabile in questo modo:

	SCARSE ABILITA'	BUONE ABILITA'
META SPOSATA	**BUONI BRACCI DESTRI DEL DOCENTE**	**BUONI SOSTITUTI DEL DOCENTE**
	Plasmabili e disponibili	Delega completa possibile
	I gruppi di lavoro da lui gestiti non ultimano i progetti e non migliorano	Crescita del progetto e motivazione degli elementi gestiti
	Gli elementi del suo guppo non sono motivati	
	Casi di turnover	
META NON SPOSATA	**FUNZIONE COPERTA SOLO IN APPARENZA**	**CREATORI DI STRESS E PROBLEMI**
	Il docente deve svolgere ancora la funzione che gli ha delegato, perché l'alunno la ignora o non ne è all'altezza. La non condivisione della meta rende difficile la sua responsabilizzazione e quindi anche la formazione su di lui ha effetti molto scarsi	Varie manifestazioni possibili: - Rischio di abbandono del gruppo classe - alcuni del gruppo di fidelizzano a lui e non al docente - Ostici da gestire - Mercenari
	SCARSE ABILITA'	BUONE ABILITA'

5. Leadership

Chi è un leader? Potremmo dire, senza ricorrere a definizioni complicate, che è una persona che impartisce ordini (istruzioni, se vogliamo, nel mondo scolastico), che i collaboratori eseguono **con orgoglio o con piacere.**

Cosa distingue un leader da un dittatore?

Il dittatore ha senz’altro **autorità**: viene ascoltato e rispettato in funzione del potere che detiene, ma non gode di stima e rispetto.

Il leader ha invece **autorevolezza**: le persone gli ubbidiscono, perché, dal basso, gli viene concessa stima.

Che doti deve, dunque, avere un docente project manager, per sviluppare la leadership sul suo gruppo classe?

Qui di seguito, una lista di caratteristiche sicuramente irrinunciabili.

- **Credibilità e competenza.** Un docente, di norma, ha competenza nella disciplina che insegna, ma riflettiamo su un aspetto. Il progresso, la tecnologia, i continui cambiamenti delle leggi, che governano il mondo scolastico, spostano il docente verso zone di competenza sempre più lontane da quelle iniziali, di partenza. Basti pensare a quanto è accaduto in occasione dell’avvento dell’Autonomia scolastica. Il docente-esecutore del programma ministeriale è stato di colpo caricato della responsabilità della redazione del progetto formativo di ogni singolo alunno e si è dovuto riscoprire un po’ psicologo e un po' project manager. E la formazione, in questo passaggio generazionale e di trasformazione mansionaria, è venuta un po' a mancare. Lo stesso fenomeno accade in azienda: l'espansione e la crescita spingono i manager verso zone di incompetenza, che i bravi manager devono continuamente colmare per mantenere il livello di leadership richiesto. Il bravo docente project manager, quindi, deve curare la propria formazione, leggendo libri, partecipando a corsi, dialogando con colleghi che sono momentaneamente "più avanti", imparando dall'altrui esperienza.

- **Capacità di entusiasmare.** Saper dare la carica al gruppo classe è di estrema importanza. Inutile dire che, per caricare gli altri, bisogna essere carichi in prima persona. Il leader, di fatto, è una persona che si auto-motiva!
Proviamo a riflettere criticamente su come ci poniamo, in genere, nelle comunicazioni alla classe: siamo coinvolgenti o siamo drasticamente didattici? Tendiamo a far vedere che siamo noi i professori, con distacco, o cerchiamo di portare un po' di buonumore? Quando esponiamo il progetto, che stiamo per affrontare, siamo annoiati o arrabbiati, agitati, oppure diamo l'impressione che non vediamo l'ora di iniziare?
E soprattutto, quando qualcosa non va, restiamo avviliti per tutta la lezione o addirittura per più lezioni o ci riprendiamo rapidamente?
Famoso un detto di Thomas Edison, che, dinanzi all'ennesimo fallimento della sua invenzione della lampadina, disse: "Non ho fallito. Ho scoperto mille modi in cui non si riesce a costruire una lampadina".

- **Interesse per le persone.** Il vero leader è *interessato* alle persone che lo circondano, è curioso di sapere, di conoscere, di informarsi su tutto. Il bravo docente project manager sarà interessato ai propri alunni collaboratori, vorrà conoscere i loro punti di vista. Quale sarà il risultato naturale di questo atteggiamento? Otterrà alunni collaboratori interessati! Al contrario, il docente che vorrà apparire *interessante*, genererà alunni collaboratori che vorranno anch'essi apparire interessanti, e quindi, distraendosi, penseranno ad altro.

- **Capacità di monitorare e controllare costantemente.** Ogni volta che impartiamo un'istruzione al gruppo classe, se poi non ci assicuriamo che essa venga eseguita, perdiamo leadership nei confronti dell'alunno che ha disubbidito. E' assolutamente controproducente, inoltre, procedere con l'impartire una ulteriore istruzione, senza esserci assicurati che sia stata evasa quella vecchia.

- **Fiducia dai collaboratori.** Un docente project manager avrà vinto, definitivamente, in termini di leadership, quando tutti gli alunni sentiranno di poter comunicare con lui, senza aver paura delle conseguenze.

6. Conclusioni

Abbiamo visto come alcuni strumenti e tecniche di project management possano migliorare il lavoro quotidiano di tutti gli attori coinvolti nel complesso palcoscenico dell'istituzione scolastica, aumentandone efficacia, efficienza, risultati; il tutto senza costi (se non quello, ovviamente, della personale applicazione nello studio di una nuova disciplina) e, soprattutto, senza stravolgere il modus operandi che ognuno ha già messo in campo per l'elaborazione dei propri doveri.
Tutti, senza saperlo, siamo già project manager, quando desideriamo che un lavoro, che ci è stato affidato, venga svolto nel migliore dei modi, con il massimo risultato e, possibilmente, con il minimo dispendio di energie. Spesso, però, il metodo che utilizziamo per ottenere il risultato non è frutto di una scelta consapevole, ma, semplicemente, è…. l'unico che ci è venuto in mente. Sovente ce ne innamoriamo – perché è il nostro, lo abbiamo inventato noi – e ci abituiamo a considerarlo il migliore, laddove, invece, esso potrebbe essere sostituito o, ancor meglio, potenziato e rafforzato mediante l'aggiunta di tecniche, procedure, comportamenti, che ancora non conosciamo semplicemente perché… nessuno ce li ha insegnati. Imparandoli, potremo probabilmente essere dei docenti migliori e, perché no, dei docenti più gratificati!

Bibliografia

- Fabrizio Basciani, 2019, "*La Gestione del Lavoro nel Mondo Scolastico: il Project Management al servizio di Docenti e Alunni",* Ed. Amazon.
- Paolo A. Ruggeri, 2002, *"I Nuovi Condottieri, Un manuale sulla leadership per i manager del terzo millennio"*, Engage Editore.
- Daniel Goleman, 2013, "*Leadership emotiva. Una nuova intelligenza per guidarci oltre la crisi",* Ed. Rizzoli.
- Marion E. Haynes, 2015, "*Time management. Come organizzare al meglio la propria settimana di lavoro",* Ed. Franco Angeli.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 25-36

Dalla certezza all'incertezza. Dal mimo alla rappresentazione. Il senso dell'interpretazione di alcune poesie di Cros e di Prévert

Fernando Cipriani

fercip2002@yahoo.it

Sunto. Il metodo del dubbio cartesiano deve dominare anche nella ricerca pedagogica e didattica. Apparentemente in matematica la certezza dei dati cancella il dubbio, che però stranamente continua a sussistere per un transfert "magico", nel mistero della quotidianità, quindi nella poesia, come ci insegnano alcune poesie di Cros e di Prévert, a condizione che l'insegnante applichi in modo creativo e in forma di gioco, e quindi per memorizzarle in classe, le tecniche della suggestione, accompagnate dal mimo o dal disegno o dalla rappresentazione grafica. All'infanzia va riconosciuto quindi il diritto al divertimento partecipato, al gioco educativo, all'umorismo talvolta soggiacente al testo, anche per la matematica, come insegna Jacques Prévert.

Parole chiave: metodo diretto e audiovisivo, semantica della certezza e incertezza dell'interpretazione, lo stereotipo, le sequenze narrative, la morale.

1. Premessa: un umorismo[1] pedagogico a scuola

Esordiamo con la storia umoristica contenuta nella poesia di Prévert *Il conto/ L'addition*[2] che riguarda la possibilità di sommare sostanze diverse (in realtà di sommare delle consumazioni di genere diverso: sigarette, caffè, uova sode, piselli e altro). Il cliente rimprovera al cameriere di non conoscere le regole principali della matematica ("è ma-te-ma-ti-ca-mente impossibile sommare sostanze di specie diversa!") che avrebbe dovuto apprendere a scuola; il cliente non solo si rifiuta di pagare ma porta via come ricordo un portatovagliolo (ignorando o fingendo d'ignorare per tornaconto che si possono sommare i costi).

Possiamo tuttavia creare l'atteggiamento umoristico facendo leva su alcune forme di gioco, del mimo e del disegno, su mezzi e metodi dell'apprendimento. Il tentativo di ridurre tutto a didattica significa trascurare da parte dell'insegnante quella distensione

[1] Il presente articolo deriva in gran parte con opportune modifiche dall' Appendice al mio libro, Fernando Cipriani,(2019) *Dal buon umore all'umorismo,* Solfanelli, Chieti, pp. 145-158.

[2] Non diamo per ragioni di spazio il dialogo tra il cliente e il cameriere che si può trovare comunque con testo a fronte in J. Prévert, *Storie e altre storie*, a cura di Ivos Margoni, traduzione dello stesso, Feltrinelli, Milano 1965 (Prima edizione), pp. 72- 75. Per le altre poesie di Prévert qui presenti (da noi tradotte) si trovano in molti manuali di lingua francese.

necessaria all'umorismo, ma il nostro discorso a questo punto è riservato agli insegnanti che per un momento rinunciano al loro ruolo direttivo e si fanno "apprendenti", cioè si mettono al posto dei loro allievi, ridiventano in una certa misura "bambini", facendosi aiutare proprio da loro, che sapranno suggerire la soluzione giusta, il mezzo e il gesto più appropriati, per cui la classe forma un'unità solidale ben organizzata.

2. Suggerimenti pedagogici: dal mimo quale sostituzione del metodo audiovisivo alla tecnica suggestopedica

Premettiamo che si apprende una lingua straniera non con la presentazione di regole astratte (grammatica, sintassi e vocabolario) ma con le forme ludiche (indovinelli, drammatizzazione, mimo, disegno e fumetti), solo successivamente si passa al discorso metalinguistico, si riflette cioè sulla unità della lezione, sulle sue strutture linguistiche, fonetiche e grammaticali. *Insegnare* etimologicamente significa segnare dentro, una verità che presuppone l'interiorizzazione di ciò che si apprende senza alcuna imposizione esterna. Il fin troppo noto metodo diretto nel nostro caso si basa sul supporto audiovisivo, qui però rappresentato dalla voce dell'insegnante o al limite dall'ascolto della registrazione, a cui contemporaneamente si aggiunge il mimo, effettuato possibilmente prima dall'insegnante e poi da alcuni componenti della classe come controllo di quanto memorizzato pprima. Il mimo (espressioni facciali e gestualità spesso suggerita dai ragazzi) favorisce il metodo diretto, che non fa ricorso per l'apprendimento della lingua straniera (il francese nel nostro caso) alla lingua madre o alla traduzione per evitare l'errore e l'interferenza linguistica.

Esiste comunque sempre la possibilità che comporta l'autocorrezione da parte del discente o meglio di chi impara, che nei diversi stadi dell'apprendimento deve tendere all'autonomia (anche quando siamo nell'età propria dell'eteronomia, ragazzi dai 7 ai 12 anni cioè dalla dipendenza di obblighi e compiti) dunque all'indipendenza dai condizionamenti esterni, sottolineata particolarmente dal pedagogista Sergio Hessen. Nell'apprendimento conviene quindi seguire alcune regole fondamentali**:** il rispetto del principio della gradualità nell'apprendimento (dosaggio delle difficoltà di cui l'insegnante prende coscienza e che scagliona per ogni unità didattica) e la partecipazione del gruppo classe alle attività di ogni singolo gruppo e quindi la capacità del singolo di vivere in gruppo.

La poesia di Jacques Prévert *Colazione del mattino/ Déjeuner du matin*, che racconta semplicemente le azioni di un signore che prende un caffè con latte e parte sotto la pioggia, mentre il suo significato globale resta sfuggente, come vedremo, e apre la porta all'incertezza, al mistero, dunque al significato profondo della poesia.

Déjeuner du matin	Colazione del mattino
Il a mis le café dans la tasse il a mis le lait dans la tasse de café il a mis le sucre dans le café au lait avec la petite cuiller il a tourné il a bu le café au lait et il a reposé la tasse sans me parler il a allumé une cigarette il a fait des ronds avec la fumée il a mis les cendres dans le cendrier sans me parler sans me regarder. Il s'est levé il a mis son chapeau sur sa tête il a mis son manteau de pluie parce qu'il pleuvait et il est parti sous la pluie sans une parole sans me regarder. Et moi, j'ai pris ma tête dans mes mains et j'ai pleuré	Lui ha messo il caffè nella tazza ha messo il latte nella tazza di caffè ha messo lo zucchero nel caffelatte con il cucchiaino ha mescolato ha bevuto il caffelatte e ha posato la tazza senza parlarmi. Ha acceso una sigaretta ha fatto dei cerchi con il fumo ha messo la cenere nel portacenere senza parlarmi senza guardarmi. Si è alzato Ha messo il cappello sulla testa ha messo l'impermeabile perché pioveva ed è partito sotto la pioggia senza una parola senza guardarmi. Ed io, ho preso la testa fra le mani ed ho pianto

Questa poesia trae spunto dal quotidiano, da azioni quotidiane, quasi rituali (prendere, bere, mettere, poggiare, guardare, parlare, uscire, piangere), con un lessico sostanzialmente scontato, elementare: caffè, latte, zucchero, tazza, sigaretta, portacenere, fumo, mantello, ombrello, pioggia, lacrime, testa, mani.

3. **L'applicazione del metodo audiovisivo e il superamento dello stereotipo**. **L'incertezza dell'interpretazione**

Il testo viene diviso in quattro sequenze narrative legate alle azioni di *lui (il*) e può essere illustrato e rappresentato 1 - con tazza e vuota e due caraffe, 2 - sigaretta e portacenere, 3 - uomo con cappello, mantello, pioggia, 4 - testa di persona che piange con la testa tra le mani. Il superamento del vecchio metodo audio-visivo avviene mediante una rappresentazione del testo attraverso il mimo, il gesto (senza ricorrere alla presenza degli oggetti).

Alla semantica della certezza si oppone l'incertezza dell'interpretazione e del contesto delle azioni, quindi del rapporto int**e**rpersonale/sociale dei personaggi (lui e io) con coinvolgimento del destinatario: il lettore, il gruppo-classe. Si effettua la verifica della comprensione con tre tipi di domande a cui corrispondono tre tipi di risposte : si/no e *forse/non si sa* (oui, non, *peut-être/on ne sait pas*); dunque negazione affermazione, *dubbio.* Ecco alcuni esempi:

Ha acceso la sigaretta?/Est-ce qu'il a allumé la cigarette ? – Sì/Oui, ….

- *Ha acceso il sigaro ?- No, ha acceso una sigaretta, ma il sigaro/ - Est-ce qu'il a allumé le cigare ? - Non il n'a pas allumé le cigare, mais une cigarette*
- *Le due persone si conoscono ?- Est-ce que les deux personnes se connaissent ?- Forse si conoscono - Peut-être qu'ils se connaissent.*
- *Si tratta d'innamorati? di marito e moglie ? Est-ce qu'il s'agit d'un couple d'amoureux ou d'un mari et de sa femme – Non si sa! - On ne sait pas!*

Conclusione : il mistero attraverso il dubbio s'introduce nella realtà, nel quotidiano, la poesia è nell'incertezza, nel definire la relazione tra le persone, (tra *io*/*moi* e *lui*/*il*) il luogo e il contesto.

È opportuno ricordare a questo punto che la competenza culturale non include soltanto la competenza linguistica ma anche una padronanza di ciò che il sociologo Pierre Bourdieu chiama degli *habitus*, delle identità culturali, una "grammatica generativa dei nostri comportamenti", una serie ordinata di capacità che vanno oltre il linguaggio e implicano le regole del comportamento sociale.

Questa poesia di J Prévert può essere memorizzata attraverso il mimo e la tecnica suggestopedica (la parola viene ripetuta in forma di eco); dall'illustrazione del testo attraverso la forma del mimo si passa al questionario, orientato verso la soluzione del testo, aperto e polisemico. Si ottiene così il superamento dello stereotipo, cioè dalla quotidianità e banalità si passa al mistero, al significato profondo soggiacente al testo. L'autonomia di chi apprende può essere combinata e conciliata con la tecnica suggestopedica (non in senso psicanalitico) cioè con l'uso della suggestione, secondo il bulgaro Lozanof, spesso usato nell'apprendimento delle lingue; l'animatore deve padroneggiare tutte le risorse della voce, fare nascere l'emozione piacevole. Questa tecnica è affidata all'insegnante, animatore di un gioco verbale. Nella prima fase restano dunque fondamentali la partecipazione emotiva e il coinvolgimento di chi apprende sul filo di un umorismo non appariscente. In un secondo tempo la tecnica delle suggestione viene affidata e padroneggiata dal gruppo classe, secondo ritmi propri, individuali.

La linguistica generale non ignora che la lingua è accompagnata da un linguaggio del corpo articolato in tratti spesso universali, a volte soggetti a culture specifiche, ma sempre espressione creativa di condivisione e di trasmissione dei saperi. L'espressione mimica libera chi apprende da imposizioni esterne del tutto convenzionali e fa del soggetto l'agente principale dell'apprendimento. L'insegnante deve insomma favorire l'empatia cioè situazioni atte a suscitare una partecipazione emotiva agli stati d'animo altrui, dunque affettiva, un comportamento pro-sociale, come raccomanda Guido Petter, onde evitare forme di bullismo.

Il supporto audio-visivo diventa ancora più efficiente perché viene sostituito dalla parola combinata con il mimo (mani, sguardo, viso e corpo). Altro problema da superare, relativo all'apprendimento della lingua e della cultura di un paese straniero**.** Lo stereotipo culturale presente nei nostri manuali propone il paese straniero da un punto di vista generale, codificato dai mezzi di comunicazione di massa (gli uomini politici più noti, gli attori e i cantanti famosi, i grandi scrittori, i monumenti, le macchine, i piatti, i vini, i cibi caratteristici, la vita quotidiana). Questa poesia di Prévert è proposta nei libri scolastici come un'unità didattica con illustrazioni, in parte devianti, vedi per esempio la sequenza ultima della conclusione inattesa, che chiude con una sorpresa (il disegno/la foto della donna che piange, figura accettata e codificata anche nelle note dell'edizione "La Pléiade"). La poesia presenta dunque uno stereotipo culturale della colazione e dei gesti susseguenti, le relazioni tra lui e lei secondo l'immaginario collettivo: le immagini, il linguaggio quotidiano, i gesti della quotidianità di due persone.

L'unità presuppone sul piano didattico una presentazione e una memorizzazione del testo poetico senza giungere a un'interpretazione individuale del testo, che malgrado un esempio di stereotipia (caffè -> sigaretta/ impermeabile -> pioggia/ tristezza ->lacrime) diventa polisemico, acquista significato seguendo la contestualizzazione del luogo, tuttavia non identificato (ristorante? casa? bar?), delle azioni e delle relazioni (pre)supposte tra i due soggetti: *lui* che compie determinate azioni e *io* che osserva e racconta.

Tra gli obiettivi sociali e culturali deve figurare dunque almeno il superamento dello stereotipo culturale, cioè della superficiale rappresentazione che noi abbiamo in un primo momento della civiltà di un paese straniero: *le petit déjeuner*, la nostra colazione del mattino, sembra ispirare la poesia di Prévert che capovolge in una certa misura il *petit déjeuner* in *Déjeuner du matin*. In sintesi: la partecipazione della classe alla lezione in lingua (metodo diretto) comporta la sostituzione dell'audio visivo con la voce dell'insegnante e con il mimo che l'accompagna contemporaneamente; distinguere le varie sequenze narrative del testo, memorizzare queste sequenze attraverso i gesti seguiti dalle parole o frasi della poesia, accompagnate da una ripetizione espressiva.

4. La riflessione metalinguistica e il questionario. La soluzione enigmatica

Per la memorizzazione della poesia distinguiamo quindi:

A) la fase della comprensione orale del testo, senza il supporto del manuale o del cartaceo, in questa fase la partecipazione emotiva è indispensabile;

B) la fase dell'interpretazione attraverso l'attivazione di un questionario orale, volto alla comprensione strutturale del testo, quella profonda, cioè del senso profondo del testo poetico, per non distruggerne il messaggio polisemico, compreso quello estetico-artistico

C) la fase della riflessione grammaticale e linguistica che non deve sovrapporsi mai all'interpretazione del testo.

Solo dopo la partecipazione socio-affettiva della classe si passa alla riflessione metalinguistica**;** *lo stereotipo della lingua straniera* è rappresentato nella poesia su diversi piani per tratti caratterizzanti: la fonetica (in lingua francese la forte presenza di ***e*** accentata e nasalizzazione) la grammatica (azioni al passato) e la sintassi (prevalenza della paratassi).

Il questionario mira al superamento dello stereotipo iniziale che presentava la quotidianità dei gesti e la banalità delle associazioni (pianto/pioggia/tristezza) fino a svelare il mistero che s'introduce nella quotidianità. Quale è la situazione che tratteggia la poesia? Si tratta dello stereotipo di una donna (io/*moi)* e di un uomo (lui/*il*) che si sono separati o si stanno separando? Ma è questo poi il vero senso della poesia? Torniamo alla tecnica della scoperta del messaggio che va collegato al senso globale del testo poetico**.** Simile conclusione pedagogica e didattica, conclusione inattesa e misteriosa, il pianto della persona (non obbligatoriamente una donna) rompe certamente con gli schemi abituali degli stereotipi. Il senso più profondo della poesia va nella direzione di una soluzione enigmatica, condivisa dalla classe: per la doppia valenza di quell'*io/mi* in quanto a sesso, età, appartenenza sociale, in definitiva per l'identità indecisa degli attanti, tanti elementi di quello che abbiamo chiamato l'incertezza, il non definito. La soluzione resta aperta riguardo all'individuazione dei rapporti esistenti tra i due protagonisti della scena (*lui e io/ il e moi*), al luogo/non luogo dell'azione. Le domande che hanno come risposte *forse* (*peut-être*) s'insinuano sempre più nel testo e cancellano l'interpretazione iniziale dello stereotipo proposto, attraverso domande individuali, dell'apprendente che (si) rivolge domande senza ottenere risposte definitive, assolute e certe. Obiettivi, a un livello superiore***:*** prendere coscienza della funzione extratestuale, del grado di letterarietà del testo poetico e della tipologia del testo, applicare la strategia o la dimensione funzionale del testo includente la competenza anche socio-pragmatica rivolta a integrare l'apprendimento con le funzioni linguistiche espresse dal contesto relazionale e affettivo tra i due attori principali (*lui e l'io/il et moi*).

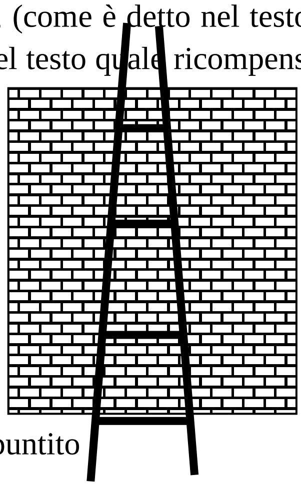
Appartiene ancora allo stereotipo un'altra poesia di Prévert: *Per te amore mio* (*Pour toi mon amour*) che si basa anch'esso sulla tecnica della "suggestopedia", per la ripetizione in eco di frasi, segmenti e parole. Questa poesia ancora una volta narra la quotidianità, i gesti quotidiani: essa può essere memorizzata con la partecipazione attiva della classe e che disorienta il lettore in un certo senso nell'ultima strofa per quella risoluzione improvvisa. Il finale a sorpresa contiene gli elementi di un umorismo "serio": l'amore non può essere comprato andando al mercato, cioè con i regali. Il poeta (un innamorato) è andato in diversi mercati e ha comprato qualcosa per la sua donna che egli chiama «*mon amour*» («*amore mio*») ; dovremo capire e poi interpretare la conclusione, dopo averla sempre memorizzata. L'insegnante fa innanzitutto apprendere e memorizzare le sequenze della storia con tre simboli dei mercati visitati dal poeta, servendosi ovviamente del disegno/foto dei simboli che possono essere schematizzati: uccelli, fiori e ferro vecchio, rappresentato da catene. Sono simboli e oggetti che sono preferibili in un primo tempo, al momento della memorizzazione, alle eventuali fotografie. La poesia, che siamo purtroppo costretti a non visualizzare per ragioni di spazio, è dunque costellata dai mercati parigini tanto amati e ricercati e che quindi costituiscono una nota di colore sulla civiltà francese, su quella parigina in particolare, famosa anche per quel suo «*marché aux puces*» («*mercato delle pulci*»).

Questa poesia di Jacques Prévert, presentata e sperimentata in classe, è unica nel suo genere, anch'essa poesia del quotidiano, del linguaggio quotidiano e tuttavia enigmatica nell'ultima strofa, se non problematica perché propone nella conclusione quasi un "indovinello", comunque la soluzione di un enigma[3]. Alla domanda (possibilmente in lingua per l'insegnante di francese): – *Perché il poeta va a cercare la sua donna al mercato degli schiavi e non la trova?* La risposta si fa attendere, poi qualcuno arriva alla fine (riassumiamo la nostra esperienza didattica) a proporre che l'amore non può essere incatenato, altri aggiungono che possiamo regalare tutto al/alla nostro/a innamorato/a ma dobbiamo restare liberi, anche quando ci sentiamo posseduti e legati affettivamente. Ancora qualcuno sostiene: l'amore non ci deve rendere schiavi; non mancano naturalmente riferimenti all'attualità delle donne schiavizzate dai propri mariti.

[3] Ancora una volta Prévert insiste su ripetizioni e sostituzioni paradigmatiche, usando, ma anche superando, ciò che sembra frutto e risultato dello strutturalismo. Per cercare una soluzione, non priva di *umorismo*, compatibile con il significato globale del testo, l'ultimo mercato visitato dal poeta/innamorato va inteso soprattutto in senso figurato.

5. Invenzione, creazione e scoperta

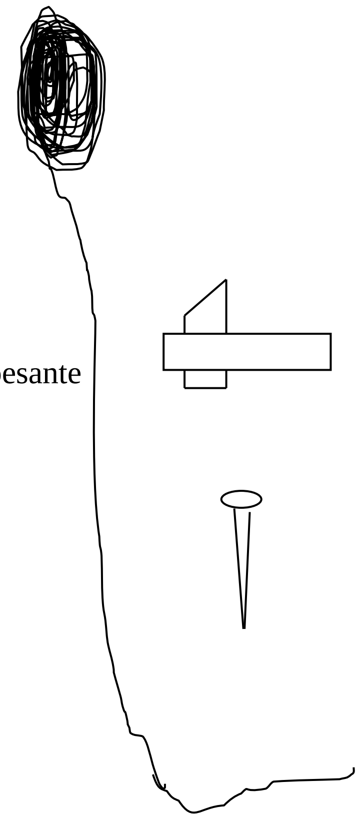
Ecco un’altra storia particolarmente umoristica con cui vogliamo concludere. Accenniamo innanzi tutto al disegno necessario alla memorizzazione. Si raccomanda sempre il coinvolgimento della classe o di un gruppo per il ritornello (*refrain*), per l’aggettivo ripetuto tre volte e pronunciato in senso “aumentativo”. Particolare attenzione va riservata alla scoperta del senso e del significato della poesia di Charles Cros, *L’aringa affumicata*/*Le hareng saur* scritta per i ragazzi, (come è detto nel testo) senza dimenticare alla fine della composizione la risoluzione del testo quale ricompensa e gratificazione dell’apprendimento.



L’aringa affumicata (Ch. Cros)

C’era un gran muro bianco – nudo, nudo, nudo
Contro il muro una scala – alta, alta, alta
e per terra un’aringa affumicata – secca, secca, secca

viene un tale tenendo tra le mani – sporche, sporche, sporche
un martello pesante, un gran chiodo, – appuntito, appuntito, appuntito
un rotolo di spago – grosso grosso grosso



lui sale sulla scala – alta alta alta
pianta il chiodo appuntito – toc toc toc
in cima al muro bianco – nudo nudo nudo

lascia andare il martello – che cade che cade che cade
lega al chiodo lo spago – lungo lungo lungo
e a un estremo l’aringa affumicata – secca secca secca

poi scende dalla scala – alta alta alta
toglie la scala, raccoglie il martello – pesante pesante pesante
e se ne va altrove – lontano lontano lontano

dopo l’aringa affumicata – secca secca secca
sospesa a quello spago – lungo, lungo, lungo
molto lentamente oscilla – sempre sempre sempre

Ho scritto questa storia – semplice semplice semplice
per irritare la gente – seria seria seria
e divertire i bimbi – piccoli piccoli piccoli

Le hareng saur (Charles Cros)

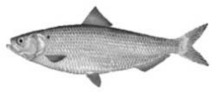
Il était un grand mur blanc, – nu, nu, nu,
Contre le mur une échelle – haute, haute, haute.
Et, par terre, un hareng saur – sec, sec, sec.

Il vient, tenant dans ses mains, – sales, sales, sales,
Un marteau lourd, un grand clou, – pointu, pointu, pointu,
Un peloton de ficelle, – gros, gros, gros

Alors il monte à l'échelle – haute, haute, haute
Et plante le clou pointu – toc, toc, toc,
tout en haut du grand mur blanc – nu, nu, nu,

Il laisse aller le marteau – qui tombe, qui tombe, qui tombe,
Attache au clou la ficelle – longue, longue, longue,
Et, au bout, le hareng saur – sec, sec, sec.

Il redescend de l'échelle – haute, haute, haute,
L'emporte avec le marteau – lourd, lourd, lourd ;
Et puis, il s'en va ailleurs, – loin, loin, loin.



Et, depuis, le hareng saur, – sec, sec, sec,
Au bout de cette ficelle, – longue, longue, longue,
Très lentement se balance, – toujours, toujours, toujours

J'ai composé cette histoire, – simple, simple, simple,
Pour mettre en fureur les gens, – graves, graves, graves,
Et amuser les enfants – petits, petits, petits

Si può fare una poesia semplicemente con una storia, scandita da alcune azioni che si susseguono nel tempo. Quello che vale per Prévert vale anche per Cros[4], poeta simbolista che annuncia il surrealismo e che viene incluso nella famosa *Antologia dell'umorismo nero/Anthologie de l'humour noir* (che qui certamente ha poco di funebre) di André Breton. Siamo ancora una volta di fronte a una poesia della quotidianità. Nell'*Aringa affumicata* un tizio entra in una stanza porta in mano una scala, un martello, un chiodo e un gomitolo di spago: vedremo tra poco in cosa consiste il tocco umoristico.

[4] Si può aggiungere naturalmente (e si vuole) qualche notizia sull'autore della poesia disegnata e mimata. Charles Cros è un poeta vissuto a Parigi nella seconda metà dell'Ottocento, appassionato di musica, studioso di matematica, di scienze, di filosofia e lingue; ha insegnato ai sordomuti e conosceva dunque il linguaggio dei gesti e dei segni (su cui abbiamo appoggiato il mimo e quindi il metodo audio-visivo) ha inventato il fonografo, ma la sua relazione presentata all'Accademia delle Scienze nel 1877, non fu presa sul serio e l'invenzione fu poi perfezionata da Edison, al quale fu attribuito ufficialmente l'invenzione del fonografo. Vissuto all'epoca dei simbolisti e impressionisti, che frequentava (conosceva tra gli altri due poeti "maledetti", Rimbaud e Verlaine) incontrò nei salotti dell'epoca artisti che certamente (per le loro provocazioni artistiche) prefiguravano due correnti importanti dell'inizio Novecento, il dadaismo e il surrealismo.

Si tratta anche questa volta di una storia semplice in forma di poesia. L'insegnante invita i ragazzi a disegnare a modo loro (e lui stesso disegna contemporaneamente gli oggetti alla lavagna) nell'ordine: un muro, una scala contro il muro, un gomitolo di spago, un martello, un'aringa. Il gesto accompagna spesso la designazione (dito/a che indica/no il disegno) delle qualità degli oggetti (aggettivi) indicate dalle mani (lungo, alto, piccoli e di seguito anche i verbi *cadere/tomber/riscendere/redescendre*) o del viso (accigliato per *irritare/mettre en fureur,* poi eccessivamente serio per *le persone gravi/les gens graves*). Lo studente in genere è abile a suggerire i gesti e le espressioni del viso. La verifica di quanto si sta apprendendo è dunque contemporaneamente integrato al mimo.[5]

In un secondo tempo l'insegnante invita la classe a inventare una storia che metta in relazione gli oggetti e dà quindi l'avvio : – *Arriva un signore con una scala ... E che farà?* (*Un monsieur arrive avec une échelle. Qu'est-ce qu'il fera?*). E i ragazzi continuano la storia mentre l'insegnante indica gli oggetti, aggiungendo gli aggettivi attribuiti nel testo a ognuno di essi e completa, suggerisce la parola nella sequenza; quando la classe resta un po' indecisa, suggerisce per esempio con un gesto l'oscillazione dello spago per la penultima strofa. Naturalmente in classe è facile indicare la parete spoglia e gli oggetti disegnati alla lavagna aggiungendo il mimo, intervenendo soprattutto con le mani e il gesto, come abbiamo detto, per suggerire la serie di aggettivi alla fine di ogni verso. Spesso sono i ragazzi a indicare il gesto più consono per suggerire l'aggettivo o il verbo. Quando la classe resta titubante interviene l'insegnante-animatore : – *Bene ! quel signore sale sulla scala e immaginate cosa attacca allo spago ? (– Il monte sur l'échelle et qu'est-ce qu'il attache à la ficelle ?).* Riposta in coro: – *l'aringa affumicata secca, secca, secca / le hareng saur sec, sec, sec*. Torna il discorso sull'incertezza degli aggettivi ("aumentativi" perché riprtuti) che

[5] Subito dopo l'insegnante (d'italiano o di francese) chiede alla classe di dare un aggettivo (l'elenco degli aggettivi sono alla lavagna) per ognuno degli oggetti disegnati. Riconversione (ripetizione fonetica che ci riconduce alla tecnica suggestopedica delle parole ripetute dal gruppo classe in forma di eco). Identificazione degli oggetti: – Che cos'è? (qu'est-ce que c'est?) – È un martello (– C'est un marteau) e così via. Domande e risposte. D. – Cosa è appuntito (– qu'est-ce qui est pointu) ? R. – Il chiodo/le clou. D. – Cosa è alta haute ? – La scala/l'échelle .. …– Cosa è grande? Qu'est-ce qui est grand?/… nudo/nu ? … grosso/gros? … lunga/ longue? …secco/ sec – Puntando poi sugli aggettivi: Come è la scala ? Comment est l'échelle? R. – lunga, lunga, lunga (longue, longue, longue) e così via. Ovviamente l'insegnante non presenta il testo scritto ma ha per obbiettivo la comprensione e produzione orale e soprattutto il coinvolgimento della classe o comunque del gruppo degli ascoltatori "attivi". Continuiamo a riferirci alla nostra esperienza didattica in una classe di seconda media, ma la stessa esperienza è poi stata possibile ripeterla nelle classi di collegamento (Superiori, Francese seconda lingua) perfino all'Università. Gli adulti hanno ammesso che la distensione emotiva è stata favorevole all'apprendimento e alla memorizzazione della poesia.

designano una misura indefinita, vaga: la scala è alta, ma non si precisano i metri e parimenti la lunghezza dello spago, la pesantezza del martello e così via. Il verbo *che cade qui tombe* ripetuto tre volte dà foneticamente (soprattutto nel testo originale l'idea di una caduta per così dire fotografata al rallentatore).

Altri stimoli vengono lanciati per scoprire "la morale" esplicita di questa specie di favola che inizia (fa notare l'animatore) con *C'era una volta* /*Il était une fois*). – Chi possono essere ora, ragazzi, i destinatari di questa storia strana e divertente ? Interviene l'insegnante con un suggerimento: – Il poeta avrebbe potuto dire *una scala molto lunga* /*une échelle très longue* piuttosto che *una scala lunga, lunga, lunga/ une échelle longue, longue, longue*. – Perché questa ripetizione dell'aggettivo a fine strofa ? L'insegnante suggerisce ancora : – C'era una volta nel bosco una casa piccola, piccola, piccola ; due/tre ragazzi dicono all'improvviso: – La poesia è stata scritta per i bambini! (Tale scoperta tra l'altro è stata da noi verificata). L'insegnante-animatore aggiunge, a conferma dell'ultima intuizione, abbassando la mano progressivamente e aspettando il completamento della frase: *– per divertire i … bambini piccoli, piccoli, piccoli* (*– pour amuser les … enfants, petits, petits, petits*); poi invita un ragazzo che spesso sorride a fare invece questa volta il viso molto serio e accigliato. L'insegnante completa e giustifica quest'ultimo intervento leggendo l'ultima strofa. Qualcuno ha osservato che quel signore che viene nella stanza e che porta scala, martello e gomitolo, potrebbe essere un operaio, forse un muratore, un altro aggiunge che quella corda che oscilla potrebbe rappresentare o suggerire un orologio a pendolo.

6. Conclusione aperta e non imposta

La lezione coralmente o per gruppi crea quel momento di distensione contrassegnata da buon umore (si pensi al rumore onomatopeico "toc, toc, toc" della poesia di Charles Cros) che presto diventerà scoperta dell'umorismo contenuto diffusamente nel testo poetico, in particolare nelle azioni e nella conclusione delle due storie presentate nelle poesie. Lo scioglimento in certo senso della narrazione-descrizione, presente nelle tre poesie alla fine, ricompensa chi apprende (lo scolaro o lo studente) dello sforzo manifestato con la sua partecipazione attiva alla lezione. L'umorismo inserito nel gesto e poi nella rappresentazione aiuta al rilassamento; esso sembra l'applicazione di un vecchio adagio: s'impara divertendosi o meglio ancora giocando. Sviluppare la competenza socio-pragmatica attraverso un insegnamento che favorisca un approccio affettivo e che coinvolga anche il corpo attraverso la forma ludica del mimo, significa rispettare il principio psico-pedagogico della "*décontraction*", come direbbero i francesi (rilassamento fisico), quindi del superamento dell'ansia e di un'eccessiva concentrazione, che spesso condizionano fin troppo le lezioni di noi insegnanti.

Bibliografia

Breton A., (1966), *Anthologie de l’humour noir*, Jean-Jacques Pauvert, Paris

Bourdieu P., (1992), *Les règles de l’art*, Editions du Seuil, Paris

Cipriani F., (2019), *Dal buon umore all’umorismo*, Solfanelli, Chieti,

Hessen S., (1961), *I fondamenti filosofici della pedagogia*, Armando Armando Editore, Roma

Lerède J., (1983), *La suggestopédie*, PUF, Paris

Petter G., (1997), *Psicologia e scuola dell’infanzia*, Giunti, Firenze

Prévert J., (1965), *Storie e altre storie*, a cura di Ivos Margoni, Feltrinelli, Milano

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 37-46

La storia della Matematica nella didattica: Talete e il suo teorema

Bruno Iannamorelli[1]

[1]Università degli Studi dell'Aquila,
Dipartimento di Scienze Umane,
Viale Nizza, 2, 67100, L'Aquila, Italy
jannab@tiscali.it

Sunto
La Matematica, nella sua Storia, presenta tanti spunti da utilizzare nella pratica didattica allo scopo di facilitarne l'apprendimento. Ho scelto la figura di Talete non perché viene considerato il primo grande matematico greco, ma perché è un pensatore avvolto nella leggenda che ben si presta a svelare la nascita del teorema conosciuto con il suo nome, almeno in Italia. Dall'osservazione e dall'argomentazione si passa alla formulazione e alla dimostrazione rigorosa: è questo il percorso che fanno i matematici e, forse, conviene che venga riproposto anche agli studenti. È un tentativo per rendere più appetibile la Matematica.

Parole chiave: geometria, triangoli simili, proporzioni, teorema di Talete.

1. Premessa

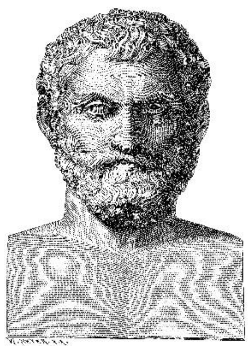
Tutto il sapere scolastico trova, o almeno trovava fino a qualche anno fa, una sua collocazione storica. Gli studenti di scuola secondaria riescono a individuare il secolo in cui sono vissuti Dante Alighieri, Alessandro Manzoni o Giacomo Leopardi. Conoscono la storia della letteratura di qualche paese straniero e avvertono che poeti e scrittori sono ancora oggi all'opera. Lo stesso dicasi per altre discipline. Invece dalla matematica imparata a scuola sembra che questa disciplina non abbia una storia e neppure una geografia. Quello che resta nel bagaglio culturale di coloro che si liberano della matematica appena usciti dalla scuola secondaria è che i Greci hanno scoperto tutto qualche secolo prima dell'era cristiana.
I nomi dei matematici che si ricordano sono Pitagora, Euclide, forse Talete e Archimede e poi Newton e poi il vuoto. Leonardo Pisano, meglio conosciuto come Fibonacci, lo conosce chi ha letto il Codice da Vinci di Dan Brown, ma nei corsi scolastici di matematica viene molto spesso ignorato. Eppure, Fibonacci ha introdotto in Italia la

matematica araba oltre al sistema di numerazione indiano che utilizziamo ancora oggi. È sicuramente un gigante e la sua opera in matematica è paragonabile a quella di Dante Alighieri nella letteratura. Si potrebbero citare altri giganti come Gauss, Eulero fino ai più recenti Peano, Hilbert, Thom, … , ma procediamo con calma. Cerchiamo di riparare al danno proponendo un pezzo di storia della matematica non con il solo scopo culturale, ma con l'obiettivo di migliorare la didattica di questa disciplina.
Cominciamo con il presentare un matematico greco che ben si presta a soddisfare il nostro intento.

2. Talete di Mileto

Il primo filosofo della civiltà occidentale, come è stato indicato da Aristotele, è stato Talete. Vissuto sull'isola di Mileto in una famiglia proveniente dalla Fenicia o, forse, dalla Beozia. Secondo alcuni storici visse dal 640 al 562 a.C. e per altri dal 638 al 548 a.C. In ogni caso fu alquanto longevo (78 o 90 anni) da quello che si intuisce dall'epigramma di Diogene Laerzio:

"Assistendo un tempo a una gara ginnica, Zeus Elio,
il sapiente Talete strappasti dallo stadio.
È bene che tu l'abbia accolto: ormai vecchio,
dalla terra non vedeva più le stelle".



Dallo stesso Diogene Laerzio apprendiamo
che sulla tomba del filosofo greco fosse inciso
il seguente epitaffio:
"Piccola tomba ma di gloria grande come il cielo
questa di Talete il sapientissimo".

La fama di Talete nel suo tempo e nei secoli successivi alla sua morte era principalmente legata alla previsione di una eclissi totale di sole, ben visibile in tutta l'Asia Minore, avvenuta il 28 maggio 585 a. C. (altre date in cui ci furono eclissi sono il 30 settembre 610 o il 31 luglio 597). Attualmente, la maggior parte degli storici e degli astronomi accettano come più probabile la data del 28 maggio 585 a.C. e ammettono che Talete fosse giunto alla corretta predizione conoscendo il periodo di 223 lunazioni dopo il quale le eclissi si riproducono approssimativamente nello stesso ordine. Non sappiamo se questa conoscenza derivi da attente osservazioni del filosofo di Mileto o se egli l'avesse appresa da astronomi babilonesi o sacerdoti egiziani. È provato che Talete ebbe rapporti con gli egiziani, ma è poco probabile che gli studiosi di Alessandria d'Egitto fossero disposti a rivelare ad uno straniero un segreto così importante per prevedere le eclissi di sole. Ma perché è così importante quella eclissi? Riuscì a fermare gli eserciti dei Medi, che occupavano gran parte dell'odierno Iran, e quello dei loro rivali del regno di Lidia.

Per fortuna, quei popoli non combattevano di notte e quando, in pieno giorno, si trovarono nell'oscurità decisero di deporre le armi riportando la pace nell'Asia Minore.
Di Talete si conoscono due aneddoti, entrambi firmati da grandi filosofi greci. Il primo si trova nel *Teeteto* di Platone dove a Socrate viene affidato il seguente racconto:
"Penso, Teodoro, al caso di Talete, il quale nell'intento di indagare le realtà astronomiche, rivolgeva lo sguardo verso l'alto, e cadde in un pozzo, suscitando lo scherno di una servetta tracia, arguta e graziosa, la quale gli disse che mentre desiderava conoscere le cose celesti non si avvedeva di quelle che gli stavano ai piedi".
Il secondo aneddoto è riportato nella *Politica* di Aristotele:
"Si dice che Talete, mosso dal rimprovero alla sua povertà come prova dell'inutilità della filosofia, avendo previsto, in base ai suoi studi sugli astri, che vi sarebbe stata grande abbondanza di olive, ancora durante l'inverno impegnasse le sue poche ricchezze per versar caparre su tutti i frantoi di olive di Mileto e di Chio, fissandoli a poco prezzo, perché non ostacolato dalla concorrenza.
Ma quando giunse il tempo previsto, poiché molti si misero a cercare i frantoi tutti insieme e tutto d'un tratto, egli poté imporre il nolo che volle e, raccogliendo molte ricchezze, mostrare come ai filosofi sia facile arricchire solo che lo vogliano, ma che questo non è lo scopo per cui si affaticano. Si dice dunque che Talete a questo modo dimostrasse la sua sapienza".
Si tratta di due aneddoti contrastanti tra loro: Platone mostra un Talete distratto e attento solo alle sue osservazioni astronomiche, mentre Aristotele dipinge un Talete che sa mettere a frutto le sue conoscenze per ottenere benefici economici. Probabilmente nessuno dei due aneddoti fornisce una immagine realistica del filosofo di Mileto. Forse Platone vuole mostrare la superiorità della speculazione scientifica su tutti gli accidenti terreni come il ritrovarsi in una pozza d'acqua e Aristotele, invece, vuole far capire agli stolti che il filosofo non si arricchisce solo perché non ritiene che sia di primaria importanza inseguire la ricchezza.
Questi due aneddoti sono stati ripresi da diversi autori celebri con alcune varianti: il pozzo che diventa una più realistica pozzanghera, la ricchezza accumulata da Talete non consiste in denaro ma in una gran quantità di olio. In ogni caso si tratta di eventi talmente lontani che non è possibile dimostrarne la veridicità, ma per l'uso didattico che vogliamo farne va bene rimanere nel vago della leggenda.

3. Una leggenda utile alla didattica

Il bello della leggenda è che ognuno può raccontarla come meglio crede senza seguire un copione ben definito. La versione della leggenda che presento riguarda Talete di Mileto ed ha lo scopo di facilitare l'apprendimento di uno strumento molto utile a risolvere problemi di geometria.
"Talete è stato un pensatore dell'antica Grecia, forse il primo della civiltà occidentale, vissuto 600 anni prima dell'inizio dell'Era Cristiana. Era molto famoso nel suo tempo per aver previsto una eclissi di sole ricordata ancora oggi perché quel buio improvviso

in pieno giorno aveva fermato due eserciti che si contendevano il dominio dell'asia Minore. Cosa aveva fatto per prevedere quel fenomeno astronomico? Aveva osservato per alcuni decenni le eclissi che si susseguivano sul cielo della sua isola, Mileto. Forse alle sue osservazioni aveva aggiunto quelle di qualche sacerdote egizio ed era giunto alla conclusione che le eclissi di sole si ripetono con regolarità ogni 15 anni circa. I sacerdoti egizi, come pure quelli babilonesi, erano grandi osservatori dei fenomeni celesti e avevano raccolto una notevole mole di informazioni. Talete continuò la tradizione delle osservazioni e iniziò a pensare… Si pose domande simili a quelle che ancora oggi si pongono i bambini che frequentano la Scuola dell'Infanzia se non vengono prematuramente distratti dai giochi presenti su cellulari o tablet della mamma o del papà. È abbastanza frequente sentire da un bambino/a domande del tipo: "Dove va a dormire il sole? Perché al mattino si sveglia dalla parte opposta? Dove finisce il mare?…". Talete si sarà posto queste domande e cominciò a cercare delle risposte. Infatti una bella definizione di scienziato è: "Lo scienziato è colui che ha avuto la fortuna di conservare la curiosità del bambino".

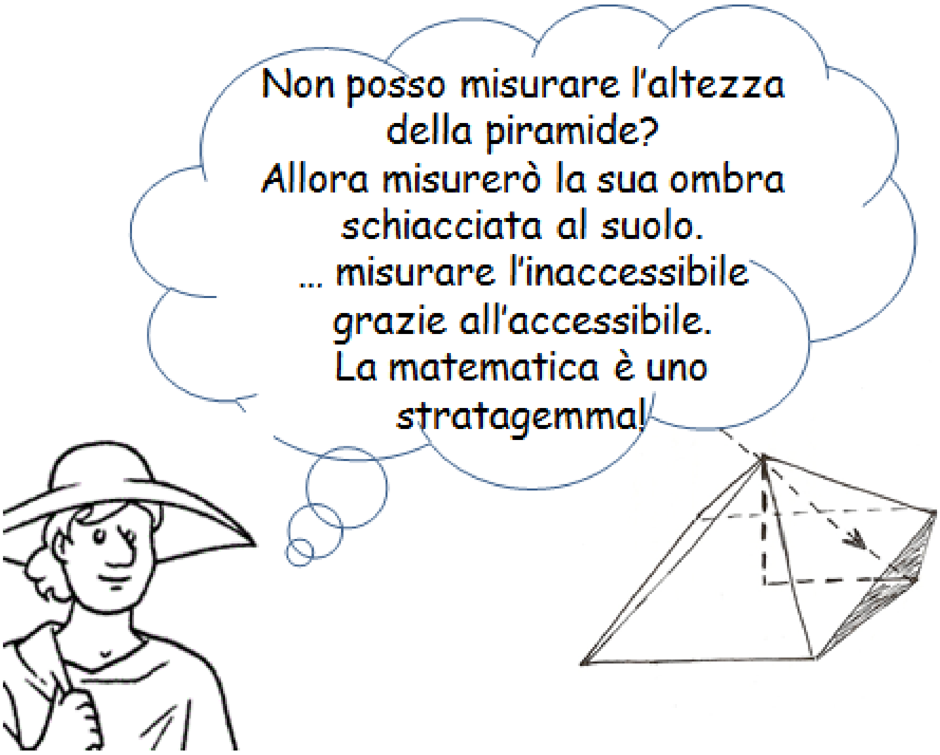
In questa sua attività prolungata di osservazioni astronomiche, Talete riuscì in pieno inverno a prevedere una stagione particolarmente favorevole al raccolto delle olive nell'autunno successivo. La coltivazione dell'ulivo a Mileto era l'attività agricola prevalente e la previsione di un raccolto abbondate dopo anni di scarsa produzione stuzzicò la fantasia del nostro pensatore. Talete non possedeva uliveti, ma ebbe l'idea di acquistare tutti i frantoi esistenti sulla sua isola e sull'isola di Chio. Si trattava di un'ottima idea perché la grande produzione di olive avrebbe richiesto tanto lavoro per i frantoi. Ben presto si presentò una difficoltà: il nostro pensatore non aveva i denari per una tale operazione economica! È vero che se uno pensa non accumula denaro, ma il pensare aiuta. Infatti, Talete superò l'ostacolo versando solo modeste caparre per l'acquisto dei frantoi. I proprietari dei frantoi accettarono di buon grado la proposta sicuri che una persona affidabile avrebbe saldato i debiti e le loro macine avrebbero continuato a rimanere ferme come negli ultimi anni di scarso raccolto di olive.

In autunno si verificò il raccolto eccezionale previsto da Talete e tutti i frantoi da lui accaparrati lavorarono a pieno regime per alcuni mesi. I contadini che portavano le olive a macinare non erano in grado di pagare in denaro e lasciavano al nostro pensatore una certa percentuale di olio ottenuto dalla macinatura. Talete si ritrovò con un gran numero di orci pieni di olio e, dopo aver saldato il debito con i proprietari dei frantoi, non poteva certo rivendere l'olio eccedente ai suoi compaesani né scambiarlo con altri beni. Fu così che pensò di affittare una barca, di caricarla di orci d'olio e di andare a venderlo ad Alessandria d'Egitto, la città più grande esistente nelle vicinanze di Mileto.

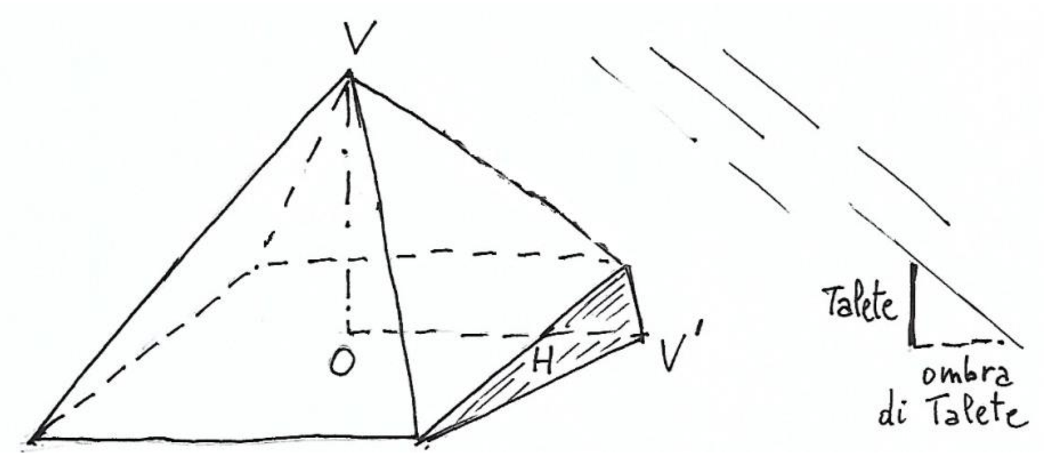
Nella grande città egizia Talete riuscì a vendere tutto il suo olio e pensò bene di concedersi un periodo di vacanza. Salpò con la sua barca e si diresse a sud navigando sul Nilo. Ben presto dopo un'ansa del grande fiume gli apparve la piramide di Cheope che si stagliava sulle altre piramidi.

Chissà come doveva essere bella la piramide duemila e seicento anni fa! Un turista qualunque si sarebbe limitato ad emettere esclamazioni di stupore il nostro pensatore, invece, si pose il problema di misurare l'altezza di quel meraviglioso edificio. Cercò un attracco e scese dalla barca per ammirare da vicino la piramide girandole intorno. Si trattava di un turista speciale e, infatti, cominciò a pensare…

Sembra un'idea banale, ma quanti hanno verificato che se l'ombra della propria testa proiettata a terra ha una lunghezza doppia di quella della testa stessa allora anche l'ombra dell'intero corpo è lunga il doppio del corpo? In fondo, le idee dei grandi matematici nascono quasi sempre da semplici osservazioni e la matematica diventa uno stratagemma per risolvere problemi concreti difficili.



A questo punto sembra tutto risolto, ma ... bisogna aver pazienza!
L'ombra della piramide deve uscire fuori dalla sua base. Inoltre, l'ombra dell'asse della piramide deve essere perpendicolare a un lato di base della piramide e bisogna attendere che l'ombra di Talete sia uguale alla sua altezza, cioè i raggi del sole devono essere inclinati di 45° rispetto al terreno. Talete non aveva la guida turistica che lo pressava per continuare la crociera sul Nilo e poteva aspettare l'occasione favorevole: per misurare l'ombra dell'asse della piramide basta misurare la distanza del vertice V' del triangolo-ombra dal lato della piramide e a questo numero sommare la metà del lato di base.

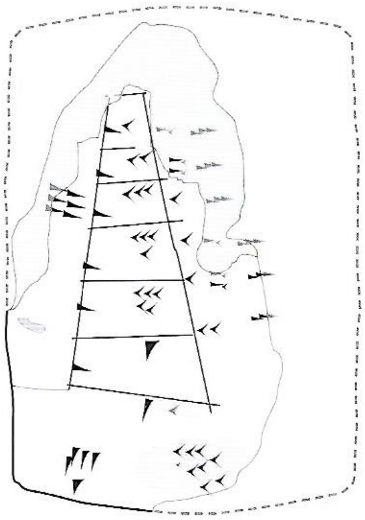


In quel preciso istante l'assistente del pensatore greco piantò sul terreno un picchetto sul vertice del triangolo-ombra della piramide e misurò:
-l'ombra dell'asse della piramide che esce dalla base della piramide HV' = 18 volte l'altezza di Talete;
-la metà del lato di base della piramide OH = 67 volte l'altezza di Talete.
Pertanto, la piramide di Cheope era alta 85 volte Talete".

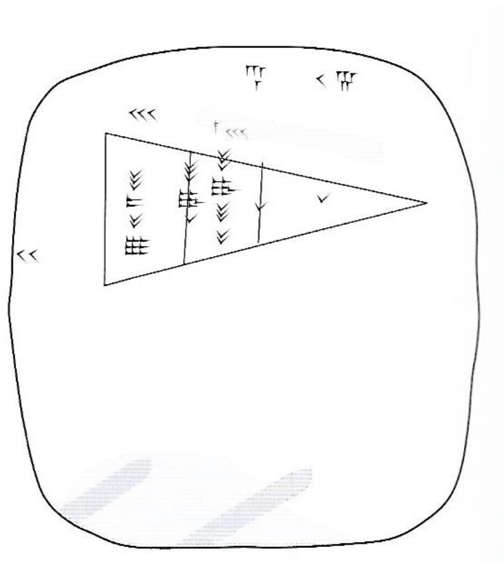
La leggenda finisce qui e possiamo fare alcune considerazioni:

1. Se l'altezza di Talete varia tra 1,6 e 1,7 metri allora la grande piramide ha un'altezza oscillante tra 136 m e 144 m. Cercando conferma sul web si trovano numeri calcolati di recente che vanno da 138,8 m a 146 m. Questo conferma che i valori esposti nella leggenda non sono stati scelti a caso.
2. Esistono riferimenti storici che avvalorano la leggenda di Talete che calcola l'altezza della piramide, ma sono contradditori. Infatti, secondo Diogene Laerzio un discepolo di Aristotele, Gerolamo da Rodi, *"... riferisce avere Talete calcolata l'altezza delle piramidi mediante l'ombra, osservando il momento in cui la nostra ombra è della stessa altezza di noi"*. [Loria, 1914, p.21].
   Mentre Plutarco, nel *Banchetto dei sette saggi*, fa parlare Nilosseno rivolto a Talete:
   "Benché egli [il faraone Amasis] ti ammiri anche per altre cose, pure egli pregia sopra tutte la misura delle piramidi, giacché tu, senza fatica alcuna e senza ricorrere ad istrumenti, ma col solo infiggere un bastone all'estremo dell'ombra proiettata dalla piramide, hai dimostrato, servendoti dei due triangoli risultanti dai contatti col raggio luminoso, che un'ombra ha all'altra lo stesso rapporto che l'asse della piramide al bastone". [Loria, 1914, p.21].
   Delle due versioni è forse più attendibile la prima, come sostiene lo storico della matematica Gino Loria, perché Plutarco scrive un'opera letteraria e, forse, si lascia prendere la mano attribuendo a Talete conoscenze sulle proporzioni.

D’altra parte, sono state ritrovate e decifrate svariate tavolette babilonesi, risalenti a quattromila anni fa, con triangoli o trapezoidi tagliati da parallele a un lato di questi. Si tratta di esercizi di geometria in cui il maestro nasconde qualche dato, la lunghezza di un segmento o l’area di un triangolo o trapezio contenuti nella figura, e chiede agli allievi di determinarli applicando opportune proporzioni. Pertanto, non è da escludere l’ipotesi che Talete sia venuto a conoscenza delle proporzioni applicate nella risoluzione di problemi.



Tav. MS 1938/2



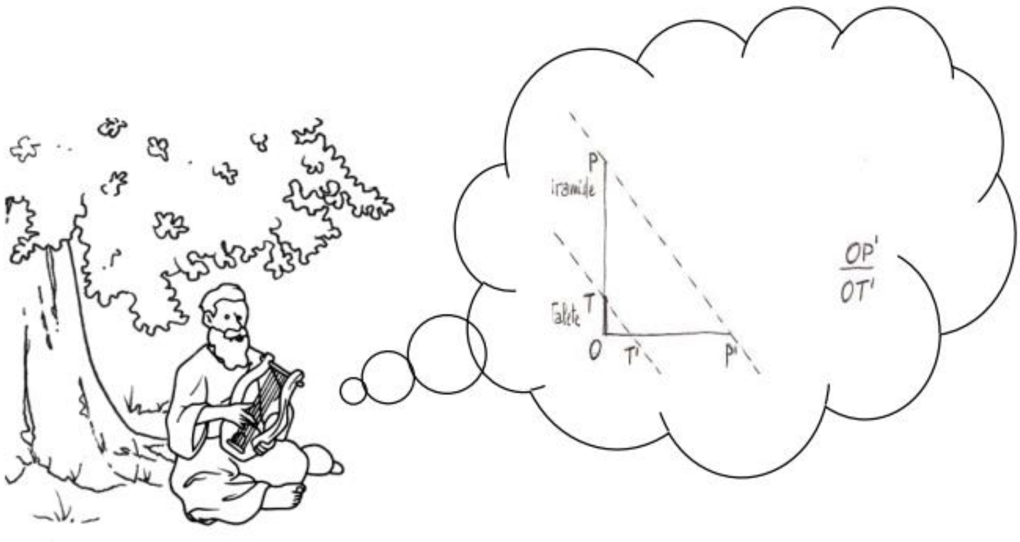
Tav. MS 3908

3. Potremmo continuare a discutere sulle difficoltà di misurazione dell’ombra della piramide e, infatti, qualcuno ha suggerito che Talete sia riuscito con le ombre a calcolare l’altezza di un obelisco [Loria, 1914, p.21]. Di queste difficoltà si renderà conto l’insegnante che vorrà calcolare l’altezza di una torre o di un campanile e, a scuola, è meglio iniziare a misurare paletti o alberi.
4. Da un punto di vista teorico si potrà dire che Talete e la scuola ionica rappresentano solo il passaggio dalla geometria pratica degli Egizi o dei Babilonesi alla geometria razionale dei Greci. Infatti, quello che in Italia chiamiamo teorema di Talete è stato dimostrato rigorosamente da Euclide nel libro VI degli *Elementi di Geometria* e l’enunciato è il seguente:

   Prop.2. *Se in un triangolo si conduce una retta parallela ad uno dei lati, essa divide gli altri due lati proporzionalmente; e, se i lati del triangolo sono secati in proporzione, allora la retta congiungente i punti delle sezioni è parallela al restante lato del triangolo.*

   Nei testi scolastici di geometria le parallele diventano più di due, si parla di un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali e su queste i segmenti corrispondenti sono in proporzione.

Agli studenti resta la magra consolazione dell'applicazione del teorema di Talete per dividere un qualunque segmento in parti uguali o dell'utilizzo dello stesso nei triangoli simili. In ogni caso, si tratta di un teorema difficile da digerire e lo si cerca nella memoria solo quando non è applicabile né il più famoso teorema di Pitagora né uno dei due teoremi di Euclide: Talete rappresenta l'ultima carta da giocarsi nella risoluzione di esercizi di geometria.
Legare il teorema alla leggenda di Talete che calcola l'altezza della piramide, immaginare il pensatore greco con i piedi al centro della base della piramide con i raggi del sole che rappresentano il fascio di rette parallele mentre le due trasversali sono la retta orizzontale e la verticale … forse può aiutare gli studenti a comprendere e ad apprezzare meglio un teorema, ma anche a ripercorrere il cammino fatto dai matematici: è dall'osservazione delle ombre che nasce il teorema. La formulazione e la dimostrazione rigorosa fatta da Euclide nasconde tutto questo percorso e danneggia l'apprendimento.



Bibliografia

D'Amore B. – Fandino Pinilla, M., (2014). La nonna di Pitagora. Bari: Ed. Dedalo

D'Amore B. – Sbaragli S., (2017), La Matematica e la sua Storia vol.1. Bari: Ed. Dedalo

Friberg J., (2007). A remarkable collection of Babiylonian Mathematical texts. New York: Springer.

Friberg J., (2007). Amazing traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics. Singapore: World Scientific Publishing.

Loria G., (1914). Le scienze esatte nell'antica Grecia. Milano: Hoepli.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 47-54

Dall’osservazione delle ombre alla soluzione di un problema con l’aiuto di Talete

Luca Ascani[1]

[1]Insegnante di scuola primaria
luca.ascani@gmail.com

Sunto
Il metodo di Talete, utilizzato per misurare l’altezza di una piramide senza salire sul suo vertice, è stato fondamentale per trovare l’altezza della torre di San Liberato. La metodologia del cooperative learning ha accompagnato le attività dei lavori di gruppo. L’osservazione del variare dell’ombra proiettata dalla torre, con l’ausilio di un’app, la costruzione dei triangoli rettangoli utilizzando bastoni e corde, la realizzazione del plastico, hanno consentito di applicare in modo efficace il teorema di Talete. Poi l’utilizzo delle nuove tecnologie ha permesso di confermare i risultati attesi. Infine è stato realizzato il volantino come servizio reso alla comunità locale.

Parole chiave: teorema di Talete, triangolo rettangolo, osservazione, metodo cooperativo, nuove tecnologie, materiali, volantino.

1. Il metodo di Talete

Utilizzare il metodo di Talete per calcolare l’altezza di un edificio senza salirci sopra, può risultare non solo anacronistico, visto che risale tra il VII-VI secolo a.c., ma anche fuori moda. Determinare l’altezza di uno stabile con procedure e strumenti molto datati nel tempo potrebbe sembrare stravagante visto che disponiamo delle tecnologie appropriate. Questa volta non è stato così, la curiosità accompagnata da un entusiasmo contagioso hanno permesso di raggiungere l’obiettivo prefissato: trovare l’altezza della torre di avvistamento di San Liberato di Narni (Terni) utilizzando il metodo di Talete.
Quando ciò accadde venne misurata contemporaneamente l’ombra della piramide

2. Il progetto e il suo contesto

Sembra facile a dirsi, ma nella pratica risulta complicato non poco applicare questo metodo. La curiosità di provare se funziona e, soprattutto, se fornisce risultati positivi nella didattica di una Scuola Primaria mi ha portato a progettare su tale argomento una

esperienza formativa per la mia tesi di laurea in Scienze della Formazione Primaria (Università degli Studi dell'Aquila). Il lavoro è stato svolto principalmente con i 13 alunni della pluriclasse 4° e 5° della Scuola Primaria, nel plesso di San Liberato di Narni (I.C. Narni Scalo), con la collaborazione dell'insegnante e tutor del progetto che ha saputo accompagnare i contenuti e le modalità operative.
Non è sempre immediato accogliere idee che per tipologia e contenuto percorrono strade diverse dalle consuetudini scolastiche per raggiungere gli stessi obiettivi. In questo caso, la direzione didattica dell'Istituto Comprensivo di Narni Scalo, si è subito dimostrata interessata nel rendere vivi i pensieri e metterli in pratica. È stato un tempo ricco di saperi che hanno intrecciato esperienza, conoscenza e voglia di rivelare.
Come dice Martin Buber – filosofo, teologo e pedagogista austriaco - «Ogni vita vera è un incontro», ed è stato proprio così, questa esperienza è stata l'occasione di andare oltre il contenuto del progetto: calcolare l'altezza della torre di avvistamento di San Liberato con il metodo di Talete. In questi tempi dove le risorse scarseggiano, con particolare evidenza nel mondo della scuola e della cultura, occorre alzare lo sguardo, spogliarsi di quei pensieri senza desideri e accompagnare il cammino dei bambini per pensare insieme a loro in grande. Occorre allargare lo sguardo oltre la visuale delle mura perimetrali, riappropriarsi dell'ambiente naturale come luogo da osservare, scoprire, conoscere e vivere insieme.
C'è il desiderio di raccontare questo viaggio che è diventato un dono speciale, ha insegnato a osservare, ascoltare, costruire e condividere, rallentare e riflettere. Ogni intuizione è frutto di ispirazione e guida, così è stato per questo lavoro. La lettura del libro di Franco Lorenzoni *I bambini pensano grande*, è stata la scoperta di un sorprendente racconto, come lo chiama l'autore:
«cronaca di un'avventura pedagogica» insieme al prezioso aiuto del Prof.re Bruno Iannamorelli, docente in didattica della matematica, presso l'Università dell'Aquila, che ha saputo individuare con precisione e sintesi il fulcro del progetto. Il pensiero si è spinto oltre quella visione iniziale ed è diventato azione. I bambini e gli insegnanti sono usciti fuori dai confini fisici della scuola, per entrare in contatto con quelli naturali: la comunità locale, le tradizioni, il borgo antico e la sua storia.
Ognuno ha imparato a riflettere non solo osservando, ma anche attraverso l'uso delle mani, del corpo in movimento nello spazio, con l'ausilio dei diversi materiali e strumenti tecnologici utilizzati in questa breve ma intensa e coinvolgente tappa della vita che ha dato corso a studi scaturiti dalle osservazioni fenomeniche.

3. La metodologia e i gruppi di lavoro

Sono stati utilizzati alcuni approcci e metodi didattici: dall'apprendimento per scoperta, al problem posing per passare al problem-solving, all'apprendimento cooperativo unito al supporto delle nuove tecnologie. Il progetto è stato svolto attraverso una serie di incontri, otto in tutto, con attività che hanno avuto come base metodologica principale il coopeative learning, che è stato molto importante, in particolare per sviluppare e consolidare sia nuove competenze sia alcune abilità sociali, in un contesto eterogeneo come quello di una pluriclasse.

Gli studi sul cooperative learning hanno portato le ricerche fino a Don Milani e l'esperienza nella scuola di Barbiana. *Lettera a una professoressa* è il testo dove è possibile individuare con chiarezza l'esperienza dei bambini e ragazzi della scuola scritto a più mani, ma quando viene letto, sembra frutto del lavoro di un'unica persona. L'attività didattica che i ragazzi svolgevano consisteva prevalentemente in discussioni e confronti su temi di attualità, che sotto l'attenta guida del priore, consentiva un forte legame tra tutti i componenti nonostante il gruppo fosse eterogeneo. I testi scritti che i ragazzi componevano erano frutto delle loro ricerche e attraverso il confronto nascevano scelte collettive dove ognuno contribuiva alla produzione di un unico testo. Questa modalità di apprendimento dava la possibilità a ciascuno di costruire il sapere, come un'operazione di riscatto sociale[1]. La scuola di Barbiana rappresenta un autentico laboratorio per la costruzione della conoscenza dei saperi dove ciascuno apprende collaborando e condividendo i propri talenti, con spirito di cooperazione.

Nei primi incontri è stato molto utile condividere tutti insieme in cerchio alcune fasi del progetto così da creare le condizioni per esprimere liberamente le proprie riflessioni sia sui contenuti sia sulle relazioni tra i compagni con particolare attenzione nel riconoscimento del valore altrui. Le parole si sono messe in circolo, consentendo a ciascuno di individuare sia gli aspetti positivi sia le criticità nel lavoro svolto e nelle relazioni tra di loro, permettendo a tutti di essere ascoltati e di ascoltare condividendo i pensieri di ciascuno.

Una volta introdotta la metodologia principale di lavoro e formati i tre gruppi, con il contributo dell'insegnate-tutor e fiduciaria del plesso, sono stati assegnati i ruoli e i compiti da svolgere a ogni componente del gruppo: coordinatore, ricercatore-reporter, scrittore-disegnatore e relatore. Ogni gruppo è stato fornito di schede strutturate per la rilevazione delle misurazioni e descrizione delle osservazioni fenomeniche. Inoltre, i tre reporter erano equipaggiati di una macchina fotografica per documentare le varie fasi di lavoro. I bambini, per rimarcare la loro appartenenza ai tre gruppi, hanno realizzato un simbolo identificativo e si sono assegnati un nome: "Il Team della Torre" ha costruito il plastico per osservare il variare della lunghezza delle ombre nei vari momenti della giornata e dell'anno, il gruppo "Degli Antichi Greci" ha fatto un cartellone sui matematici e filosofi greci, localizzandoli in una cartina geografica e il gruppo "I Macedoni" ha realizzato un cartellone sulla storia della torre e sulle fasi di misurazione della sua ombra.

1 Viglino R. (2017). *Barbiana: un esempio di apprendimento cooperativo.* Retrieved Febraury 26, 2018 from www.scintille.it

4. Interdisciplinarietà

L'obiettivo finale è stato quello di approfondire le tematiche legate alla figura geometrica dei triangoli rettangoli, delle loro similitudini e dei loro angoli, attraverso la risoluzione di un problema pratico: misurare l'altezza della torre di avvistamento del proprio paese. I bambini hanno saputo raccogliere molto materiale sia cartaceo sia derivante da racconti e interviste anche sulla storia del borgo antico. Un aspetto molto interessante è stato quello di appurare che nessun documento storico riporta l'altezza della torre, in quanto la funzione principale era quella di avvistare il nemico e quindi è stata innalzata fino al livello sufficiente per garantire una visibilità adeguata.
La costruzione della torre risale intorno alla fine del 1100 d.C. e l'inizio del 1200 d.C., si trova nella parte più alta e antica del paese, vicino alla chiesa. È stata realizzata con pietre lavorate e calce, la base ha forma quadrata e costruita insieme agli angolari con materiale pesante e resistente, il travertino bugnato, la parte superiore della torre è fatta di tufo, materiale più leggero e scuro. Ha una porta di ingresso con una scalinata, per salire negli altri piani si utilizza una botola. Per un breve periodo è stata utilizzata con funzione di cisterna per distribuire l'acqua nelle case del paese. Attualmente una piccola parte è utilizzata come magazzino.
Le attività svolte durante il progetto hanno coinvolto, oltre la matematica (aritmetica e geometria), altre discipline come la storia, la geografia, l'astronomia, la tecnologia, l'arte e l'italiano, un percorso interdisciplinare e trasversale sia per i contenuti affrontati sia per la tipologia di apprendimento utilizzata. In particolare durante le fasi del progetto è stato approfondito il periodo storico dell'antica Grecia, attraverso lo studio dei filosofi e matematici del tempo, la storia della torre di avvistamento di San Liberato, contestualizzandola nel periodo medievale. Parallelamente alla storia è stata coinvolta la geografia, durante la realizzazione del cartellone sull'antica Grecia, attraverso la rappresentazione della cartina geografica del Paese. Inoltre l'utilizzo di una applicazione specifica ha consentito di approfondire le tematiche legate all'astronomia, insieme alle osservazioni effettuate anche con il plastico. I bambini hanno anche potuto localizzare, con l'ausilio della mappa satellitare, la posizione del paese e della sua torre. Il coinvolgimento della lingua italiana è stato indispensabile per svolgere quasi tutte le attività, in particolare, la realizzazione dei cartelloni e del volantino. La matematica ha avuto un ruolo centrale nel progetto, infatti partendo dal problema di individuare l'altezza della torre è stato studiato un metodo matematico (Talete) in grado di calcolare tale dimensione utilizzando la geometria ed in particolare la similitudine tra i triangoli rettangoli. Questo metodo ha dato l'opportunità di approfondire le caratteristiche legate ai triangoli rettangoli con attività all'aperto, nel giardino della scuola, dove i bambini si sono divertiti a costruire questa figura geometrica con l'utilizzo di bastoni, corde e anche attraverso il corpo.

Prima della realizzazione del plastico, è stato approfondito il rapporto in scala che è servito, successivamente, da base per la costruzione del plastico a partire dalla planimetrica del borgo antico. Nella realizzazione dei cartelloni, del plastico e del volantino ha ricoperto un ruolo centrale la disciplina di arte e immagine. I bambini hanno infatti disegnato e dipinto, utilizzando le varie tecniche apprese durante gli anni e attraverso un lavoro di gruppo hanno potuto condividere e migliorare le loro abilità.
I vari strumenti tecnologici utilizzati nel progetto (tablet, fotocamera, videocamera e notebook), hanno consentito agli studenti di imparare a utilizzare questi dispositivi in modo consapevole e appropriato al contesto. Questi strumenti ricoprono un ruolo sempre più importante per l’apprendimento, soprattutto per bambini che manifestano difficoltà nella lettura, scrittura e calcolo.

5. La misura dell’altezza della torre

Anche gli studenti della scuola primaria di San Liberato, durante le uscite didattiche che hanno coinvolto tutti gli alunni compresi quelli della pluriclasse I°, II° e III°, hanno proceduto alla misurazione dell’ombra della torre, quando la sua lunghezza era il triplo della sua altezza, utilizzando come strumento di riferimento sia un bastone sia un’applicazione utilizzata tramite il supporto di un tablet. Quest’ultima ha consentito di simulare e monitorare la localizzazione dell’ombra nel campo adiacente la torre, che il proprietario del terreno ha messo a disposizione con generosità e pazienza, poiché questo era l’unico luogo per poter prendere le misure. Prima di procedere alle operazioni di calcolo, una volta raccolti i dati, sono state proposte alcune attività didattiche attraverso l’utilizzo di legnetti e fili di lana per consentire la costruzione dei triangoli rettangoli isosceli e comporne altri dove uno dei cateti era il doppio e il triplo dell’altro. Infine per ricavare la misura dell’altezza della torre i bambini hanno diviso la lunghezza dell’ombra per tre e hanno ricavato la sua misura che è di circa 17 m.

I bambini più grandi hanno saputo coinvolgere quelli più piccoli nelle misurazioni dell'ombra del bastone attraverso attività di pear-tutoring.
La realizzazione del plastico, con la torre e alcune case del borgo antico, ha consentito a ogni bambino di approfondire l'osservazione attraverso simulazioni fenomeniche del variare delle ombre sia nell'arco della giornata sia nelle diverse stagioni dell'anno.

L'uso della planimetria ha rappresentato un importante strumento di analisi geografica del luogo e la possibilità di realizzare in scala il plastico.

6. Il volantino

Attraverso un compito di realtà, ognuno si è sentito parte non solo di un gruppo ma anche della classe (classbuilding). Per rimarcare questa appartenenza è stato realizzato un unico volantino, frutto della somma dei contributi di ogni lavoro di coppia e sintesi del progetto. La scelta dei contenuti è stata messa a votazione dopo la presentazione di ogni coppia del proprio lavoro. In questo modo è nato un prodotto in cui ogni bambino si è sentito valorizzato e rappresentato ritrovando nel volantino finale una parte del lavoro svolto nel piccolo gruppo e il supporto della Proloco di San Liberato nella persona del suo Presidente ha contribuito ad arricchire i contenuti.

Questo percorso, unito all’utilizzo consapevole di strumenti appropriati, ha consentito a ciascuno di conoscere per riconoscere e “imparare a imparare” - Indicazioni Nazionali per il Curricolo 2012 - cooperando.

È fondamentale che comunità così piccole ma ben salde e collaborative possano preservare la loro integrità e crescere in autonomia. Il volantino realizzato dai bambini potrebbe rappresentare un seme nuovo che si sviluppa per portare frutto con il sostegno e l’incoraggiamento concreto delle istituzioni, associazioni culturali e della comunità adulta. È dall’incontro che può nascere qualcosa di importante, attraverso la costruzione di percorsi condivisi frutto di scoperta e riflessione, dando spazio e libertà ai pensieri dei bambini che hanno sempre manifestato disponibilità, curiosità e gioia nell’accogliere le idee che hanno preso forma e vita! Ogni viaggio predispone alla scoperta per raggiungere nuove mete e consente di leggere con occhi attenti il prossimo orizzonte per predisporci a un nuovo approdo.

Bibliografia

Comoglio, M. & Cardoso, M.A. (1996). Insegnare e apprendere in gruppo: Il Cooperative Learning. Roma: LAS.

Comoglio M. (1999). Educare insegnando: Apprendere ad applicare il metodo cooperativo. Roma: LAS.

D'Amore, B. & Marazzani, I. (2011). I Problemi e laboratori: Metodologie per l'apprendimento della matematica (pp. 1, 10). Bologna: Pitagora.

Jannamorelli, B. (2010). Abbasso la matematica: Regole e formule addio. Torre dei Nolfi: Qualevita.

Johnson D. W., Johnson R. T. & E J. Holubec. (2016). Apprendimento cooperativo in classe: Migliorare il clima emotivo in classe (2nd ed.). Trento: Centro Studi Erickson.

Kagan, S. (2000). Apprendimento cooperativo: L'approccio strutturale. Roma: Lavoro.

Lodi, C. & Tonucci, F. (Eds.). (2017). *L'arte dello scrivere. Incontro fra Mario Lodi e Don Lorenzo Milani*. Drizzona: Casa delle Arti e del Gioco – Mario Lodi.

Lorenzoni, F. (2009). Con il cielo negli occhi: imparare a guardare lo spazio e il tempo giocando. Molfetta (BA): La Meridiana.

Lorenzoni, F. (2016). I bambini pensano grande: Cronaca di una avventura pedagogica (15th ed.). Palermo: Sellerio.

Ministero dell'Istruzione e della Ricerca (DM 254/12). Indicazioni Nazionali per il Curricolo dell'Infanzia e del Primo Ciclo di Istruzione.

Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca (DM n° 5669 del luglio 2011). Linee guida per il diritto allo studio degli alunni e degli studenti con disturbi specifici di apprendimento.

Rossi-Doria, M. (2014). Con l'altro davanti: Conversazione con Clotilde Pontecorvo. Limena (PD): Libreriauniversitaria.it.

Rossi-Doria, M, (2015). La scuola è mondo: Conversazioni su strada e istruzioni. Torino: Gruppo Abele ONLUS.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 2, No 1 (2019), 55-62

Un laboratorio di Matematica per sperimentare la probabilità, tra gioco e studio: il fenomeno delle coincidenze

Bonaventura Paolillo[1]

Sunto. Si presenta un'attività laboratoriale da proporre in una classe terza della scuola secondaria di primo grado, basata sul Calcolo delle Probabilità. In essa si propongono anche i concetti di base del calcolo combinatorio e si pone l'attenzione sul mondo delle coincidenze. In particolare, si sperimenta il classico problema del compleanno, notando come la valutazione precisa degli eventi spesso si discosta da quella condotta secondo convinzioni o percezioni personali.

Parole chiave: laboratorio, calcolo combinatorio, probabilità composta, problema del compleanno, coincidenze, scommesse.

1. Introduzione

Lo scopo della seguente attività didattica è quello di preparare gli allievi a riflettere, in modo più consapevole, sulla valutazione dell'incerto e quindi almeno nei suoi aspetti essenziali sull'importante concetto di probabilità. In particolare, si esploreranno alcune questioni relative al mondo delle coincidenze. Queste ultime, infatti, intervengono spesso nella nostra vita quotidiana, ma sfuggono alla nostra percezione di ponderarle adeguatamente. A titolo di esempio, chi scommetterebbe sulla coincidenza di compleanni che si potrebbe ottenere da un gruppo qualsiasi di **23** persone? Ci occuperemo, pertanto, di eventi connessi con l'ultima richiesta, nota come problema del compleanno. Tale tipologia di coincidenza non esaurisce affatto una varietà più ampia e che pure meriterebbe attenzione, si veda per esempio **[1], [5].** Il laboratorio che si esaminerà viene proposto alle classi terze della scuola secondaria di primo grado e può essere realizzato in maniera operativa e concreta, secondo un approccio *problem-solving*, sia a livello curricolare che extra-curricolare. I prerequisiti richiesti agli allievi sono minimali, in quanto necessitano delle quattro operazioni di base del calcolo e un minimo background di elementi di logica. Il tema delle coincidenze conduce inevitabilmente a soffermarsi sul mondo del gioco d'azzardo, così massicciamente diffuso sul territorio nazionale, coi suoi palesi rischi. Tra gli intenti auspicabili, derivanti da tale attività laboratoriale, c'è quello di natura sociale e pedagogica. Si

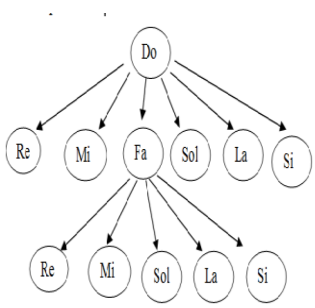
[1] Liceo Scientifico "Francesco Severi-Salerno"; Tutor Coordinatore TFA-A047, 2015, Università degli Studi di Salerno. *bpaolillo@unisa.it*

vorrebbe, infatti, far emergere alcuni aspetti critici che emergono dall'illusorio mondo delle scommesse. Far leva su tecniche legate al *Calcolo delle Probabilità* permette di leggere criticamente e di filtrare, con maggiore attenzione alcuni messaggi o segnali che giungono da slot-machine, giochi on-line, ecc.

Si distingueranno **cinque fasi didattiche** su cui impostare il lavoro d'interazione allievi-docente. Nelle prime tre si forniscono concetti di base del calcolo e sono propedeutiche ad una giusta comprensione della tematica delle coincidenze. Quest'ultima viene esplorata in dettaglio nella quarta e quinta fase.

Fase 1. In questa fase (**2 ore-3 ore**) si introducono i concetti chiave del *Calcolo Combinatorio* e in particolare le disposizioni semplici e quelle con ripetizioni. Si riporta a titolo illustrativo qualche esempio: "*Quanti raggruppamenti di tre note distinte si possono formare partendo dalle sette: Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si*? *Quante terne possibili* (*anche con ripetizione*) *si formano partendo dalle stesse note musicali?* Si nota come tra le disposizioni semplici si includa sia la terna (*Do, Mi, Sol*) che quella di (*Mi, Sol, Do*). In quelle con ripetizione, compaiono invece le sequenze (*Do, Do, Mi*) e (*Sol, Sol, Sol*), ecc. Inoltre, le disposizioni semplici costituiscono un sottoinsieme proprio di quelle con ripetizione. Come strumento di supporto didattico, si è utilizzato sovente il grafo ad albero, che ha il pregio di visualizzare in verticale le informazioni che si vengono ad accumulare. Per la richiesta precedente, fissando la 1° nota *Do*, si ottengono alcune sequenze relative alle disposizioni semplici (*Do, Fa, Re*), (*Do, Fa, Mi*), (*Do, Fa, Sol*), (*Do, Fa, La*), (*Do, Fa, Si*), (*si veda la figura sotto*). Si riportano le note formule relative, rispettivamente, alle disposizioni semplici e con ripetizione, di d elementi e di classe n:

$$\boldsymbol{D_{d,n} = d(d-1)(d-2)\dots(d-(n-1));\qquad D'_{d,n} = d^n}.$$



Successivamente si pone l'attenzione sulle permutazioni, viste anche come particolari disposizioni semplici di n elementi di classe n.

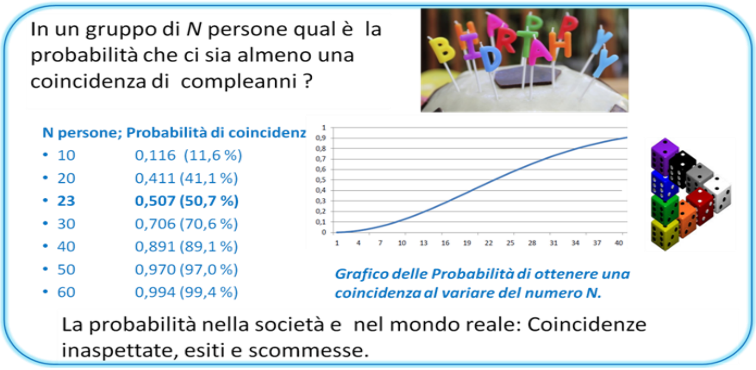
Esempi: In quanti modi si può disporre di un cucchiaio, coltello e forchetta sul tavolo? Avendo quattro elementi, per esempio le tre posate precedenti a cui si aggiunge un cucchiaino, come cresce il numero delle sequenze rispetto a prima?

Evidentemente, è auspicabile condurre gli allievi a far scoprire le leggi di formazione delle sequenze e a riflettere sulla definizione di fattoriale. Altre riflessioni simili possono essere svolte riguardo alle combinazioni e al relativo triangolo di Pascal.

Fase 2. Questa fase (**2 ore - 3 ore**) è dedicata ad esaminare il concetto di probabilità. Partendo da classiche situazioni reali, si valutano *l'uscita della faccia di una moneta, il gioco dei dadi, della tombola, delle carte, ecc.* Si sceglie l'approccio della *scuola* *classica*, definendo la probabilità di un evento come rapporto tra il numero dei casi favorevoli e quello dei casi possibili. Per questo scopo si possono considerare vari esempi di spazi di probabilità. Anche se in maniera intuitiva e semplice le definizioni frequentista e soggettiva di probabilità possono essere di stimolo di discussione in classe, evitando però un confronto impegnativo tra tali approcci. Si esamina poi il significato probabilistico di evento contrario e dell'unione di eventi disgiunti, avvalendosi di strumenti grafici come quello di *Eulero-Venn*, che mostra una buona efficacia esplicativa. L'attenzione si può porre ad alcune questioni classiche che suscitano vivo interesse: *la somma di due facce nell'uscita del doppio dado e le relative probabilità, la relativa somma nell'uscita del triplo dado (in particolare l'uscita del 9 e 10 studiata da Galilei), il problema storico della ripartizione della posta introdotto da Pascal e Fermat.*

Fase 3 (**3 ore-4 ore**). In questa fase si può approfondire il concetto di probabilità totale e quello di probabilità composta. Si possono inquadrare alcuni problemi classici, in contesti storici, per esempio quelli tratti dal *Cavaliere de Méré*: *Valutare le probabilità dell'uscita di almeno un 6 dal lancio di 4 dadi o di almeno un doppio 6 da 24 lanci di un doppio dado.* Successivamente si possono mostrare esempi di eventi dipendenti e indipendenti distinguendoli dalla natura più semplice degli eventi disgiunti. Gli esempi, possono essere dati inizialmente in maniera intuitiva, senza soffermarsi troppo sulla definizione formale. In particolare, si fa notare che alcuni quesiti di probabilità sulle estrazioni di biglie da urne, sono risolvibili sia con i mezzi del calcolo combinatorio che con quelli probabilistici.
Avvalendosi di una maggiore padronanza di strumenti matematici, gli allievi possono allora approcciarsi ad esplorare la tematica delle coincidenze.

Fase 4 (**2-3 ore**). **La coincidenza nel problema del compleanno**. Il problema del compleanno è storicamente attribuito al filosofo e matematico *Richard von Mises* che lo ha elaborato nel **1939**. In **[2]** si sono trattati alcuni aspetti d'insieme di tale problematica, dal punto di vista più teorico. Si esamina allora la probabilità che possa accadere almeno una coincidenza di compleanno (solo mese e giorno) in un gruppo qualsiasi di persone, più precisamente: *se si scommette sulla possibilità che si verifichi l'evento coincidenza di almeno una coppia di compleanni, quanto deve essere numeroso il minimo gruppo di persone?* In modo equivalente, si vorrebbe il minimo n per cui la probabilità di vincere superi quella di perdere. Non si considera per motivi di semplicità l'anno bisestile, sebbene la sua inclusione non influenzi l'impostazione argomentativa e i conseguenti risultati. Prima di fornire la risposta agli allievi è doveroso aiutarli a far ricercare e a testare da soli (o in gruppi) la possibile risposta. Esplicitamente, si induce a pronunciarli gradualmente sulla richiesta iniziale, come segue: *poiché con un gruppo di **n=366** persone si ha una coincidenza sicura, come si può abbassare tale soglia numerica per avere una probabilità di successo maggiore del* **50%**? *In particolare, tra i valori indicativi per* ***n*** **= 200, 182, 60, 23,15**, *qual è il valore minimo che soddisfa tale richiesta*?



La risposta spesso gettonata è **182** che è plausibile e segue un criterio di diretta proporzionalità, ma è palesemente errata. La risposta corretta è invece ***n*=23**, che fornisce una probabilità precisa del **50,7%** di successo. In questo modo, gli allievi sono spronati ad operare una personale proiezione dei loro convincimenti iniziali, su situazioni che investono sempre di più la piattaforma del mondo reale. Dopo aver fornito la soluzione del problema, può risultare esigente per loro, mirare a rielaborare gli strumenti matematici adoperati in campo, che non hanno condotto ad una strategia risolutiva. Si è allora escogitata una nuova metodologia di soluzione, e in questo modo si ristruttura anche un nuovo ed efficace quadro di competenze. Ecco la dimostrazione presentata agli allievi. Si consideri per un gruppo di *n* persone, l'evento coincidenza di almeno due compleanni e lo si indichi con *Coinc* sottintendendo, per semplicità, il riferimento a *n*. L'evento contrario, in cui per ogni coppia di persone scelte, le date di nascita relative al giorno e al mese non coincidono, sarà indicato con *Non_Coinc*. Si calcolerà, per motivi di facilità, la probabilità di quest'ultimo evento contrario e dopo quella dell'evento *Coinc*. Si osserva che i casi favorevoli alla non coincidenza sono le disposizioni semplici $\boldsymbol{D_{365,\,n}}$ cioè di **365** oggetti su *n* posti diversi, in quanto descrivono le sequenze in cui si possono scegliere *n* date differenti da un calendario annuale. I casi possibili sono invece dati dalle sequenze in cui si possono scegliere *n* date qualsiasi del calendario, anche con ripetizione, pari a $\boldsymbol{D'_{365,n} = 365^n}$**.** Si otterrà evidentemente $\boldsymbol{P(Non\_Coinc) = \frac{D_{365,n}}{D'_{365,n}}}$**.**

Il primo valore di *n* per cui questa probabilità è inferiore a **0,50** è proprio **23**, da ciò si ha subito:

***P*(*Coinc*)=1-*P*(*Non_Coinc*)= 1-0,493 = 0,507**, (corretto alla terza cifra decimale).

Per convincersi ancor di più della validità di tale sorprendente responso si può ricorrere ad un'idea metaforica utilizzata dal noto matematico ed enigmista *Martin Gardner*. Un gruppo di *n* persone viene invitato ad entrare in una stanza, ma entra sempre una persona alla volta. Per la prima persona non ci sono conflitti, infatti l'evento della non coincidenza si verifica con probabilità pari a **1=365/365.** La seconda persona che entra realizza l'evento della non coincidenza con la prima, con probabilità **364/365**, analogamente per la terza persona si ha **363/365** e così via, la persona *n*-ma realizza la non coincidenza di compleanno con le altre (n-1), con probabilità **(365-(n-1))/365**. Per il teorema della probabilità composta, risulta:

$$\boldsymbol{P(Non\_Coinc) = \frac{365}{365}\frac{364}{365}\frac{363}{365}\frac{362}{365}\dots\frac{365-(n-1)}{365}}$$

Evidentemente ***P(Coinc)*** è ancora uguale a **1-*P(Non_Coinc).***
Si osserva che nell'ultima formula, al membro destro compare di nuovo, il rapporto tra i valori delle due disposizioni. Si è poi osservato che scegliendo ripetutamente gruppi di **23** persone, la frequenza relativa della coincidenza (e non coincidenza) approssimava il valore della probabilità vicino al **50%**. E' questo un buon contesto per introdurre, con la dovuta cautela didattica, la legge dei grandi numeri, immaginando un numero di prove indefinito. Ripercorrendo poi l'analoga strategia risolutiva e indicando con la variabile *N* la cardinalità di un generico gruppo di persone, si è riusciti, in generale, a determinare la funzione probabilità dell'evento coincidenza. Così, per ***N*=30** la probabilità è del **70%**, per ***N*=40** dell'**89%** e per ***N*=60** si supera il **99%**, pur non raggiungendo il **100%** se non dal valore di ***N*=366** in poi. La curva che si ottiene ha la forma di una *logistica*, anche se questa, in generale, ha un carattere asintotico per *N* che tende ad infinito. La nostra invece presenta un valore effettivamente asintotico fino a **365** e successivamente, un andamento costante unitario, poiché l'evento in questione diventa certo. Uno dei *misteri* legati alla problematica del compleanno è costituito dalla convinzione, almeno iniziale nelle persone, di non trovare riscontro o conferma di tale fatto. Tra gli ostacoli epistemologici più seri alla base della mancata comprensione, c'è forse quello di non saper cogliere in modo consapevole, il quoziente numerico, esaminato poc'anzi, tra i due tipi di disposizioni, quelle semplici e con ripetizione. In effetti, difficilmente nei contesti della vita reale si va a valutare la discrepanza esistente tra questi due raggruppamenti. Ad un livello equivalente anche la valutazione dell'evento non compleanno, risulta sorprendente ed inaspettata.

Fase 5 (**3-4 ore**). **Sperimentare coincidenze di altri eventi. Simulazioni via software.** Partendo dalle osservazioni di base del problema classico del compleanno, si possono sperimentare in aula, altre situazioni didattiche in cui vengono formulate richieste che conducono spesso a coincidenze inattese, per esempio la seguente:
Dato un mazzo di 40 carte napoletane (*o di altro tipo*), *si scelga una carta a piacere e si segni il valore su un foglio, ad esempio il 3 di denari. Successivamente si rimetta la carta nel mazzo e si ripeta, segnandola, l'estrazione di un'altra carta e così via. Stabilire quanto deve essere il minimo numero n di estrazioni perché si verifichi una coincidenza di almeno due carte, con probabilità maggiore del 50%.*
Diventa interessante l'analisi della soluzione. Denotando con *d* il numero dei *giorni del nuovo calendario*, che risulta di **40**, si imporrà:

***P*(*Coinc*)=1-*P*(*Non_Coinc*)=**$\boldsymbol{1 - \frac{D_{d,n}}{D'_{d,n}} > 0,50.}$

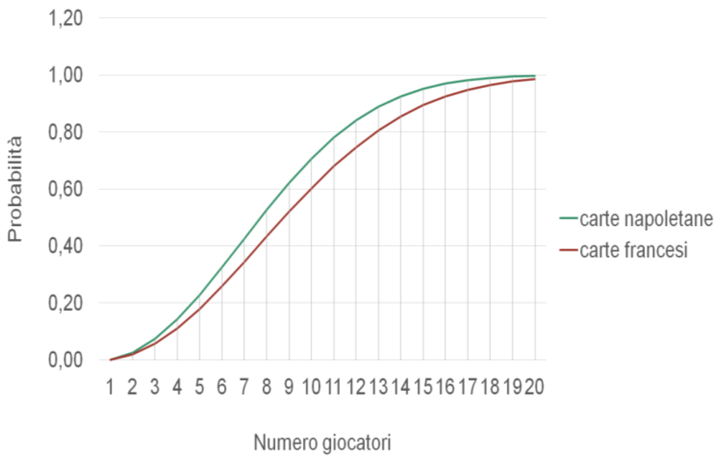
Risulta: $\boldsymbol{\frac{D_{40,8}}{40^8} = \frac{40\ 39\ 38 \dots 33}{40^8} = 0,473.}$

Il risultato cercato è quindi dato da **8** estrazioni che fa superare del **52%** la probabilità di successo, mentre con **7** estrazioni non si raggiunge il quorum del **50%**. Si riporta la tabella numerica che illustra bene la distribuzione di probabilità del mazzo di carte napoletano.

Numero giocatori	Probabilità	Percentuale
2	0,02500	2,5 %
4	0,14322	14,3 %
6	0,32529	32,5 %
8	0,52686	52,7 %
10	0,70665	70,7 %
14	0,92463	92,4 %
18	0,98944	98,9 %
22	0,99928	99,9 %

La probabilità di coincidenza nel mazzo di carte napoletano

Nella figura in basso a sinistra, si mostrano i grafici relativi al mazzo di carte napoletano (*parte superiore*) e al mazzo di carte francese (*parte inferiore*).



Si nota come il calendario con i **365** giorni sia stato rimpiazzato con le **40** carte e il valore **23** dal nuovo valore **8**. Per le carte francesi da **52** il valore di interesse è **12** che dimezza la probabilità al **50%**. Similmente, se si ripete l'esperienza con la tombola si riscontra che il nuovo calendario è formato da **90** numeri e il valore da determinare è ***n*=12**. La lista dei valori di *n*, dei vari calendari con *d* giorni, fino al valore **99** è mostrata in tabella.

Indagare queste nuove collezioni di oggetti e trovare il relativo minimo *n* che realizzi la probabilità di successo, diventa per gli allievi di sicuro stimolo. Sono infatti coinvolti a reinventare o a elaborare aspetti del reale e di natura quotidiana: coincidenze di brani scanditi in play-list su cellulari, elencare in una partita di calcio le date di nascite dei **22** calciatori, con in più l'arbitro, ecc. È importante anche osservare che la soluzione si basa su operazioni davvero elementari (n-1 moltiplicazioni e 1 sottrazione). Diventa anche piuttosto naturale, per gli allievi, ricorrere alla simulazione software di tali attività. Per questo scopo, è sufficiente scegliere il foglio *Excel* che ha un ambiente di progettazione semplice e produttivo.

Calendari di taglia *d*	Valore di *n* Prob >50%
3-5	3
6-9	4
10-16	5
17-23	6
24-32	7
33-42	8
43-54	9
55-68	10
69-82	11
83-99	12

In figura la schermata grafica realizzata dagli allievi con esperimenti di simulazione relativi a compleanni, carte, tombola

Con esso, sono state determinate le frequenze di coincidenze per centinaia di gruppi di **23** persone. utilizzando la nota funzione *Random.* Così pure per le estrazioni di carte e del gioco della tombola.

A livello teorico, rimane l'esigenza di determinare per valori di d molto grandi- ad esempio un milione - delle formule dirette che restituiscano il valore di n. A titolo informativo, una formula che approssima bene tale valore è $\boldsymbol{n \approx 1.2\sqrt{d}}$**,** si veda **[7],** ottenuta con l'aiuto di strumenti di matematica superiore. La ricerca matematica, in tal senso non è del tutto conclusa e si lavora per ottenere stime più accurate **[3], [7]**.

In **[4]** si definisce il quasi-compleanno (con distanza **1**) come il verificarsi di almeno due date che distano al più un giorno, per esempio *5 e 6 Dicembre* oppure *31 Dicembre e 1 Gennaio*, ecc. Analogamente si possono fornire, in generale, i quasi compleanni con distanza *d*. Ebbene si mostra che con **14** persone si ha una probabilità maggiore di **0,5**, di ottenere un quasi compleanno con distanza **1**, mentre **8** persone realizzano con probabilità maggiore di **0,5** l'evento di essere separati da al più **4** giorni, cioè il quasi-compleanno con distanza **4**.

Distanza	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Numero n di persone	23	14	11	9	8	8	7	7	6	6

In tabella si mostrano i quasi compleanni e le probabilità relative

In **[3]** invece, si tratta il caso delle coincidenze multiple, come si evince nella successiva tabella. I numeri nella riga inferiore indicano il raggiungimento della probabilità maggiore di **0,5** del verificarsi dell'evento multiplo. Per esempio, se siamo in una sala cinematografica o in un auditorium con **88** persone, possiamo puntare sull'evento di almeno **3** compleanni coincidenti, oppure in una scuola di **798** persone sul verificarsi di almeno **8** compleanni, ecc. Tali risultati si ottengono prevalentemente in maniera software, poiché da un punto di vista matematico si rivelano alquanto impegnativi.

1,	**23,**	**88,**	**187,**	**313,**	**460,**	**623,**	**798,**	**985,**	**1181,**	**1385,**	**1596,**	**1813,**
2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13	

Coincidenze Multiple *(Diaconis and Mosteller 1989)*

In conclusione, l'attività qui descritta si può rivelare istruttiva, permettendo di consolidare diverse competenze matematiche. L'approccio alla probabilità può rivelarsi efficace, se accompagnato da esplorazioni di tipo intuitivo su aspetti del reale, come il fenomeno delle coincidenze. Non solo, come detto all'inizio, ciò si può ripercuotere in chiave sociale, su come dare un significato ponderato alle scommesse di eventi incerti. Ciò costituisce un primo gradino, per avviarsi ad una forma terapeutica, in cui il cittadino può pensare di ridurre la fallacia del giocatore.

Bibliografia

[1] Dall'Aglio.G., *Calcolo delle probabilità*, Zanichelli, 2003.

[2] Paolillo B. "*Il problema del compleanno e le sue varianti*", *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate* **37** A-B, N 5, 2014.

[3] Diaconis, P. and Mosteller, F. *"Methods for Studying Coincidences." J. Amer. Statist. Assoc.* **84**, 853-861, 1989.

[4] Morton Abramson and W. O. J. Moser; *"More Birthday Surprises*", *The American Mathematical Monthly, Vol. 77, No. 8 (Oct., 1970), pp. 856- 858*

[5] Stewart, I. "What a Coincidence!" *Sci. Amer.* **278**, 95-96, June 1998.

[6] Tesler, L. "Not a Coincidence!" http://www.nomodes.com

[7] *http://www.dm.unito.it/~cerruti/aprile-07-luglio 08.html#compleanno*

[8] *https://people.richland.edu/james/misc/simulation /birthday.html*

Istruzioni per gli autori

Gli autori che desiderano proporre un articolo per la pubblicazione nella Rivista Mondo Matematico e Dintorni devono seguire i seguenti criteri per il formato:

(1) L'articolo deve essere in formato doc o docx, carattere Times New Roman, 12 p; il titolo in carattere Times New Roman, grassetto, 18 p.

(2) I margini devono essere impostati a 3 cm sotto, sopra, a destra e a sinistra. L'interlinea è multipla 1,15 p.

(3) L'articolo deve essere diviso in paragrafi numerati, di cui il primo è una introduzione e l'ultimo una conclusione. I paragrafi vanno separati da due interlinee. Il titolo di ogni paragrafo è in carattere Times New Roman, grassetto, 14 p.

(4) Ogni articolo deve avere una lunghezza minima di 6 pagine e non deve superare, di regola, le 14 pagine.

(5) Dopo l'ultimo paragrafo va inserita la bibliografia che deve contenere almeno 4 fra libri e articoli nella forma cognome, nome (anno), titolo dell'articolo, titolo del libro o rivista, editore, città.

(6) La bibliografia non va numerata. I riferimenti bibliografici nel testo devono avere la forma (cognome dell'autore, anno).

(7) Non devono essere messe note bibliografiche a piè di pagina. Tutta la bibliografia va messa alla fine.

(8) I disegni vanno fatti con programmi di elaborazione grafica (non in Word) e salvati in formato jpg o png; vanno poi inseriti nel testo all'interno di una tabella.

(9) L'articolo deve essere inviato in formato doc o docx ed in formato pdf per il controllo dell'impaginazione e deve avere un numero pari di pagine.

Istruzioni più dettagliate possono essere scaricate dalla pagina web della Rivista sul sito www.apav.it.

Tutti gli articoli ricevuti saranno esaminati da due revisori che invieranno il loro parere sulla pubblicazione ed eventuali proposte di correzioni ai direttori editoriali.

Gli articoli possono essere inviati ad uno dei seguenti indirizzi email:

antmat@libero.it

giuseppemanuppella@gmail.com

lucianadr@live.it

matematicaedintorni@libero.it

Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo

ACCADEMIA DI SCIENZE, LETTERE, ARTI E TECNOLOGIA

Ente accreditato dal MIUR per la formazione del personale della scuola