

Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria

Luciana Delli Rocili¹ Antonio Maturo²

Sunto. L'apprendimento dei fondamenti della logica del certo e dell'incerto è presentato come il risultato di un lavoro di un gruppo interdisciplinare. La sperimentazione riguarda essenzialmente due aspetti: verifica della *comprensione linguistica* di una proposizione e *analisi dello stato di informazione*. Per il primo aspetto si tratta di vedere come i bambini interpretano una frase con soggetto e predicato, ossia se essi ritengono che i valori di verità che possono essere attribuiti sono quelli della logica bivalente come *vero* o *falso*, oppure valori di verità di una logica plurivalente, ossia se c'è la possibilità/necessità di considerare anche valori di verità intermedi fra *vero* e *falso* come ad esempio: *più vero che falso*, *più falso che vero*, *a metà fra vero e falso*. Inoltre è richiesto ai bambini di individuare frasi non complete e che quindi non sono enunciati linguistici. Per quanto riguarda il secondo aspetto si tratta di analizzare lo *stato di informazione* sul concetto espresso da una proposizione, ossia di vedere se è possibile attribuire subito ad essa un valore di verità, oppure se è necessario acquisire una ulteriore informazione. Inoltre mettiamo in evidenza la distinzione fra incertezza dovuta a *informazione incompleta*, che porta a valutazioni di probabilità, e *incertezza semantica* che conduce alla teoria dei fuzzy set.

¹ Istituto Comprensivo Pescara 5, email lucianadr@live.it

² Università di Chieti-Pescara, Department DiLASS, email amaturo@unich.it

Parole Chiave: Enunciati della logica binaria. Enunciati linguistici. Logica del certo e dell'incerto. Logica fuzzy. Grado di informazione. Variabili linguistiche.

Abstract. Learning the basics of the logic of certain and the uncertain is presented as the result of a work of an interdisciplinary team. Our experimentation involves essentially two aspects: language comprehension of a statement and analysis of the information. The first aspect is to see how children interpret a sentence with subject and predicate, that is, if they believe that the truth values that can be assigned are those of bivalent logic, i.e. *true* or *false*, or truth-values of a multivalent logic i.e. if there is the possibility/need to consider truth values intermediate between true and false such as: *more true than false*, *more false than true*, *halfway between true and false*. It is also required children to identify phrases not complete and therefore that are not linguistic statements. Regarding the second aspect it comes to analyzing the information on the concept expressed by a proposition, i.e. to see if it is possible to immediately assign to it a truth value, or if it is necessary to acquire a further information. Moreover we highlight the distinction between uncertainty due to incomplete information, which leads to probability assessments, and semantic uncertainty that leads to the theory of fuzzy sets.

Keyword: Propositions of the bivalent logic. Linguistic statements. Logic of the certain and uncertain. Fuzzy logic. Degree of information. Linguistic variables .

1. Primi passi di logica bivalente nella scuola primaria

La logica bivalente si basa sul *concetto di enunciato o proposizione*. Il primo passo è quindi saper riconoscere se una frase è un enunciato. Il problema è tutt'altro che banale e proprio il contatto con i bambini può chiarirne le difficoltà.

Alcuni tentativi di descrivere il concetto di enunciato sono i seguenti:

In (Behnke and alii, 1968) un *enunciato o proposizione* della logica bivalente è descritto come un “complesso linguistico o segnico per cui ha senso chiedersi se è *vero* o *falso*”.

In (Russell, 1962) un *enunciato* della logica bivalente è descritto come “una disposizione di parole e/o simboli che esprime ciò che è o *vero* o *falso*”.

Evidentemente le precedenti descrizioni non sono definizioni e, a nostro parere, *nascondono una valutazione soggettiva*. Ossia esiste un individuo, *il decisore*, forse un esperto di logica o di linguistica, forse la maestra o un bambino, che, per accettare una disposizione di parole e/o simboli come un enunciato della logica bivalente, la deve interpretare come una *domanda* a cui si può dare una e una sola delle due risposte: *vero* o *falso*.

Le proprietà caratteristiche di un enunciato della logica bivalente sono le seguenti:

- (1) *Principio del terzo escluso*. Un enunciato è o *vero* o *falso* e non esiste una terza alternativa.
- (2) *Principio di non contraddizione*. Un enunciato non può essere contemporaneamente vero e falso.

L'insieme dei due principi di terzo escluso e di non contraddizione viene anche chiamato *principio di bivalenza* (Russell, 1962).

Dal punto di vista linguistico il concetto di enunciato o proposizione è più ampio, in quanto si riferisce ad una frase di senso compiuto (con soggetto, predicato verbale o nominale, complementi, etc.) per la quale si può esprimere un giudizio di verità che non necessariamente si limita a *vero* o *falso*, ma può essere anche *più falso che vero*, *più vero che falso*, *a metà fra vero e falso*, etc.

Il primo passo della nostra sperimentazione consiste nel valutare fino a che punto i bambini, opportunamente guidati, riescono a riconoscere se una frase è un *enunciato della logica bivalente*, un *enunciato linguistico*, oppure *non è un enunciato*.

Data la soggettività del concetto, si tratta di vedere in che misura i bambini sono in accordo fra loro o con le opinioni di adulti o esperti.

In altre parole, si tratta di vedere come i bambini interpretano una frase con soggetto e predicato attribuendo o semplicemente i valori di verità *vero* o *falso*, oppure attribuendo un giudizio come *più falso che vero*, *più vero che falso*, *a metà fra vero e falso*.

Nel caso in cui i bambini non riconoscano la frase come un enunciato linguistico, probabilmente esprimono un giudizio come: *frase non chiara*, *non si capisce* e simili.

Usualmente un enunciato è indicato con una lettera maiuscola. Se E è un enunciato scriviamo $E = 0$ per indicare che E è *falso* e $E = 1$ per indicare che E è *vero*. Nel caso di enunciati linguistici non bivalenti sono attribuiti a E anche valori numerici compresi fra 0 e 1 (Zadeh, 1965; 1975; Klir and Yuan 1995).

2. Logica del certo e dell'incerto nella scuola primaria

Una volta riconosciuto che una certa frase E è un enunciato della logica bivalente, il secondo passo è capire se le *informazioni* che si hanno a disposizione permettono di stabilire se esso è *vero* o *falso*. Se ciò avviene, E è un enunciato della *logica classica* o *del certo*, in caso contrario E si dice *evento aleatorio*.

La *logica dell'incerto* si occupa di tutti gli enunciati, sia di quelli della logica classica, sia degli eventi aleatori.



Enunciati della logica dell'incerto

Una volta che un bambino ha valutato un'affermazione come proposizione della logica bivalente, il secondo passo consiste nel fargli analizzare le informazioni di cui egli è in possesso: l'informazione è *totale* se egli è in grado di attribuire un valore di verità all'enunciato, è *parziale* se invece non può, nel suo stato di informazione, stabilire se l'enunciato è *vero* o *falso*.

Anche il secondo passo è soggettivo, perché due individui che valutano possono avere informazioni diverse.

Un enunciato della logica dell'incerto è usualmente chiamato *evento*. In particolare, un enunciato della logica del certo si dice *evento certo* se assume il valore *vero* e *evento impossibile* se assume valore *falso*.

“Un *evento* è una proposizione di cui può essere *non conosciuto* il valore di verità. Se tale valore è conosciuto ed è 1, l'evento si dice *certo*, se è 0, si dice *impossibile*, se non è conosciuto si dice *aleatorio*.” (de Finetti, 1970, p.710)

La logica dell'incerto, basata sul concetto di evento come proposizione logica, è a fondamento della *probabilità soggettiva* (de Finetti, 1970; Coletti and Scozzafava, 2002) e quindi della teoria delle decisioni, ossia dei criteri da seguire per fare scelte coerenti con i propri obiettivi (Lindley, 1990).

Per una verifica della comprensione dei concetti di logica bivalente, abbiamo proposto agli alunni della scuola elementare le seguenti attività:

- (1) lettura di frasi e loro riconoscimento come enunciati della logica bivalente, verificando il grado di convinzione di ciascun alunno sul fatto che valgono i principi del terzo escluso e non contraddizione;
- (2) classificazione degli enunciati accettati come proposizioni della logica bivalente come eventi: *certo*, *impossibile*, *aleatorio*;
- (3) quando un enunciato è classificato nella logica del certo, attivazione di procedure per verificare se è vero o falso (*criterio di verifica*, Fadini, 1979).

3. Un percorso didattico basato su visione unitaria di logica classica e logica dell'incerto

L'idea di base del lavoro e della sperimentazione è di introdurre i concetti e operare in un contesto interdisciplinare. Partendo da tale punto di vista, proponiamo di introdurre direttamente le operazioni logiche sugli eventi, come enunciati della logica bivalente con informazione che può essere sia totale e sia parziale. Come caso particolare, quando l'informazione è totale, si ottengono le operazioni sugli enunciati della logica del certo.

Nella logica del certo si utilizzano in genere le variabili logiche, ossia simboli che possono assumere i valori di verità: *vero* o *falso*. In questo lavoro preferiamo sostituire le variabili logiche con gli eventi per un insieme di motivi, fra cui:

- (1) Gli eventi aleatori possono assumere entrambi i valori: *vero* o *falso* e quindi, nelle espressioni logiche, possono svolgere le stesse funzioni algoritmiche delle variabili logiche.
- (2) Si ottengono direttamente risultati in un ambiente più vasto di quello della logica classica.
- (3) A differenza di una variabile logica, un simbolo che rappresenta un evento aleatorio ha un immediato significato concreto.
- (4) Le formule della logica classica rimangono inalterate, basta sostituire alla parola "*variabile binaria*" la parola "*evento aleatorio*" e alle parole "*tautologia*" e "*contraddizione*" rispettivamente le parole "*evento certo*" e "*evento impossibile*".
- (5) Grazie ai concetti di "*partizione dell'evento certo*" e di "*costituente*" (Scozzafava, 1996, 2001; Maturo, 1993, 2008; Coletti e Scozzafava, 2002), un evento si rappresenta come insieme in maniera molto significativa e appare molto intuitivo il legame fra operazioni logiche e insiemistiche.

4. Enunciati linguistici e logica fuzzy nella scuola primaria

Un passo ulteriore verso la interdisciplinarietà si ottiene interpretando gli enunciati che si trovano nella lingua italiana come proposizioni della logica fuzzy, che generalizza la logica bivalente (Zadeh, 1965; 1975).

D'altra parte, lo stesso de Finetti, nell'appendice critica del libro *Teoria delle Probabilità*, mette in luce la necessità di prendere in considerazione la logica a più di due valori. In particolare, cita in proposito le varianti proposte in (Reichenbach, 1942) per un terzo valore di verità diverso da *vero* e *falso*.

Generalizzando la descrizione di enunciato della logica bivalente data in (Behnke and alii, 1968) chiamiamo *enunciato sfumato* o *fuzzy* o *linguistico*, con insieme di valori di verità G , ogni complesso linguistico o segnico per cui ha senso attribuire un *valore di verità* appartenente a G .

Nel caso particolare in cui G si riduce all'insieme $\{\textit{vero}, \textit{falso}\}$ ci si riduce al concetto di enunciato della logica bivalente.

Riteniamo opportuno tener presente questa generalizzazione già nella scuola primaria per ridurre la distanza fra i concetti logici e linguistici, poiché nella comunicazione fra individui si usano abitualmente enunciati linguistici che non sono quelli della logica bivalente; infatti ad un enunciato linguistico si possono attribuire giudizi diversi da quelli estremi: *vero* o *falso*.

In tale ordine d'idee ci è sembrato opportuno integrare le attività (1), (2), (3) sopra descritte con le seguenti:

- (4) generalizzazione del concetto di enunciato della logica bivalente, facendo scoprire ai bambini stessi che in certi casi oltre a *vero* o *falso* ci possono essere altri valori di verità come: *più vero che falso*, *più falso che vero*, *a metà fra vero e falso*, invitandoli a dare *giudizi qualitativi*, appartenenti ad un insieme ordinato, compresi fra *vero* e *falso*;

- (5) riflessione sugli aspetti interdisciplinari dei concetti logici, facendo scoprire che nel linguaggio parlato spesso si usano enunciati che non sono quelli della logica bivalente.

5. La sperimentazione

Abbiamo somministrato a quattro classi (due prime e due quarte) di una scuola primaria un questionario con 16 affermazioni classificabili in 7 possibili risposte:

vero, falso, vero o falso ma ora non so quale dei due, più vero che falso, più falso che vero, a metà fra vero e falso, non è un enunciato linguistico.

Le prime tre fanno riferimento alla logica bivalente, dalla quarta alla quinta si intende verificare se il bambino intuisce una logica plurivalente, l'ultima risposta prevede il riconoscimento del fatto che l'affermazione non è completa, e quindi non è un enunciato neanche nella accezione più generale.

I risultati sono apparsi molto interessanti e utilizzabili come spunti per nuove ricerche approfondite.

Nelle prime è stato necessario l'aiuto degli insegnanti sia per una piena comprensione del testo dell'affermazione e sia per l'allineamento per righe e colonne.

Per quanto riguarda le quarte, invece, è stato condotto un esperimento per valutare l'influenza e l'importanza dell'intervento dell'insegnante facendo compilare il questionario ad una classe con spiegazioni essenziali da parte dell'insegnante e a un'altra con spiegazioni dettagliate.

Nella tabella seguente sono riportati i risultati ottenuti nella classe 1^a A. I numeri fra parentesi indicano quanti bambini hanno dato altre risposte alla stessa affermazione.

Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria

Classe 1^ A Campione di 29 alunni	vero	falso	vero o falso ma non so quale dei due	più vero che falso	più falso che vero	a metà fra vero e falso	non è un enunciato linguistico	altro	non ha risposto
1 DAVIDE DI BLASIO E' IL PIU' ALTO DELLA SUA CLASSE	4 (1)	0	20 (2)	6	1 (1)	0	0	0	0
2 ELISEO MIRABELLA IN BICICLETTA	0	1 (1)	1	0	0	0	27 (1)	0	1
3 TUTTI ABBIAMO VISTO UN FILM	28	0	1	0	0	0	0	0	0
4 FRANCESCO HA GLI OCCHI AZZURRI	0	0	29 (2)	0	0	0	2 (2)	0	0
5 FREQUENTIAMO UNA SCUOLA A TEMPO PIENO	29 (1)	0	0	0	0	0	1 (1)	0	0
6 MIRKO GUETTI E' BRAVO	0	0	28	1	0	0	0	0	0
7 GIOVANNI E' UN CARCIOFO	0	29	0	0	0	0	0	0	0
8 MICHELA FINOCCHIO HA PRESO 'BRAVISSIMA'	1	0	26 (1)	0	0	1 (1)	0	0	2
9 LEONARDO UNA MELA E UNA PERA	0	0	0	0	0	0	25	0	4
10 DOMENICA IL PESCARA VINCERA'	2	1	10	4	2	1	3	3	3
11 ALFREDO E' ASSENTE	24	1	3	0	0	0	0	0	1
12 I GATTI HANNO LE ALI	0	24	4	0	0	0	0	0	1
13 I RICCHI HANNO DUE CASE GRANDI	2	3	8 (1)	14 (1)	0	0	0	0	3
14 NEL MESE DI APRILE FA FREDDO	7	13 (1)	5 (1)	4	0	0	0	0	1
15 UN POVERO MANGIA POCO	9	2	5	11	0	0	0	0	2
16 CARLO CONTI HA CENTO AMICI	6 (1)	3	11 (1)	2	3	1	1	0	3



Si può osservare che, generalmente, i bambini hanno mostrato di avere intuizioni abbastanza chiare sui concetti di *enunciato bivalente* e *enunciato linguistico*.

Le differenze di valutazione dipendono essenzialmente dai diversi gradi d'informazione sull'affermazione da analizzare. Qualche risposta incoerente è probabilmente dovuta alle difficoltà di alcuni alunni nell'inquadrare la riga e la colonna in cui inserire la risposta.

L'affermazione 1 (*Davide Di Blasio è il più alto della sua classe*) appare compresa dalla classe, che però risulta divisa nel classificarla. La maggioranza (20 bambini) la interpreta come *evento aleatorio*, degli altri alcuni (7) la interpretano come *enunciato linguistico non*

bivalente e altri (4) come *enunciato vero*. Solo due bambini sono stati indecisi e hanno dato una doppia risposta.

La grande maggioranza dei bambini non ha avuto dubbi nel classificare le affermazioni 2 (*Eliseo Mirabella in bicicletta*) e 9 (*Leonardo una mela e una pera*) come *non enunciati linguistici* (rispettivamente 27 e 25 bambini). Solo due bambini hanno dato una valutazione errata all'affermazione 2, non accorgendosi dell'assenza del verbo; relativamente all'affermazione 9 alcuni bambini (4) hanno preferito non rispondere.

Le affermazioni dalla 3 alla 8 sono state comprese da quasi tutti gli alunni. Solo 2 bambini hanno preferito non rispondere all'affermazione 8.

L'affermazione 10 (*Domenica il Pescara vincerà*) sulla squadra di calcio locale ha avuto interpretazioni diverse. Poco meno della metà dei bambini (13) l'hanno considerata come affermazione della *logica bivalente*. Precisamente 10 bambini l'hanno valutata un *evento aleatorio*, 2 un *evento certo* e 1 un *evento impossibile*. Inoltre 7 bambini hanno visto l'affermazione come *enunciato non bivalente*, 3 come *non enunciato linguistico*, 3 non hanno risposto e altri 3 hanno risposto: "*altro*". Il risultato anomalo di questo test è evidentemente dovuto al coinvolgimento emotivo dei bambini che ha impedito una valutazione fredda e razionale.

Quasi tutti i bambini hanno compreso le affermazioni da 11 a 16, pur esprimendo diverse valutazioni, dipendenti dai punti di vista di ciascuno. In particolare, per l'affermazione 15 (*Un povero mangia poco*), 9 bambini l'hanno ritenuta evento certo, 2 evento impossibile, 5 evento aleatorio e 11 hanno dato la valutazione più corretta di enunciato linguistico non bivalente. Da rilevare, inoltre, la risposta anomala di 4 bambini che hanno considerato l'affermazione 12 (*I gatti hanno le ali*) come un *evento aleatorio* (forse influenzati dalla visione di qualche cartone animato).

Da notare che alcuni bambini hanno preferito non rispondere, precisamente 3 per le affermazioni 13 (*I ricchi hanno due case grandi*) e 16 (*Carlo Conti ha cento amici*), 2 per la 15 (*Un povero mangia poco*) e uno per la 14 (*Nel mese di aprile fa freddo*).

Riportiamo di seguito i risultati ottenuti nella classe 1^A B.

Classe 1 ^A B Campione di 27 alunni (28 iscritti, 1 assente)	vero	falso	vero o falso ma non so quale dei due	più vero che falso	più falso che vero	a metà fra vero e falso	non è un enunciato linguistico	altro	non ha risposto
1 DAVIDE DI BLASIO E' IL PIU' ALTO DELLA SUA CLASSE	2 (2)	1 (1)	25 (2)	1 (1)	0	0	1	0	0
2 ELISEO MIRABELLA IN BICICLETTA	1 (1)	1 (1)	0	2	0	0	25 (2)	0	0
3 TUTTI ABBIAMO VISTO UN FILM	5 (1)	3	6 (1)	10	1	1	0	1	1
4 FRANCESCO HA GLI OCCHI AZZURRI	2	15 (1)	6	1	2 (1)	1	0	1	0
5 FREQUENTIAMO UNA SCUOLA A TEMPO PIENO	24 (1)	1	2	0	0	0	0	1 (1)	0
6 MIRKO GUETTI E' BRAVO	3	1	22 (1)	0	0	0	0	1 (1)	1
7 GIOVANNI E' UN CARCIOFO	1 (1)	22	2 (1)	0	1	0	1	0	1
8 MICHELA FINOCCHIO HA PRESO 'BRAVISSIMA'	0	0	23	0	0	1	0	0	3
9 LEONARDO UNA MELA E UNA PERA	0	2	1 (1)	0	0	0	23 (1)	1	1
10 DOMENICA IL PESCARA VINCERA'	2	1	20	0	0	0	2	0	2
11 ALFREDO E' ASSENTE	0	23	2	0	0	0	1	0	1
12 I GATTI HANNO LE ALI	0	22	2	0	0	0	0	0	3
13 I RICCHI HANNO DUE CASE GRANDI	5	2	2	18	0	0	0	0	0
14 NEL MESE DI APRILE FA FREDDO	0	1	0	1	22	3	0	0	0
15 UN POVERO MANGIA POCO	22	2	0	1	0	1	0	0	1
16 CARLO CONTI HA CENTO AMICI	1	1	20	0	1	0	0	0	4

Anche in questa classe molti bambini hanno classificato in maniera sufficientemente corretta gli enunciati, con differenze di valutazione dipendenti soprattutto dalle informazioni possedute da ciascuno.

In dettaglio:

Le affermazioni 1 (*Davide Di Blasio è il più alto della sua classe*) e 2 (*Eliseo Mirabella in bicicletta*) sono valutate in modo simile a quello della 1^a A. Per quanto riguarda l'affermazione 1 è maggiore il numero di bambini che la valuta come *evento aleatorio* (25).

Il fenomeno è probabilmente dovuto al fatto che in questa classe Davide Di Blasio è conosciuto poco, mentre vari bambini dell'altra classe lo conoscono e quindi si sono orientati verso la logica del certo o verso un'incertezza semantica.

La non completezza dell'enunciato 2 è stata rilevata da tutti tranne 4 bambini che non hanno notato la mancanza del verbo, ossia che non è indicata l'azione.

L'affermazione 3 (*Tutti abbiamo visto un film*) è stata interpretata in maniera molto diversa rispetto all'altra classe. Probabilmente ciò è dovuto alle diverse esperienze fra le due classi. La classe precedente aveva visto dei film con la maestra e questa no. Le valutazioni dei ragazzi sono state molto diversificate: vari bambini (12) l'hanno interpretata come *enunciato linguistico non bivalente*, altri come *evento aleatorio* (6) o come *enunciato della logica del certo* (8).

Le risposte all'affermazione 4 (*Francesco ha gli occhi azzurri*) sono variabili, forse gli alunni si sono riferiti a persone diverse di nome Francesco. La maggioranza (17) è rimasta nell'ambito della *logica del certo*, 6 bambini hanno considerato l'affermazione come un *evento aleatorio*, 4 come *enunciato linguistico*.

In ciascuna delle affermazioni da 5 a 16 una maggioranza di alunni (variabile da 18 a 24) ha condiviso la stessa valutazione. In particolare 5 (*Frequentiamo una scuola a tempo pieno*) e 15 (*Un povero mangia poco*) sono state valutate come *enunciati della logica del certo* rispettivamente da 24 e 22 alunni, con poche opinioni differenti.

Da notare la differente valutazione per l'enunciato 15 rispetto all'altra classe in cui molti studenti avevano interpretato l'enunciato o come *evento aleatorio* oppure come *linguistico non bivalente*. Nel complesso la classe sembra più orientata verso la logica del certo rispetto alla classe 1^aA.

Le affermazioni 7 (*Giovanni è un carciofo*), 11 (*Alfredo e' assente*) e 12 (*I gatti hanno le ali*) sono state ritenute *false* rispettivamente da 22, 23, 22 alunni. In ciascuno dei tre casi c'è stato il fenomeno costante di 2 risposte anomale, che consideravano come *aleatori* eventi di cui si aveva una informazione chiaramente totale.

Le affermazioni 6, 8, 10, 16 sono state valutate eventi aleatori dalla maggioranza. Qualche anomalia appare nella risposta all'affermazione 10 (*Domenica il Pescara vincerà*) riguardante la squadra di calcio locale. Infatti 3 bambini hanno considerato l'esito come evento della logica del certo, altri 2 non hanno considerato l'affermazione come un enunciato e 2 non hanno risposto.

Per quanto riguarda l'evento 16 (*Carlo Conti ha cento amici*) la classe si è orientata verso la valutazione di *evento aleatorio* in maniera sensibilmente maggiore rispetto alla 1^A, in cui molti hanno visto l'affermazione come enunciato della logica del certo.

Alcune opinioni sono state influenzate da fattori emotivi non razionali, anche se il fenomeno è stato meno accentuato rispetto all'altra classe.

Le affermazioni 13 (*I ricchi hanno due case grandi*) e 14 (*Nel mese di aprile fa freddo*) sono state considerate dalla maggioranza (rispettivamente 18 e 26) come *enunciati non bivalenti*.

Per quanto riguarda l'enunciato 13, 7 bambini l'hanno considerato appartenente alla logica del certo e solo 2 bambini come *evento aleatorio*.

Più omogenee le valutazioni sull'enunciato 14. Infatti un solo bambino ha visto l'affermazione come un *enunciato bivalente*, tutti gli altri l'hanno interpretato come *enunciato non bivalente*. Da notare che la differenza di valutazione di tale enunciato fra le due classi è molto sensibile poiché nella 1^A ben 25 alunni hanno qualificato l'enunciato 14 come bivalente.

Riportiamo di seguito i risultati ottenuti nelle classi 4^A e 4^B

Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria

Classe 4 ^A Campione di 24 alunni	vero	falso	vero o falso ma non so quale dei due	più vero che falso	più falso che vero	a metà fra vero e falso	non è un enunciato linguistico	altro	non ha risposto
1 DAVIDE DI BLASIO E' IL PIU' ALTO DELLA SUA CLASSE	23 (3,2)	0	1	5 (3,2)	0	0	0	2 (0,2)	0
2 ELISEO MIRABELLA IN BICICLETTA	0	3 (0,1)	12 (1,1)	0	4 (0,2)	4 (1,1)	4 (0,1)	1	1
3 TUTTI ABBIAMO VISTO UN FILM	15 (3)	3 (1)	1	6 (3)	1 (1)	2	0	0	0
4 FRANCESCO HA GLI OCCHI AZZURRI	2 (1)	18 (1,1)	2 (0,1)	3 (2)	2 (0,2)	1 (0,1)	2 (0,1)	0	0
5 FREQUENTIAMO UNA SCUOLA A TEMPO PIENO	22 (3,1)	0	0	5 (3,1)	0	0	0	1 (0,1)	1
6 MIRKO GUETTI E' BRAVO	5 (1,0,1)	3	10 (1,0,1)	5	1 (0,0,1)	3 (1,0,1)	0	1 (1)	1
7 GIOVANNI E' UN CARCIOFO	1	17 (1,2)	1	1 (0,1)	3 (1,1)	1	2 (0,2)	1	2
8 MICHELA FINOCCHIO HA PRESO 'BRAVISSIMA'	7 (0,1)	1 (0,1)	11 (2)	5 (0,1)	1 (0,1)	1 (1)	2 (1)	2 (0,2)	0
9 LEONARDO UNA MELA E UNA PERA	0	8 (1,1,1)	2	0	3 (1,1,1)	7 (0,1)	8 (0,0,1)	2 (0,0,1)	0
10 DOMENICA IL PESCARA VINCERA'	4 (0,1)	3 (1)	9 (1)	4 (1,1)	3	3 (1)	2 (0,1)	0	0
11 ALFREDO E' ASSENTE	1 (1)	2	14 (1)	2 (1)	1 (0,1)	5 (1,1)	2 (0,1)	0	1
12 I GATTI HANNO LE ALI	0	24 (2,2)	0	0	4 (2,2)	0	2 (0,2)	0	0
13 I RICCHI HANNO DUE CASE GRANDI	10 (0,2,1)	1	8 (1)	5 (0,2,1)	1	3 (1,1)	1 (0,0,1)	1 (0,1,1)	1
14 NEL MESE DI APRILE FA FREDDO	3 (1,0,1)	13 (0,2)	1	3 (1,1,1)	4 (0,1)	3 (0,0,1)	1 (0,0,1)	2 (0,2)	2
15 UN POVERO MANGIA POCO	21 (2,1,1)	1 (0,1)	2 (0,0,1)	5 (2,2,1)	0	1 (0,0,1)	3 (0,2)	0	0
16 CARLO CONTI HA CENTO AMICI	3 (0,1)	4 (1,1,1)	10 (0,0,1)	3 (0,2)	5 (1,0,1)	5 (0,0,1)	0	2 (0,2)	0

Classe 4 ^A B Campione di 24 alunni	vero	falso	vero o falso ma non so quale dei due	più vero che falso	più falso che vero	a metà fra vero e falso	non è un enunciato linguistico	altro	non ha risposto
1 DAVIDE DI BLASIO E' IL PIU' ALTO DELLA SUA CLASSE	3	1	16	3	0	0	0	1	0
2 ELISEO MIRABELLA IN BICICLETTA	0	1	3	0	1	1	17	1	0
3 TUTTI ABBIAMO VISTO UN FILM	3	2	4	4	0	6	0	4	1
4 FRANCESCO HA GLI OCCHI AZZURRI	1	2	11	2	0	4	1	1	2
5 FREQUENTIAMO UNA SCUOLA A TEMPO PIENO	20	0	1	1	0	2	0	0	0
6 MIRKO GUETTI E' BRAVO	3	3	3	0	1	0	0	13	1
7 GIOVANNI E' UN CARCIOFO	1	15	1	0	0	1	3	3	0
8 MICHELA FINOCCHIO HA PRESO 'BRAVISSIMA'	10	0	4	9	0	0	0	1	0
9 LEONARDO UNA MELA E UNA PERA	2	0	2	0	0	1	19	0	0
10 DOMENICA IL PESCARA VINCERA'	1	2	8	2	4	5	0	2	0
11 ALFREDO E' ASSENTE	1	3	11	1	0	3	0	5	0
12 I GATTI HANNO LE ALI	0	22	0	0	1	0	0	1	0
13 I RICCHI HANNO DUE CASE GRANDI	5	1	5	7	0	5	1	0	0
14 NEL MESE DI APRILE FA FREDDO	1	12	2	2	5	2	0	0	0
15 UN POVERO MANGIA POCO	16	2	0	3	0	1	1	1	0
16 CARLO CONTI HA CENTO AMICI	0	0	10	1	1	2	5	5	0

Nelle due quarte le valutazioni sono state visibilmente differenti. Inoltre c'è stata una notevole differenziazione dal punto di vista metodologico.

Infatti, mentre nella quarta B è stata data una sola valutazione ad ogni affermazione, nella quarta A sono state date spesso più risposte, fino a quattro, ad ogni affermazione; ciò ha evidenziato una difficoltà di comprensione del testo da parte degli studenti di questa classe.

Ci sembra degno di nota il fatto che nelle quarte gli alunni tendono a orientarsi maggiormente verso la logica del certo rispetto alle prime classi.

In particolare:

La classe 4^A ha valutato l'affermazione 1 (*Davide Di Blasio è il più alto della sua classe*) come *vera* con una maggioranza di 23 bambini, mentre la classe 4^B l'ha valutata come *evento aleatorio* con una maggioranza di 16 alunni.

La maggioranza dei bambini di 4^B, rispettivamente 17 e 19, ha riconosciuto che le affermazioni 2 (*Eliseo Mirabella in bicicletta*) e 9 (*Leonardo una mela e una pera*) non sono enunciati linguistici, mancando il verbo.

Invece nella classe 4^A pochissimi (4) si sono accorti che l'affermazione 2 non è un enunciato linguistico e molti (12) l'hanno considerato un *evento aleatorio*.

Inoltre, sempre nella stessa classe, la valutazione dell'affermazione 9 è stata molto variabile: rispettivamente 8, 7, 8 bambini l'hanno valutata come *falso*, *a metà fra vero e falso*, *non enunciato linguistico*, forse confondendo il significato dei giudizi.

Le valutazioni per le affermazioni 3 (*Tutti abbiamo visto un film*) e 4 (*Francesco ha gli occhi azzurri*) sono state molto diverse fra le due classi. Nella 4^A la maggioranza ha valutato come *vero* l'enunciato 3 e come *falso* l'enunciato 4, mentre nella 4^B gli studenti hanno espresso opinioni molto variabili per l'enunciato 3, aprendo una discussione sul significato della parola 'tutti'. Inoltre l'enunciato 4 è stato considerato da 11 studenti della 4^B come *evento aleatorio*.

La maggioranza degli studenti delle due classi quarte ha attribuito un giudizio di *vero* alle affermazioni 5 (*Frequentiamo una scuola a*

tempo pieno) e 15 (*Un povero mangia poco*). Un particolare curioso è che gli alunni delle quarte sembrano meno certi di quelli delle prime di frequentare una scuola a tempo pieno.

La risposta all'affermazione 6 (*Mirko Guetti è bravo*) ha messo in evidenza la differenza di carattere fra le due classi. Mentre nella 4^A l'affermazione è stata valutata come *evento* da 18 bambini, nella 4^B molti (13) hanno espresso dubbi sul significato di 'bravo' e hanno preferito rispondere 'altro'.

In ciascuna delle due classi la maggioranza degli alunni (rispettivamente 17 e 15) ha ritenuto *falsa* l'affermazione 7 (*Giovanni è un carciofo*). Sorprendente, però, il fatto che ci siano state opinioni (una decina) diverse da *falso* in ciascuna delle due classi.

Molto variabile l'opinione delle due classi sulle affermazioni 8 (*Michela Finocchio ha preso 'bravissima'*), 10 (*Domenica il Pescara vincerà*) e 13 (*I ricchi hanno due case grandi*).

L'affermazione 8 è un *evento aleatorio* per 11 bambini della 4^A, mentre è considerata *vera* da 10 bambini della 4^B.

L'affermazione 10 riguardante la squadra di calcio locale ha un massimo di valutazioni (rispettivamente 9 e 8) come *evento aleatorio*, però vi sono molte opinioni differenti.

L'affermazione 13 è considerata prevalentemente *evento* nella 4^A e *enunciato non bivalente* nella 4^B.

L'affermazione 11 (*Alfredo è assente*) è considerata da molti alunni delle due classi un *evento aleatorio*; alcuni l'hanno considerata come *enunciato non bivalente*, forse confondendo i valori di verità e le probabilità. In due casi, nella classe 4^A, non è stato considerato enunciato linguistico e 5 bambini della classe 4^B hanno risposto 'altro'.

La maggioranza degli alunni di ciascuna classe ha giustamente considerato falsa l'affermazione 12 (*I gatti hanno le ali*), anche se qualcuno ha mostrato opinioni diverse.

Le due classi hanno espresso opinioni sostanzialmente omogenee per ciascuna delle affermazioni 14 (*Nel mese di aprile fa freddo*), 15 (*Un povero mangia poco*) e 16 (*Carlo Conti ha cento amici*).

Per l'affermazione 14 il massimo è stato ottenuto per la valutazione *falso*, anche se vi sono molte opinioni differenti.

La maggioranza di ciascuna classe ha risposto *vero* all'affermazione 15.

Una certa variabilità di opinione si è verificata per l'affermazione 16 in cui il massimo si è ottenuto per il giudizio di *evento aleatorio*. Nella 4^A molti hanno valutato l'affermazione come *enunciato non bivalente* e nella classe 4^B addirittura 10 ragazzi hanno detto che *non è un enunciato linguistico* (5) o hanno risposto '*altro*' (5).

6. Conclusioni e proposte

La sperimentazione ha messo in evidenza la necessità di approfondire il lavoro di comprensione linguistica di una frase, basandosi su un'ottica interdisciplinare. Da un punto di vista sintattico si tratta soprattutto di capire se la frase ha una struttura completa tale da potersi definire come enunciato linguistico; dal punto di vista semantico si tratta di stimolare gli alunni a formarsi una opinione sia sul fatto che un enunciato linguistico appartiene alla logica bivalente o non bivalente e sia se il grado di informazione posseduto permette di attribuire un valore di verità.

Gli alunni hanno espresso per varie affermazioni opinioni molto differenti. Ciò, in generale, non significa che alcuni hanno dato valutazioni corrette e altri valutazioni sbagliate. Significa soprattutto che gli alunni hanno gradi d'informazione differenti e inoltre spesso interpretano in maniera diversa i valori di verità. Ad esempio il valore di verità "*più vero che falso*" appartiene ad una logica non bivalente, ma un alunno che ragiona da un punto di vista bivalente potrebbe interpretarlo come "*è più facile che sia vero piuttosto che sia falso*".

Ad esempio un'ampia discussione in classe è avvenuta sull'interpretazione della frase "Mirko Guetti è bravo". Dal punto di vista del docente ci si riferiva al rendimento scolastico. Ciò è stato condiviso nelle classi quarte. Invece nelle classi prime la parola 'bravo' è stata interpretata come 'dotato di qualità personali e morali' ossia come persona gentile, educata, rispettosa, generosa, ubbidiente, etc. Inoltre la stessa frase può essere interpretata in maniera differente secondo il criterio di verifica seguito e il tipo di logica adottato

(bivalente o plurivalente). Ad esempio il criterio di verifica potrebbe essere il voto preso da Mirko Guetti in una materia oppure la media dei voti nelle varie materie. In un'ottica plurivalente si può attribuire il valore "vero" se Mirko ha preso 10, il valore "più vero che falso" se ha preso 8 o 9, il valore "a metà fra vero falso" se Mirko ha preso 6 o 7, il valore "più falso che vero" se ha preso 5, "falso" se ha preso meno di 5. Se invece si ragionasse in un'ottica bivalente il significato del voto 10 sarebbe: "è certo che Mirko è bravo", quello dei voti 8 e 9: "è più probabile che Mirko sia bravo piuttosto che sia non bravo", i voti 6 e 7 si potrebbero interpretare come "è ugualmente probabile che Mirko sia bravo e che sia non bravo", un voto inferiore a 6 potrebbe significare: "è più probabile che Mirko sia non bravo piuttosto che sia bravo". Ad un'analisi accurata il punto di vista bivalente sembra piuttosto artificioso. Tuttavia nelle prime quasi tutti i bambini hanno considerato l'affermazione "Mirko Guetti è bravo" come un evento aleatorio. Nelle quarte, invece, le opinioni sono state discordanti. Nella quarta B molti hanno risposto 'altro' che potrebbe interpretarsi come un'intuizione di una logica plurivalente, ossia di un valore diverso da 'vero' e 'falso'.

Enfatizziamo il fatto che avere opinioni e punti di vista differenti è da considerare una ricchezza, poiché proprio dal desiderio e dalla libertà di esprimere il proprio pensiero e dal confronto con gli altri nasce la comprensione approfondita e la condivisione del significato di ogni elemento di una frase e quindi la possibilità di esprimersi in maniera scientificamente corretta sia nella lingua italiana e sia nel linguaggio scientifico formale.

Da notare che alcuni bambini hanno fatto osservazioni molto acute, che hanno stimolato un approfondimento da parte dell'insegnante e hanno messo in luce la necessità di un'analisi di ciò che è esplicito in una affermazione e ciò che invece è sottinteso (e che quindi impedisce la comunicazione fra individui con culture diverse). Qualcuno ha definito la filosofia come "l'estrinsecazione dell'ovvio" e la matematica come "l'arte di non fare i calcoli". Le due affermazioni, provocatorie e apparentemente paradossali, nascondono due importanti necessità: la prima è quella di esplicitare ciò che è sottinteso, perché individui diversi possono sottintendere presupposti

diversi, in dipendenza delle loro conoscenze, esperienze, principi morali e religiosi acquisiti in famiglia, carattere etc. La seconda necessità è quella di dare la priorità al ragionamento logico piuttosto che ad un addestramento meccanicistico che porta a seguire procedure e algoritmi senza capirne il significato e senza rendersi conto sono adeguati al contesto in cui si opera.

Da tali punti di vista la risposta dei bambini è stata soddisfacente. Il dibattito svolto nelle classi, i dubbi, gli stessi errori d'interpretazione hanno avuto un esito molto costruttivo, facendo riflettere su aspetti spesso non presi in considerazione.

In conclusione riteniamo che sia opportuno continuare il lavoro avviato, creare nuove occasioni di riflessione e di discussione critica sugli enunciati e non enunciati per favorire nei bambini lo sviluppo del pensiero logico e l'acquisizione di un linguaggio sicuro, corretto da poter trasferire in altri contesti di studio e non (logica interdisciplinare, trasversalità delle competenze).

Bibliografia

- [1] Behnke and alii, (1968), *Matematica 1 and 2*, Feltrinelli Editore Milano.
- [2] Coletti G., Scozzafava R., (2002), *Probabilistic Logic in a Coherent Setting*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [3] De Finetti B., (1970), *Teoria delle Probabilità*, Einaudi, Torino,
- [4] Fadini A., (1979), *Introduzione alla teoria degli insiemi sfocati*, Liguori Editore, Napoli.
- [5] Klir G.J., Yuan B., (1995), *Fuzzy sets and fuzzy logic*, Prentice Hall.
- [6] Lindley D. V., (1990), *La logica della decisione*, Il Saggiatore, Milano.
- [7] Maturo A., (1993), Struttura algebrica degli eventi generalizzati, *Periodico di Matematiche*, 4, 1993, p. 18-26.
- [8] Maturo A., (2008), La moderna visione interdisciplinare di Geometria, Logica e Probabilità in Bruno de Finetti, *Ratio Sociologica*, 2, 2008, pp. 39-62.

- [9] Reichenbach H., (1942), *I fondamenti filosofici della meccanica quantistica*, tr. it. Einaudi, Torino, 1952
- [10] Russell B., (1962), *Introduzione alla filosofia matematica*, Longanesi, Milano.
- [11] Scozzafava R., (1996), *La probabilità soggettiva e le sue applicazioni*, Zanichelli, Bologna.
- [12] Scozzafava R., (2001), *Incertezza e probabilità. Significato, valutazione, applicazioni della probabilità soggettiva*, Zanichelli, Bologna.
- [13] Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Inf. Control*, 8, 338-353.
- [14] Zadeh, L. (1975). The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning I. *Inf. Sciences*, 8, 199-249.