ISSN 2612 - 2596 [online] ISSN 2612 - 1719 [testo stampato]

Volume 1 Numeri 1-2 2018

MONDO MATEMATICO E DINTORNI

Rivista per i Docenti del Primo Ciclo di Istruzione

Editore: Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (APAV)

Via del Concilio n. 24, Pescara, Italy

Codice Fiscale: 92036140678 **Partita IVA**: 02184450688

Codice destinatario per fatturazione elettronica: M5UXCR1

IBAN: IT 57 K 02008 15408 000104232062 **BIC Swift** UNCRITM1760

Banca UNICREDIT – Agenzia Pescara UMBERTO 00760

Periodicità: semestrale

Siti web: www.apav.it ; www.eiris.it

Email: apavsegreteria@gmail.com, apavsegreteria@pec.it

ISSN: 2612 - 1719 (testo stampato)

ISSN: 2612 - 2596 (online)

Autorizzazione del Tribunale di Pescara del 9/4/2019
N. 741/2019 V.G.
N. 03/2019 Reg. Stampa

Stampato a Pescara il 5 febbraio 2019

Indice

Prefazione

Renata Santarossa

Dipartimento di Architettura
Università degli Studi di Napoli “Federico II”

"*Mondo matematico e dintorni*", che cosa ci sarà mai nel mondo matematico? Quali saranno poi i dintorni di questo mondo matematico?
L'intuizione ci porta a pensare che si parli di matematica, allora è bene chiarire che cosa è la matematica. Dal greco μάθημα (máthema) è una scienza caratterizzata da rigorosi metodi di formalizzazione, di calcolo e di deduzione. A questa domanda hanno risposto Richard Courant e Herbert Robbins con un loro testo, edito Boringhieri e facente parte della collana Universale scientifica:
“Come espressione della mente umana, la matematica riflette la volontà attiva, la ragione contemplativa e il desiderio di perfezione estetica. I suoi elementi fondamentali sono la logica e l'intuizione, l'analisi e la costruzione, la generalità e l'individualità. Tradizioni diverse potranno mettere in evidenza aspetti diversi, ma è soltanto la reazione di queste forze antitetiche e la lotta per la loro sintesi che costruiscono la vita, l'utilità, il valore supremo della scienza matematica”.
Nel mondo matematico la mente umana si perde se pensa all'immensa quantità di conoscenze proprie della matematica, ma poi si incuriosisce pensando ai suoi dintorni, a tutto ciò che è possibile capire con la matematica.
La matematica dunque non è una disciplina da studiare solo a scuola, in occasione del compito in classe, essa è presente in qualsiasi oggetto, basta fermarsi a riflettere qualche secondo e passare in rassegna gli oggetti che vengono più usati dai grandi e dai piccoli: smartphone, computer, videogiochi...e accorgersi che è grazie alla matematica che possiamo utilizzarli.
La matematica è presente anche nella musica, che viene emessa dai nostri Ipod e lettori mp3 all’ultimo grido: questa disciplina infatti, rende possibile il conteggio delle pause e la misura del tempo di un brano. Uno dei più grandi geni della musica, J. Sebastian Bach, ci testimonia che “La musica è matematica” infatti, nelle sue opere ritroviamo teoremi, proporzioni e sezioni auree.
Il concetto di sezione aurea non si trova solamente nei libri di testo scolastici, bensì è presente nell’architettura, nella pittura e, sembrerà strano, ma è presente anche nel nostro corpo. In campo medico la matematica viene utilizzata per realizzare gli strumenti di indagine diagnostica come la TAC (Tomografia Assiale Computerizzata), software di recente generazione sono basati su teorie algebriche e logiche avanzate;

inoltre la geometria è lo strumento che permette la costruzione di modelli tridimensionali usati nei sistemi CAD e nei videogiochi.
L'FBI, invece, utilizza la matematica, per il suo archivio di impronte digitali, tecniche derivate da una teoria matematica avanzata utilizzando la teoria delle ondine, ma ritroviamo questa disciplina anche nell'aeronautica infatti è stata essenziale per la costruzione della nuova generazione dei Boeing 767, 777 e Airbus. Ma non è finita qui… recentemente hanno creato dei "vestiti matematici"! Non sono le solite t-shirt con i numeri stampati, ma veri e propri capi di abbigliamento realizzati partendo da un teorema matematico. Issey Miyake, l'innovativa stilista giapponese, ha creato una collezione di abiti che, come gli origami, prendono forma a partire da una superficie di tessuto piana trasformandosi poi in una t-shirt o in un jeans. I giochi di crittografia e i messaggi cifrati, apparentemente incomprensibili, a uno sguardo attento possono essere spiegati con trucchi matematici. Anche molti esperimenti e fenomeni fisici e chimici hanno bisogno della matematica per dimostrarne le teorie. Ecco, questi sono alcuni degli esempi per descrivere che cosa si intende per "dintorni" del mondo matematico.
Infatti, questa rivista si caratterizza per la sua trasversalità, propone percorsi di apprendimento avvincenti che toccano l'universo matematico e vanno anche oltre. Non solo contenuti, ma storie curiose e appassionanti, nonché argomenti più complessi presentati con semplicità; vuole essere una sfida all'aspetto contemplativo della matematica.
Tali premesse caratterizzano questa rivista che, senza alcuna presunzione, può essere utilizzata dai docenti come una risorsa didattica e operativa, affinché in piena libertà possano costruire il percorso di studi più adeguato agli stili di apprendimento dei propri studenti. Per questo non saranno fornite ricette ma suggerimenti che permettono al docente di utilizzare le questioni importanti legate alla vita di tutti i giorni per poter costruire una lezione briosa, interessante, appassionante in cui sia facile apprendere la matematica.
Si vuole proporre un "Insegnamento dinamico" della matematica, a tal proposito è doveroso menzionare una figura, il cui interesse per l'insegnamento della matematica ha posto delle pietre miliari nel progresso delle nuove idee: Federico Enriques (1871-1946). Per il primo numero del "Periodico di Matematiche" (1921) dell'Associazione Mathesis (di cui era il Presidente) egli scrisse un articolo particolarmente significativo dal titolo "*Insegnamento dinamico*" in cui pone l'accento sul valore dell'educazione matematica, che deve prendere in considerazione sia l'intuizione che il ragionamento logico, due aspetti dello stesso processo, mutuamente intrecciati. Secondo Enriques l'insegnamento della matematica dovrebbe essere articolato in un'ottica di coordinamento: non argomenti isolati, ma fatti e proprietà mutuamente correlate.
Nella filosofia di fondo della rivista, la matematica è considerata nel suo duplice aspetto di scienza operativa, cioè mezzo di lettura e interpretazione della realtà, e di scienza contemplativa, cioè come disciplina che riflette su se stessa e genera nuova conoscenza (Speranza, 1992, 1997).

D'altra parte, non è possibile non confrontarsi con le questioni culturali, sociali, educative, che riguardano il futuro della nostra scuola e della nostra società. Nelle Nuove Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del Primo ciclo di Istruzione (2012) viene sottolineato ripetutamente la dimensione culturale e il valore educativo della matematica, vista sia come strumento utile all'investigazione di fenomeni fisici, sia come riflessione speculativa sulle costruzioni mentali. Come è noto, ogni riforma della scuola, passa in modo pregnante attraverso la figura dell'insegnante, pertanto, nel condividere questa doppia prospettiva, che va tenuta presente in modo dialettico nell'insegnamento della matematica fin dai primi livelli di scolarità, la rivista intende aprire un dialogo sul senso del fare scuola, sull'esigenza di innovare le pratiche didattiche, sulla gestione più efficace dei nuovi ambienti di apprendimento.
Siamo tutti consapevoli che alle soglie del terzo millennio l'Uomo prende coscienza del proprio vissuto sociale e culturale, e si prepara ad accettare i continui mutamenti che contraddistinguono il momento storico attuale, si attrezza per essere parte integrante di una comunità globale formata su modelli cognitivi, operativi, tecnologici e valoriali condivisi, a favore di una cultura antropologica.
La scuola è una istituzione sociale alla quale la comunità ha demandato il compito di educare le nuove generazioni attraverso la peculiarità propria che le si riconosce, l'istruzione. Nessun' altra istituzione educativa, sia essa di tipo intenzionale o di tipo non intenzionale, potrà mai condividere con la scuola tale peculiarità.
La società quindi richiede a due grandi istituzioni: la scuola (come istituzioni scolastica) e la famiglia, di farsi carico di tale responsabilità.
La scuola, in questo momento storico, alla luce delle specifiche caratteristiche dell'attuale società, rappresenta un osservatorio importante per cogliere i bisogni e le difficoltà delle nuove generazioni. Dall'atra parte le famiglie, spesso disorientate nelle scelte educative da compiere, mandano segnali di aiuto nel crescere i figli. Gli insegnanti, generalmente anche genitori, vivono gli stessi problemi di questi, in più, caricati dall'ansia per le grandi responsabilità loro affidate dalla società e dalle famiglie.
Le coordinate socio-politiche e cognitivo-culturali sopra descritte hanno fatto sì che la scuola si strutturasse secondo un ordine sistemico e trovasse la sua sintesi funzionale nella autonomia scolastica. Dunque sentiamo parlare di "*nuova concezione della scuola", "conoscenza, competenza e apprendimento", "progettualità", "personalizzazione", "formazione docenti", "ruolo della famiglia"*.
La formazione degli insegnanti si è finora concentrata prevalentemente sul piano dei contenuti disciplinari, importantissimi ma non sufficienti quando si ha a che fare con soggetti in crescita.
Per questo non possiamo perdere di vista il soggetto in apprendimento: il bambino o la bambina. I bambini e le bambine, i ragazzi e le ragazze, vivono la scuola come una palestra di socializzazione trasversale: ciascuno si confronta con la capacità di stabilire relazioni affettive significative con amici e amiche del proprio sesso e di quello opposto. Sono esperienze che si sedimentano per poi applicarle nella società globalizzata e complessa.

Se i ragazzi devono saper inserirsi nella società anche attraverso la mediazione dei saperi, allora la formazione degli insegnanti deve puntare a fare in modo che gli insegnanti usino il sapere per far crescere gli studenti e per sostenerli nel loro benessere e nelle loro difficoltà.

Il primo volume di questa collana approfondisce e recupera il ruolo educativo conferito alla scuola dalla Costituzione della Repubblica: la scuola, ancor prima che alla formazione del cittadino e del lavoratore, deve assicurare la formazione della persona umana e questa formazione deve essere integrale, ossia deve promuovere il *pieno sviluppo della persona umana*.

Seppure i neoilluministi - ma anche i veteroilluministi - oggi affermino che esistono valori irrinunciabili, ai quali occorre educare i giovani, nella scuola a malapena entrano gli studi sociali: non l'*educazione sociale*. Il prof. Blezza, nel suo articolo, distingue i fini educativi/formativi dai mezzi, dai metodi e dagli strumenti utilizzati per raggiungerli. L'autore argomenta ampiamente sulla cultura scientifica come mezzo per raggiungere il pieno sviluppo della persona. Tale concetto viene ritenuto importante per tutto il sistema di istruzione e di formazioni, sia per i docenti, in particolar modo quelli della scuola dell'infanzia e primaria per la sua valenza formativa, sia per gli studenti ai quali occorre assicurare il massimo livello di sviluppo delle possibilità formative anche per quanto attiene a tutte le dimensioni della persona umana, nella prospettiva della formazione dell'uomo intero, nelle sue ineludibili, costitutive, essenziali dimensioni emotive, affettive, sociali, morali, religiose, oltre che cognitive, linguistiche, matematiche ecc. Nell'articolo sono descritti molti esempi riferiti alla cultura scientifica i quali sono imprescindibili per la formazione tecnica di ciascuno studente che voglia poter accedere alla dimensione del lavoro e della operosità sociale.

La rivista "Mondo matematico e dintorni" non può non essere sensibile alle necessità di bambini con accertati problemi cognitivi, infatti l'articolo del prof. D. Lenzi e della prof.ssa R. Lenzi si presenta come un viaggio nel mondo dei bambini con disturbi cognitivi, in merito all'apprendimento dei numeri. Viene analizzata una problematica molto presente e sentita in ogni tipo di scuola. Gli autori, entrando nel merito della questione, hanno dedicato una particolare attenzione alla *percezione analitica* e alla *percezione globale* richiamando alcuni riferimenti e prospettive teoriche.

Questo primo volume contiene un interessante articolo del prof. Basciani, sul Coding, utile per tutti i docenti aperti alle innovazioni.

Martine Reicherts, direttore generale alla Educazione e cultura della Commissione Europea, nel 2017 ha dichiarato in commissione che "A*lla luce della velocità con cui cambia il mondo sappiamo già che i bambini devono avere una mente più aperta, che le soft skills sono importanti, pertanto occorre pensare a come modificare il piano di studi di un bambino di oggi che troverà un impiego tra 18 anni."* Ecco la necessità dichiarata dalla Commissione Europea di lavorare ai programmi di *coding*. Con la legge 107/2015, che prevede una *"appropriata educazione al pensiero computazionale"*, l'Italia già nel 2015 anticipa le intenzioni europee. Ad oggi, nelle scuole, ancora non si sente parlare di Coding e di pensiero computazionale e non tutti i docenti sono in grado di utilizzarlo

nella prassi didattica. Questo articolo si può considerare una risorsa per quei docenti che intendono seguire un approccio al nuovo metodo.
L'articolo di geometria del prof. Iannamorelli sul geopiano, condensa in sé tutta l'esperienza didattica maturata dall'autore in Scienze della Formazione primaria presso l'Università dell'Aquila.
L'idea di fondo che si vuole trasmettere è che l'utilizzo del laboratorio deve avvenire con una metodologia didattica innovativa, in questo modo si facilita la personalizzazione del processo di insegnamento/apprendimento che consente agli studenti di acquisire il "sapere" attraverso il "fare", inoltre la metodologia laboratoriale risponde ai diversi stili di apprendimento dei giovani studenti in formazione.
Le esperienze pratiche descritte e validate in classe, sono in grado di sviluppare processi di apprendimento diversi e più autonomi i quali si avvalgono di azioni strategiche di insegnamento, rese flessibili dal docente, in base alle concrete situazioni operative che si presentano ed alle particolari caratteristiche degli studenti e delle studentesse. Ripercorre la stessa metodologia anche l'articolo di geometria dell'insegnante Cipressi e della dottoranda Picciani le quali presentano una unità di apprendimento, progettata per una classe prima della secondaria di primo grado, la quale prende spunto da un compito di realtà e viene descritto l'intero processo didattico di contestualizzazione degli apprendimenti. Rappresenta un classico esempio da poter rielaborare, nei contenuti, nei tempi e nelle attività, per renderlo proponibile in una classe della scuola primaria.
È presente anche un articolo per la scuola primaria in cui si parlerà di probabilità, attraverso l'utilizzo e la valorizzazione della dimensione ludica, si vuole dare una risposta al ruolo sempre più importante svolto da questa disciplina negli ultimi venti anni.
Le esperienze didattiche maturate sul campo sia dalla prof.ssa Delli Rocili che dal prof. Maturo in questo settore, hanno portato ad una considerazione: il gioco è lo strumento principe attraverso il quale il bambino esprime la propria identità e sviluppa le proprie conoscenze, anche le più complesse, pertanto sarà proprio il gioco a scardinare in qualche modo un pregiudizio inconsistente, secondo cui la probabilità non sia adeguata alla struttura cognitiva dei bambini e delle bambine della scuola primaria.
L'articolo dei docenti Chiefari, Mandrone, Rossetti completa e amplia, a livello operativo, l'articolo del prof. Basciani sul coding e quindi sul problem solving. Vengono recuperati e attualizzati numerosi problemi scelti dai classici della matematica nonché altri, particolarmente significativi utilizzati nei giochi di matematica, come stimolo per allenare gli studenti al pensiero divergente. L'articolo presenta numerosi spunti per le attività che i docenti progettano per la propria classe in cui è possibile che la descrizione delle azioni messe in atto dagli insegnanti e delle competenze trasversali e disciplinari, trovino ampia apertura verso il problem solving ed il pensiero creativo; competenze trasversali che possono indurre, in modo significativo, competenze disciplinari come il trovare soluzioni e argomentarle, trasformare il linguaggio comune in quello matematico, al fine di sviluppare un atteggiamento positivo verso la matematica.

Infine l'articolo della prof.ssa Santarossa fa riferimento al metodo scientifico, come legame tra realtà e teoria, per introdurre idee che stanno alla base del processo di modellizzazione matematica di tipo realistico. In questo articolo presenta un'attività didattica che è vicina alla realtà esperienziale dello studente e quindi più ricca di conoscenza e significato, tale attività è caratterizzata anche dall'utilizzo di una varietà di metodologie didattiche tra loro complementari, integrate e interattive, e dall'introduzione di nuove '*socio-mathematical norms*', al fine di creare un ambiente di apprendimento radicalmente diverso.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 1-16

Educazione scientifica nella scuola e nella vita quotidiana. I materiali e le loro caratteristiche (e non solo)

Franco Blezza

Dipartimento di Economia Aziendale,
Università degli Studi "G. d'Annunzio" di Chieti-Pescara,
email franco.blezza@unich.it

Sunto
L'educazione della persona, in particolare a scuola, ha l'imprescindibile necessità di essere completa anche dal lato della cultura scientifica, matematica e tecnica, fin dalle primissime età. Questa esigenza è stata a lungo disattesa e trascurata nella scuola italiana, in nome di idee filosofiche e politiche non democratiche e socialmente chiuse. In questo saggio si esemplificano varie tematiche e loro possibili trattazioni, con un radicamento forte nella vita quotidiana e nell'ambiente nel quale gli alunni vivono e socializzano. Le idee di fondo hanno validità assolutamente generale, per un'educazione "senza aggettivi" completa dal lato scientifico, mentre le esemplificazioni pratiche si dimostrano considerevolmente più ricche di quelli che possono essere gli usuali repertori didattici dei nostri insegnanti pre-universitari.

Parole chiave: Educazione, cultura scientifica, vita quotidiana, didattica

1. Perché "*materiali*", quali "*caratteristiche*"

I termini impiegati nel sottotitolo richiedono qualche chiarimento preliminare.
In questo saggio, scegliamo di parlare di "*materiali*" seguendo il divenire delle riforme dei programmi scolastici di Scienze approvate, o anche solo elaborate e proposte, negli ultimi quarant'anni per tutta l'istruzione pre-universitaria: a cominciare dalla scuola per l'infanzia, a quei tempi la si chiamava riduttivamente "materna", ma in questi ultimissimi anni e per il futuro dovremo cominciare dal nido. Preferiamo questa formulazione ad evitare un'astrazione precoce, e decisamente intempestiva, come sarebbe un riferimento esplicito al concetto di "materia", ma anche attenendoci alla necessità di concetti sufficientemente generali che siano fruibili fin dai tre anni d'età (o, appunto, anche prima).
Dobbiamo esser coerenti con la necessità di far emergere solo gradualmente gli specifici disciplinari, e ricordiamo quell'ovvietà ignota a troppi politici secondo la quale *le Scienze della Natura*, comunque denominate con termine o formulazione comprensivi, *non costituiscono una disciplina*, a differenza dell'Italiano, della Storia, della Geografia o di qualunque Lingua e Letteratura classica o "moderna", e via elencando. Risulta allora più ragionevole cominciare ad individuare proprietà fisiche e proprietà chimiche dei materiali,

che a quel punto potranno gradualmente lasciare il posto alle concettualità di *materia*, di *corpi* e di *sostanze*, quindi all'emergere di Chimica e Fisica che sono queste sì discipline, e proprietà afferenti a scienze complesse come le Scienze della Vita e le Scienze della Terra e dell'Universo, anch'esse a loro volta discipline propriamente dette. Questo processo può trovare una sua prima sistemazione al termine della scuola superiore.

Le "caratteristiche" o proprietà sono ovviamente da individuarsi tra quelle scientifiche in senso stretto, in larga parte matematizzabili e anche questo fin dai primi anni di scuola. L'avvicendarsi di più riforme o tentativi di riforma della scuola italiana nell'ultimo quarantennio non ha mai messo in dubbio quelle radici epistemologiche e pedagogiche che si rifanno innanzitutto al Pragmatismo "classico" e in particolare allo Strumentalismo deweyano, e poi nel '900 al Razionalismo Critico filosofico (o Falsificazionismo) di Popper e dei suoi allievi, per arrivare agli sviluppi del Neopragmatismo pedagogico e filosofico degli ultimi decenni. Ragion per cui parlando di "proprietà" in questo contesto, e senza necessità di scomodare l'impegnativo concetto di "oggettività", ci riferiremo alle *proprietà "trasferibili interpersonalmente e intersoggettivamente"*: tali, cioè, che esse possano essere trasmesse da un alunno all'altro e da ciascuno riscontrabili senza contraddizioni e senza ambiguità. "La temperatura attuale in un certo posto e misurata con un certo strumento è di 300 K" è una di queste proprietà; le affermazioni "fa caldo" o "fa freddo" evidentemente non sono proprietà.

Comprendiamo subito da queste righe assolutamente preliminari come l'educazione scientifica sia parte essenziale della socializzazione scolastica: *una socializzazione specifica*, nel senso di lavorare insieme per giungere a soluzioni non soggettive e appunto "trasferibili" di problemi comunemente posti; e d'una socializzazione democratica e rispettosa di ciascuna persona, all'insegna dell'uguaglianza, in quanto non vi possono esistere assertori, osservatori, misuratori o controllori privilegiati, il dato deve essere equivalente nella bocca, nella mente e nel cuore di ciascun allievo.

Vedremo in estrema sintesi un certo numero d'esemplificazioni in tal senso. Ricordiamoci sempre che lo scopo della scuola va individuato nell'*educazione della persona attraverso i saperi*, e che per tale educazione il componente scientifico è irrinunciabile. Non a caso, altre concezioni dell'educazione e della socialità, esplicitamente contrapposte alla democrazia e all'uguaglianza, tendevano ad emarginare e ad annichilire proprio il componente scientifico tra tutti gli altri, pervenendo addirittura a negarne il carattere educativo e culturale.

2. Il senso di un impegno continuo e a tutto campo

Questa trattazione va inquadrata nel contesto dei contributi che si sono recati nelle quattro edizioni precedenti dei convegni nazionali su formazione degli insegnanti e didattica nel primo ciclo, risultato della convergenza tra l'Università "d'Annunzio" di Chieti, l'APAV e la Mathesis. Basterà un riepilogo estremamente sintetico.

Nel 2012 ci siamo occupati di "*Cultura scientifica e formazione degli insegnanti*" [1] evidenziando fra l'altro come il componente scientifico sia una necessità imprescindibile per la professionalità docente, del tutto indipendentemente dal grado di scuola, tra i quali secondo gli sviluppi più recenti della normativa dobbiamo includere anche il nido e le istituzioni per la prima infanzia, ma anche del tutto indipendentemente dalle qualificazioni disciplinari o sovra-disciplinari di ogni singolo docente. Un operatore del nido e della scuola dell'infanzia o un professore di Matematica deve aver studiato Letteratura, Storia e magari Filosofia e Lettere classiche? Benissimo: un maestro o un insegnante di Latino deve avere la cultura scientifica corrispondente. Rimaneva da parlare della cultura tecnica,

Nel 2013/14 abbiamo parlato de "*La persona che ricerca*", cioè abbiamo discusso come due concetti fondamentali di tutto il processo di riforma scolastica, perlomeno degli ultimi trent'anni e di tutta la cultura scolastica di un periodo ancor più ampio, possano essere resi nel modo più rigoroso e integrato, e consentano così di sostanziare le finalità fondamentali dell'educazione scolastica complessivamente intesa.

Nel 2015 ci siamo occupati di "*Non solo 'far di conto' - Educazione scientifica per grandi temi*", spostando l'attenzione maggiormente sull'esemplificazione didattica e relativa operatività ai vari livelli, ma nel contempo perseguendo gli obiettivi generali dell'educazione scientifica e dell'educazione senza aggettivi, in assoluta continuità con i contributi precedenti.

Nel 2016 il nostro contributo si intitolava "*Per una scuola migliore - Scienza e scienze dell'uomo*", anche in questo caso spostando la tessitura del discorso sull'esemplificazione pratica dell'insegnamento ai vari livelli, con maggiore riguardo alle Scienze dell'Uomo, Storiche, Geografiche, Sociali, Economiche, trattate rigorosamente come scienze in senso stretto, nella stessa accezione nella quale il termine è impiegato per le Scienze Naturali [2].

3. Scienza per educare

Questa integrazione tra discorsi pedagogici e metodologico-didattici generali, e discorsi di operatività didattica e di didassi esemplificativa, non costituisce alcuna seria difficoltà per altri componenti la cultura umana che a scuola vengono accreditati di spazi e atteggiamenti privilegiati dal tempo della riforma Gentile del 1923 e dal tempo dell'egemonia neoidealistica di quello stesso periodo, in nome di una dittatoriale "gerarchia dei saperi". Essa è quindi a maggior ragione necessaria per la cultura e per l'educazione scientifica, e non comporta particolari problemi né di principio né di carattere operativo. Al contrario, il fatto che nella formazione degli insegnanti, esclusi gli insegnanti disciplinarmente reclutati, le scienze siano meno sviluppate di altri componenti la cultura umana non costituirebbe assolutamente un ostacolo a praticare meglio la cultura e l'educazione scientifica in tutti i gradi di scuola; è di maggior ostacolo, per la nostra esperienza, il fatto che questa minore trattazione abbia indotto in modo ipocrita e surrettizio a idee completamente errate, e in fondo disumane e demenziali,

---

[1] "*Science & Philosophy*", volume 1 numero 1, pag. 15-28, 2013.

[2] I tre contributi successivi sono ancora inediti.

circa la necessità di spostare altrove la maggior parte dell'attenzione e delle risorse scolastiche, educative e culturali.

Come dicevamo e argomentavamo negli anni '80 a proposito della riforma della scuola elementare che si era fatta attendere circa trent'anni, e quando la formazione iniziale dei Maestri elementari era costituita dal quadriennio magistrale che era ancora pressoché quello che aveva istituito proprio Giovanni Gentile con la stessa riforma organica, quei Maestri avrebbero potuto praticare un'educazione più equilibrata e completa anche dal lato della cultura e dell'educazione scientifica nonostante la limitatissima formazione iniziale nelle materie scientifiche; il vero problema era che l'essere stati formati studiando quattro volte più Italiano che non Fisica, e cinque volte più Latino che non Chimica e Mineralogia assieme, conduceva anche i più volenterosi a ritenere che la parte più sostanziale della cultura, se non proprio tutta la cultura, stesse nelle materie dell'area letteraria, cosiddetta "umanistica" e detta male, in quanto anche le Scienze Naturali, le Scienze Matematiche e la Materia Tecnica sono prodotti della stessa creatività umana dei quali lo sono anche la Letteratura, la Storia, la Filosofia, le Arti figurative, la Musica. La concezione del fanciullo "*tutto intuizione, fantasia e sentimento*", ma senza che neppure si accennasse alla sua razionalità, certo non aiutava.

Sarà il caso di ricordare il fatto, un dato di fatto storico inoppugnabile e anch'esso trasferibile, che la scuola italiana precedente, dalle riforme sabaude pre-unitarie (Legge Bon Compagni di Mombello 1848, legge Casati 1859) fino alle riforme del periodo giolittiano, era in questo senso molto più equilibrata, e più aperta alla formazione dei tecnici dei quali la società in sviluppo aveva bisogno. I risultati sortiti parlano da soli; non parla da sola, invece, la conclamata carenza di tecnici nei quali si dibattono la società e l'università italiana odierne e da decenni, che appare francamente patetico cercare di combattere con modifiche curricolari ovvero con modeste monetizzazioni come la riduzione o l'esenzione dalle tasse universitarie.

4. La presa di contatto con lo spazio, con il tempo, e con le relative proprietà, anche quantificabili

La Matematica o, meglio, le Scienze Matematiche, a scuola, come in altre sedi, possono essere concepite e viste sotto prospettive differenti, mantenendo la loro intrinseca coerenza: e questo è parte della loro forza culturale e della loro valenza educativa. In particolare, si potrebbe distinguere la Matematica (nel suo complesso plurale) concepita come linguaggio, dalla Matematica come posizione e risoluzione di problemi, dalla Matematica come formalizzazione; e non si dovrebbe dimenticare quanta parte delle Scienze Matematiche si sia evoluta nella storia del pensiero attraverso l'opera di posizione e di risoluzione dei problemi di Scienze Naturali, di Fisica e di Astronomia in primo luogo, dei problemi di Scienze Sociali ed Economiche, e dei problemi afferenti alla Materia Tecnica, che è altra cosa dalla Scienza senza esserne disgiunta.

Ma sono distinzioni, per quanto molto importanti dal punto di vista nostro, che non emergono nell'educazione scolastica e nella didassi se non con la dovuta, lenta ed impegnativa gradualità. E anche questo processo è un componente essenziale dell'educazione, del quale i nostri giovani hanno assoluto bisogno: la scienza (le Matematiche come le Scienze Naturali, come le Scienze Sociali e la stessa Materia Tecnica) coltivata nella sua evoluzione lenta e graduale, impegnativa e faticosa, con il rifiuto dell'illusione delle scorciatoie e di ogni sorta di iper-semplificazione e di semplicismo.

5. Estensione spaziale ed estensione temporale

Anche se non sono mancati in tempi relativamente recenti alcuni scienziati, o alcuni studiosi della scienza, che affermavano il contrario, la scienza dal tempo moderno al tempo contemporaneo ha chiaramente accantonato l'idea dello spazio e del tempo assoluti. Semmai, all'incirca un secolo delle teorie della relatività einsteiniane ha spostato l'attenzione sull'unità delle coordinate spaziali con la coordinata temporale, in un sistema quadridimensionale (non euclideo, ma trattabile in modo euclideo, come lui stesso ci ha insegnato) con pesanti conseguenze già nella Relatività ristretta, e molto più impegnative nella Relatività generale. Ma non avremo difficoltà a concordare che di cose di questo genere non è davvero il caso di parlare a scuola, e per lo meno fino a quando l'allievo non sia provvisto dei prerequisiti minimamente adeguati, il che vuol dire all'Università. E anche questo è un importante esempio delle valenze educative della cultura scientifica, delle quali c'è un bisogno particolare ai giorni nostri: prima di impegnarsi in un problema e considerarlo risolto, occorre chiedersi se si è in possesso degli strumenti necessari, e nuovamente rifiutare ogni semplicismo.

Se, per un'ipotesi di pura speculazione astratta, la scienza attuale ammettesse lo spazio e il tempo assoluti, potremmo introdurli a scuola?

E specialmente iniziando dalle primissime età?

Prima della facoltà del ragionamento formale (ma anche dopo) le estensioni spaziali e temporali sono considerate e trattate perché "qualcosa" di concreto e operabile è esteso.

Rimanendo, quindi, alla scienza "classica", rigorosamente definibile come "moderna" cioè dell'evo che storiograficamente si chiama "moderno" (a partire da Gilbert, van Leeuwenhoek. Hooke, Galileo, Newton, Linneo, Lavoisier, …), sarà il caso di partire nello studio delle Matematiche come prime elementarissime seriazioni e quantificazioni delle estensioni degli oggetti: degli oggetti d'uso quotidiano, presenti nello zainetto o nelle tasche degli allievi, in aula come nelle loro stanze o nei luoghi dove giocano e socializzano. Ricordiamo i "museo delle cianfrusaglie" delle sorelle Agazzi? Eravamo circa un secolo fa o poco meno, alla seconda infanzia e sotto il paradigma "materno" cioè di istituzione non propriamente e non pienamente scolastica.

Come ben noto, si lavora innanzitutto e a lungo per relazioni d'ordine e per relazioni d'equivalenza, pensandoci con il massimo rigore e con la massima attenzione, ed altresì astenendosi con altrettanta attenzione ed altrettanto rigore dal parlare in questi termini agli allievi, perlomeno per parecchi anni. Non dimentichiamo mai che partiamo dai 3 anni, e anche da prima.

Se oggi anche i bambini possono impiegare strumenti di misurazione delle estensioni spaziali degli oggetti enormemente più precisi e di più facile e rapido impiego che non quelli analogici di anni non lontani, questo semplifica le cose. Si tratta di sviluppare dei concetti, concetti matematici per certi versi e fisici per certi altri, non di centrare l'attenzione sullo strumento, il cui funzionamento digitale può non essere presente neppure agli utenti professionali.

Lo precisiamo con tutto l'apprezzamento per l'importanza essenziale della resa degli strumenti in senso concreto e manipolabile dagli alunni stessi, tenendo presente il rischio che alla fin fine rimanga nell'allievo solo lo strumento e non i concetti per i quali quello strumento è stato realizzato, acquisito ed utilizzato. Un tempo non lontano, ad esempio, si sarebbe richiesto agli alunni di costruirsi un metro o comunque un regolo graduato con un pezzo di legno, o anche un metro quadro con un foglio di carta (da pacchi) sul quale, ovviamente con l'apporto dei genitori, si individuavano i decimetri quadri e i centimetri quadri: tutto bene, se oggi riusciamo ad evitare questa fatica ma, insieme, se riusciamo a sviluppare meglio queste concettualità, avendo riguardo per l'educazione e la cultura dei nostri allievi.

Sembrerebbe ovvio, a questo punto, introdurre un procedimento assolutamente analogo per la misurazione del tempo; e questa appare ancora più immediata in forma digitale che non in forma analogica. L'unica seria difficoltà è comprendere che ciò che sono i materiali per le proprietà di estensione spaziale, per le proprietà di estensione temporale sono gli *eventi*, termine non di uso comune, ma che non è poi così difficile rendere d'uso comune per allievi scolarizzati. Anzi, l'arricchimento del vocabolario dei nostri ragazzi non lo perseguono solo i letterati e i sistematici.

A questo punto, è impossibile non fare i conti con il sistema di misurazione comune del tempo che, per quanto venga inserito nel Sistema Internazionale non fa uso del moltiplicatore decimale, per lo meno per i multipli dell'unità-base cioè del secondo, come invece fa tranquillamente per i sottomultipli.

Perché i multipli comuni del secondo non sono decimali, mentre lo sono tranquillamente i sottomultipli?

E pure, gli allievi hanno fin da piccoli orologi da polso o inseriti in congegni elettronici o telefoni cellulari anche non necessariamente Smartphone che consentono la misurazione del tempo praticamente immediata e che non comporta alcuna difficoltà concettuale né, ovviamente, operativa.

Mi esemplificate un evento che dura un centesimo, o un millesimo, di secondo?

Essi non saprebbero concretizzare od esemplificare che cosa siano 1/100 o 1/1000 di secondo, come d'altra parte non sono in grado di andare in altre misurazioni particolarmente lontane dalle dimensioni dei nostri sensi, per esempio sotto il millimetro o sotto il grammo. Però hanno cronometri che danno la durata dell'evento che viene misurata attraverso la pressione del medesimo pulsante di partenza e di arrivo con una precisione anche del millesimo di secondo; d'altra parte, sappiamo bene che non sarebbe difficile aumentare ulteriormente questa sensibilità.

L'esperienza più o meno diretta dei media riporta misurazioni al millesimo di secondo varie e numerosissime, di continuo, per esempio in molti eventi sportivi.

Quanta strada percorre un'automobile di Formula 1 in un millesimo di secondo? E un corridore ciclista? Uno sciatore? Usain Bolt dei tempi migliori? Sono tutte Performance che vengono espresse con una precisione al millesimo di secondo, salvo poi arrotondare in alcuni casi.
Si rifletta sull'evidenza che nello Sport le velocità sono espresse in km/h mentre i tempi o i distacchi spesso in secondi e sottomultipli decimali; il che comporta una serie di passaggi non complicati ma che non sono immediati. In qualche caso troviamo le miglia all'ora (mph), mentre prima o poi nella navigazione appaiono i nodi.
Un problema è come avvicinare invece il sistema dei multipli del secondo nell'uso comune. Non è destituita del tutto d'utilità la definizione remota del secondo come "la 86 400ma parte del giorno solare medio" salvo spesso non aver chiaro perché si debba fare una media e perché vada specificato il riferimento al giorno "solare".
Cominciamo con l'osservare che questa scelta anomala dei multipli tutto poteva essere, tranne che una definizione semplice, e che essa richiedeva una quantità di spiegazioni perlopiù ad hoc.
Che cos'è un secondo? Impieghiamo alle elementari le definizioni più recenti, peraltro rigorosissime, del S.I.? E con i bambini?
Comunque, era implicito in quella definizione, solo in apparenza maggiormente praticabile, il concetto secondo il quale il giorno andava diviso in 24 parti, ciascuna di queste in 60 parti ed anche ciascuna di queste ultime a sua volta in 60 parti, da cui appunto la definizione di cui sopra.
Che il secondo abbia sottomultipli decimali, e multipli piuttosto complessi ma con riferimento al 6, comporta evidenti difficoltà di comprensione concettuale, ma anche lascia spazio per delineare procedimenti di ripresa ciclica o a spirale dello stesso argomento, estensione temporale di un evento, dall'infanzia a tutto il primo ciclo ed oltre. L'essenziale è che ci siano degli eventi familiari, comuni, consueti, sociali nei quali lo studente in progressiva maturazione può riscontrare un'estensione uguale e ugualmente replicata, oppure anche solo paragonabile.
Non si può ignorare l'inevitabile perplessità su come mai si sia introdotta un'articolazione così poco pratica, così complessa e che non è di apprendimento immediato per chi sappia leggere le cifre. Non dimentichiamoci che quando Galileo scoprì l'isocronia del pendolo, quindi quando fu possibile una misurazione del tempo con precisione sempre più elevata, e (fra l'altro) secondo un principio fisico al quale si fa ricorso anche oggi, il sistema numerico decimale era affermato almeno nel secolo precedente (Stevino, 1585).
Qualcuno, a questo specifico riguardo, equivoca rimandando al problema della divisibilità di una circonferenza per multipli del 2 e del 3 con riga e compasso: è vera questa divisibilità ed anche semplice, la si può far fare anche ai fanciulli. Sarebbe davvero un argomento interessante, se non fosse che con riga e compasso si può dividere una circonferenza, o un angolo giro, anche per 10; e se non fosse che questo era presente già negli *Elementi* di Euclide. *Il lato del decagono regolare è sezione aurea del raggio della circonferenza circoscritta a quel decagono*.

Non è certo il caso di insistere in una sede qualificata come la presente sull'importanza del concetto di *sezione aurea* che travalica largamente la matematica gettando luce sull'arte e sull'intera cultura classica.
Come si disegna con riga e compasso il lato del decagono inscritto in una circonferenza di raggio dato?
Non sarebbe il caso di ripensare all'importanza del disegno geometrico e al depauperamento dell'educazione dei nostri ragazzi causato dalla sua evidente emarginazione?
È cultura greco-classica come la Filosofia, la Tragedia, la Lirica, la Storiografia, e come altre Scienze (Matematiche e Naturali). Lo sarebbe anche l'impiego di strumenti di disegno più complessi.
D'altra parte, impiegare un sistema decimale dovunque possibile, in teoria dappertutto, presenta l'enorme vantaggio di consentire dei calcoli più facili ed immediati. Si può insegnare a fare i calcoli con i multipli del secondo, ed è molto difficile e foriero di errori, rispetto alla semplicità dell'abituale calcolo decimale, questo lo abbiamo provato tutti prima come studenti che non come docenti o studiosi.
La gran parte dei lavori hanno un orario settimanale. Proviamo a suddividere il servizio di una settimana in turni di 36 ore, e vediamo quali e quanti problemi emergano poi nel comprendere il significato dei resti; non molti si azzarderebbero neppure nelle moltiplicazioni, per esempio quanto lavoro viene espresso da una classe di 23 alunni ciascuno dei quali ha lavorato per 2 ore 18 minuti 25 secondi, 572.
Prima di essere demilitarizzata, la Polizia di Stato (allora "Pubblica Sicurezza") prevedeva turni di servizio settimanali di 42 ore. Perché? E anche solo ridurli di 1 ora quali problemi pone? E se si strutturano 5 turni, la divisione è più facile, vengono 33 ore e 36 minuti, e in questa ipotesi il problema non è matematico.
Due esempi di domande ulteriori, tra le innumerevoli che potrebbero sorgere a questo specifico proposito.
Se per le ampiezze impiegassimo i gradi centesimali?
O i millesimi d'artiglieria 3? Fra l'altro, proprio l'impiego di quest'ultima unità di misura "quasi legale" dimostra che l'approccio al radiante è tutt'altro che più impegnativo e meno pratico, specialmente in situazioni drammatiche e di enorme Stress come appunto quelle belliche.
Il sistema decimale può presentare delle insidie diverse, in particolare proprio quando si passa alle superfici e alle cubature, in quanto non è così immediato usare come moltiplicatore il 100 od il 1000 al pari del 10. In quale multiplo ci aspettiamo di dover esprimere la cubatura della scuola, oppure del palazzetto dello sport? Basta una stima approssimativa.

[3] L'angolo sotteso da una corda (e non da un arco, con eccellente approssimazione) di un millesimo del raggio (della portata del tiro d'artiglieria). Per chi dice che il radiante è difficile e il grado sessagesimale facile, fa riflettere l'evidenza che proprio un sottomultiplo del radiante è da lungo tempo d'uso empiricamente consueto, e in fondo semplice, in questo scopo militare. Anche qui, correttezza nella scrittura e nella lettura: i sottomultipli dei millesimi vanno scritti ad apice e letti a parte, ad esempio 10^{50} si legge "dieci cinque zero". Per l'applicazione delle scale millesimali ai binocoli, l'unità ha anche numerosi impieghi civili, e può servire per fini didattici.

La cosa si complica ulteriormente, non dal punto di vista concettuale ma dal punto di vista pratico, quando s'introduce la massa e quindi la densità, con tutta l'indulgenza e la comprensione per coloro che rimpiangono il peso specifico, e quindi hanno bisogno di qualche spiegazione ulteriore circa il S.I., e circa la differenza tra la massa e il peso.

6. A proposito del S.I.

Coscienti di tanto, e coscienti fondatamente, ciò nulla toglie all'uso consueto di multipli del secondo costruiti in questa maniera così anodina, ma anche così legata ai problemi astronomici.
A questo punto, un discorso sulle meridiane solari è quasi scontato, anche se si tratta di accessori alle mura esterne delle case che oramai fanno parte dell'antiquariato.
Semmai, manteniamo qui un atteggiamento corretto di tolleranza d'uso per modalità di misura che possono non far parte, per certi versi o del tutto, del Sistema Internazionale di misura che l'insegnante comunque dovrà sempre tener presente fin dalle più tenere età, e al quale l'alunno dovrà comunque arrivare con assoluto rigore e precisione, nonché con completezza, al termine dell'istruzione pre-universitaria.
Non è possibile che uno studente dell'ultimo anno di scuola superiore non sia in grado di esprimere le temperature in Kelvin, le ampiezze in radianti, ma anche l'energia in Joule, la potenza in Watt, e via elencando.
Anzi, aggiungiamoci che esiste una ben precisa ortografia scientifica che ha nell'espressione delle misure una sua esplicazione molto rigorosa, e a questo proposito l'insegnante non comincia mai troppo presto ad esigere ciò che è componente essenziale della cultura attraverso la cultura scientifica.
I simboli delle unità di misura vanno scritti rispetto al numero come i simboli delle valute?
Semmai, l'impiego dell'ora o del minuto dispongono ad un atteggiamento costruttivo nei confronti di unità di misura "non legali", ma che nondimeno rimangono nell'uso comune per ragioni facilmente spiegabili, come ad esempio la caloria, il wattora, il cavallo vapore, il grado sessagesimale d'ampiezza, e perfino multipli dal nome rinunciabilissimo come la tonnellata, propriamente 1 Mg. A quest'ultimo riguardo, ricordiamo che con i multipli secondo 10^6, 10^9 e 10^{12} i nostri ragazzi hanno da tempo una grande dimestichezza; pensando in particolare alle grandezze informatiche; oramai anche il prefisso "Tera" è piuttosto comune.
D'altronde, è un discorso generale: tutta la scienza richiede assolutamente rigore, che si esprime anche attraverso l'impiego d'una ben precisa ortografia. Pensiamo, ad esempio, anche ai nomi scientifici degli animali e dei vegetali [4], oppure alla simbologia chimica e alla relativa sistematica. Nella scienza non possono esistere le licenze poetiche

---

[4] Qualcuno forse ricorderà che nel 1975, dopo oltre vent'anni di elaborazione, lo scrittore Stefano d'Arrigo (1919-1992) espresse un romanzo intitolato *Orcynus Orca*. Al di là del valore intrinseco dell'opera, del suo significato per la storia della letteratura e del suo impatto sul mercato, il titolo conteneva un errore evidente

7. Ancora strumenti di misura del tempo

Tornando a quella che noi chiameremo rigorosamente "estensione temporale degli eventi", fa riflettere l'insegnante e chiunque educhi considerandosi persona di cultura l'evidenza che mai come ora vi è stata disponibilità di strumenti per la misura del tempo, di precisione neppure lontanamente paragonabile a quella di pochi anni prima, e validi per estensioni temporali praticamente senza limiti.

Sono strumenti che finiscono ben presto in mano dei fanciulli ed anche dei bambini. Sembra di parlare di epoche remote, ma in fondo non molti decenni or sono l'orologio analogico a carica manuale, od anche a batteria, con una non immediata leggibilità, spesso nemmeno con leggibilità di tutti gli indicatori possibili, veniva donato solamente in occasione della Cresima. Oggi, non sarà male soffermarci ancora su questa evidenza, i bambini hanno orologi e strumenti di misurazione del tempo assolutamente più immediati, enormemente più precisi ed anche di più facile lettura, pressoché immediata.

Questo consente o concorre a consentire, con assoluta naturalezza, una lettura delle cifre che qualcuno si sognerebbe ancora oggi di chiamare "precoce". Il richiamo polemico alle accuse di "precocismo" rivolte a lungo a Ferrante Aporti (1791-1858) non è casuale. Si tratta di un'accusa che viene rispolverata in maniera arbitraria anche al giorno d'oggi.

In questa sede basterà un semplice cenno al fatto che le prime scuole per l'infanzia in Occidente sono state fondate nel 1816 da Robert Owen (1771-1858) in Scozia, e le successive a Cremona proprio da Ferrante Aporti nel 1828. Ebbene questa scuola, che andava dalle 8.00 alle 17.00, era così articolata: appello, preghiera e canto; colazione e ricreazione, nomenclatura, gioco e preghiera; aritmetica, catechismo e sacre scritture, pranzo ricreazione e preghiera; alfabeto in prima classe, scrivere in seconda e terza, canto e merenda, ginnastica e merenda.

Ebbene, si sono superati pregiudizi in tal senso, tutti riconducibili a una visione censurabile e in fondo ingenua del "mito del buon selvaggio" per quel che riguarda, ad esempio, la seconda lingua fin dalla primissima infanzia, con risultati che non è difficile ottenere positivi, ed è ancor meno difficile comprenderne il perché. Qualche considerevole passo in avanti come già proponeva Aporti si è fatto per quel che riguarda il leggere, ed anche lo scrivere [5].

Per quel che riguarda più direttamente il nostro discorso, tutto questo complesso di riflessioni che abbiamo esposto, e che affondano saldamente e profondamente le radici nell'esperienza quotidiana dei nostri bambini prima che divengano fanciulli, porta altrettanto

---

d'ortografia scientifica, e piuttosto grossolano: i nomi scientifici dei viventi sono composti di 2 termini, solo il primo dei quali ha iniziale maiuscola.

[5] D'obbligo la citazione di una pietra miliare come l'opera di Bruno Bettelheim e Karen Zelan: *On Learning to Read: The Child's Fascination with Meaning*, New York 1982 (anche ed. it.). Non è questa la sede per confrontare le diverse proposte esistenti in materia, ma non c'è dubbio che la lettura e, per certi versi, anche la scrittura possa essere considerevolmente anticipata rispetto ad idee di un passato cronologicamente non lontano ma culturalmente assai remoto, e che questo si possa coniugare anche con l'apprendimento matematico, a cominciare dalla lettura delle cifre con quella delle lettere.

comprensibilmente, e in forma canonica, alla lettura perlomeno di lettere e sigle, oltre che delle cifre e di qualche altro simbolo matematico. Si dirà che questo non è in linea con il *metodo globale*, e pure non si tratta nemmeno di un ritorno all'apprendimento ottocentesco della scrittura per aste e filetti, come è facile ed immediato rendersi conto.

8. Viceversa: dall'estensione temporale degli eventi nuovamente alle proprietà dei materiali

Come in precedenza, una didattica basata sulle proprietà spaziali degli oggetti ci ha consentito di passare ad una didattica fondata sulla estensione temporale degli eventi; ora possiamo compiere un percorso logicamente reciproco, tornando alle proprietà dei materiali in una logica ciclica o a spirale nella quale sono insiti un approfondimento e un progresso della conoscenza con evidenti ricadute nell'educazione generale degli allievi.
Una lettura piuttosto superficiale di Piaget vorrebbe la precedenza della formazione delle relazioni topologiche; in realtà si tratta di alcuni concetti riconducibili alla Topologia (dentro – fuori, aperto – chiuso, intrecciato e non, …), e non di un sapere matematico pedagogicamente o psicologicamente sovraordinato rispetto alla Geometria oppure all'Aritmetica. Tant'è vero che si comincia a lavorare sulle relazioni d'ordine e sulle relazioni d'equivalenza, si diceva, senza chiamarle per tali.
Il fatto che, poi, l'omeomorfismo sia una relazione di equivalenza a sua volta, lo teniamo chiuso in noi stessi ancora più strettamente.

9. Un altro esempio: la durezza

Questo non riguarda solo le proprietà geometriche: si pensi, come ottimo esempio, alla *durezza* degli oggetti, cioè dei materiali dei quali gli oggetti sono fatti, una durezza che per decenni e decenni si è fatta imparare a memoria su sostanze per lo più non conosciute. Era la scala di Mohs, fondamentalmente un prodotto empirico proposto più di due secoli fa (1812).

1 Talco
2 Gesso
3 Calcite
4 Fluorite
5 Apatite
6 Ortoclasio
7 Quarzo
8 Topazio
9 Corindone
10 Diamante

Come esercizio mnemonico, non era peggiore dei tanti che hanno funestato gli studi di generazioni di studenti decenni or sono; come contributo alla cultura scientifica è assolutamente nullo. La maggior parte dei materiali esemplificativi sono dei nomi senza alcun significato per la totalità dei nostri ragazzi a qualunque fascia d'età pre-universitaria; e anche quelli che possono essere noti, come il talco o il gesso, probabilmente per i più saranno identificati non con un solido del quale discutere la poca durezza, ma con delle polveri fini per asciugare il sudore ovvero da mescolarsi con l'acqua per lavori di muratura.
Bisogna, invece, rimanere sull'empirico e mettere in relazione d'ordine una certa quantità di materiali comuni presenti nel mondo esperienziale quotidiano degli allievi, constatando che la relazione (d'ordine, ma non lo diciamo!) di poter rigare senza essere rigato è una relazione scientifica in quanto è pienamente trasferibile interpersonalmente e intersoggettivamente. Essa è una "proprietà dei materiali" nel senso nel quale abbiamo chiarito all'inizio il sottotitolo.
Fra l'altro, ricordando quanto ampiamente trattato nel contributo al congresso 2016, nello studio della Storia la successione delle prime età dell'uomo ha il suo nucleo concettuale proprio nella durezza: il ferro più del bronzo, e questo più del rame e il rame più della pietra. C'è anche ben altro, è ovvio: l'estrazione dei metalli, la fusione e relativo punto, le leghe, la localizzazione e la quantità dei giacimenti, … Ma senza parlare di durezza tutto è perfettamente privo di senso.

10. Recuperiamo la grandezza della capacità

Ma pensiamo all'enorme possibilità di lavorare su una grandezza sulla quale peraltro molto senso critico è indicato, cioè la capacità, che può essere introdotta prima di parlare del volume. In realtà, è anche possibile introdurre direttamente il volume con delle esemplificazioni concrete che appaiono comuni e di facile evocazione.
Scontiamo le riserve di tanti "mal di pancia" di puristi per i quali l'essenza del processo educativo non è l'educazione della persona impiegando come strumento certe parti di un sapere, bensì il sapere stesso. Non il sapere per l'uomo, ma l'uomo per il sapere.
Più di qualcuno dice e ripete: "Per quale fine insegnare la Matematica, le Scienze naturali, l'Italiano, la Lingua straniera, il Latino, …? Ma è chiaro: perché sappiano la Matematica, le Scienze naturali, l'Italiano, la Lingua straniera, il Latino!".
D'altra parte facciamo esercizi con i nostri ragazzi su grandezze consuete? Sono in grado, ad esempio, di paragonare una lattina (il caso delle lattine da 1/3 di litro, quello delle lattine da 1/2 litro, e ci sono anche altri formati) con una bottiglia o bottiglietta? Hanno idea che 1 m^3 di un liquido ne costituisce una quantità umanamente smisurata, 1000 litri che se fosse acqua basterebbero per un tempo difficilmente calcolabile, di molto superiore all'anno.
Con quante lattine si può riempire una tanica da 10 o da 20 litri?
Quante bottiglie (da 0,72 o 0,70 l) ci vorrebbero per riempire la piscina nella quale vanno a nuotare?
E via elencando a piacere.

Anche in questo caso, capiterà di imbattersi con le grandezze “imperiali” britanniche. Non serve fare esercizi di memoria sui fattori di conversione, serve fare esercizio e prima di tutto avere un’idea dell’entità: che una pinta sia oltre mezzo litro, e un gallone oltre quattro litri e mezzo.

“Quindici uomini sulla cassa del morto, / yo-yo-yo e una pinta di rum” era il ritornello-chiave della *Treasure Island* (1883) di Robert Louis Stevenson 6. Possibile lettura in traduzione o in originale.

Ciò porta facilmente ad altri esempi operativi.

Parlare di densità comporta un’attenzione particolare per le unità di misura, per i multipli e i sottomultipli. Se 1 m^3 d’acqua contiene 1000 l, o 1000 dm^3, pesa 1000 kg, una tonnellata! Più o meno come un’automobile, su questo difficilmente i nostri scolari reagirebbero senza dubbi, scetticismo, perplessità e sentimenti analoghi.

Potremmo semmai fare delle altre riflessioni, per esempio che una tonnellata di automezzo viene impiegata spessissimo per portare un solo passeggero cioè diciamo meno di un quintale, e che il pieno di combustibile può essere di un peso paragonabile al peso del passeggero stesso.

Viene da pensare ad una tonnellata di automobile, diciamo 50 kg di mamma autista, e parecchie decine di kilogrammi di propellente, per portare poche decine di kilogrammi di scolaro o bambino a scuola.

E, giacché ci siamo, portiamo l’attenzione sullo zainetto: che cosa contiene, come si porta, come non si deve portare, che cosa non si deve fare avendolo sulle spalle, e magari estendere i discorsi quantitativi con riferimento a dei mitici pesi eccessivi per i nostri alunni concentrandoci su quanti oggetti inutili vengono continuamente a riempire e ad appesantire questi zainetti, cominciando da una quantità di circa 100 fogli mobili per ciascuno dei quaderni di grande formato, che a loro volta sono spesso pesanti raccoglitori, per ciascuna materia e spesso moltiplicati per due, nonché tutta una quantità di orpelli e di oggetti completamente inutili, ma da esibire ai compagni. Possiamo, ad esempio, escludere che la generalità degli scolari sia in grado di impiegare 36 penne o matite colorate.

11. L’elenco degli elementi chimici

Il contatto con gli elementi chimici può essere fatto già nella scuola primaria: non dimentichiamo che la teoria non è il risultato di un’induzione a partire dall’esperienza, ma al contrario è l’esperienza che si compie in seguito all’avanzamento ipotetico di una teoria scientifica, per metterla alla prova (appunto trasferibilmente).

In questo senso, l’insegnante offrirà agli alunni l’elenco dei 92 elementi chimici naturali: non più dell’elenco, eventualmente con la numerazione progressiva, gli altri dati non saranno

[6] L’opera è di pubblico dominio in rete. In realtà l’originale si riferiva ad una generica bottiglia: “*Fifteen men on the dead man’s chest / Yo-ho-ho, and a bottle of rum! / Drink and the devil had done for the rest / Yo-ho-ho, and a bottle of rum!*”.

significativi prima della scuola superiore, come non saranno nemmeno granché significativi a quel livello gli elementi transuranici, anche se può essere interessante sapere che esistono.
Abbiamo parlato chiaramente di elenco: non si deve trattare in alcun modo di qualche cosa che richiami la periodicità, concetto che potrà essere ripreso solo più avanti, sia pure prima dell'Università.
Offerto questo elenco, si inviteranno gli scolari a cercare attorno a loro quanti più elementi sia possibile, a condizione che siano in grado di portarne in classe un esempio o, perlomeno, di indicarli in modo riconoscibile. Ci interessa assai poco che un alunno legga da qualche parte che il terzo componente per quantità dell'atmosfera e l'argon, un gas inerte con il quale non può avere nessun tipo di relazione; quando hanno letto che l'atmosfera è composta in prevalenza dall'azoto che non interagisce con il nostro corpo, e in una quantità minoritaria ma comunque che deve essere significativa dal vitale ossigeno, hanno letto quello che occorre. Nella ricerca degli elementi è facile che trovino molti metalli, anche alcuni meno comuni, spesso il padre offre in prestito una chiave in lega di cromo e vanadio spiegando che essa si presta a certi lavori per i quali non è adatta un'analoga chiave in acciaio, e magari prestando anche questa seconda.
Ritroveremo il rame ed il ferro, già noti quando si è cominciato a studiare la Storia umana. Ci sono poi metalli preziosi, ci sono metalli decorativi, ci sono grandi quantità di elementi chimici presenti in maniera riconoscibile, si pensi al calcio, si pensi al cloro e al sodio del sale da cucina, si pensi ai tanti integratori farmaceutici che recano i cosiddetti "oligoelementi". Si tratta solo di spiegare che ὀλίγοι "olìgoi" vuol dire "pochi", nel senso che l'organismo ne necessita in quantità molto piccole. Si pensi al cloro, oggi meno presente di una volta nella disinfezione delle acque pubbliche e delle piscine, ma ben riconoscibile all'odorato nella comune candeggina; si pensi alle tante manifestazioni del carbonio, del silicio, oppure alle tanto decantate batterie ricaricabili al litio, litio che (dipende dalle circostanze se sarà il caso di aggiungerlo) ha anche una funzione terapeutica, in particolare è un notevole antidepressivo. Insomma, un metallo può essere un farmaco, oltre ad avere altre applicazioni industriali più note; non ci sono solo i metalli somministrati come "oligoelementi" in certi integratori farmaceutici. Abbiamo presenti tanti discorsi sulla carenza di ferro? Oppure sul magnesio che farebbe poco meno che miracoli durante i periodi più caldi?

12. A proposito degli stati d'aggregazione

Il discorso va esteso agli stati d'aggregazione dei materiali (sono stati d'aggregazione della materia, all'inizio lo pensiamo per il futuro sviluppo del discorso). Tra solido e liquido si può tranquillamente parlare e compiere quantità di esperimenti e di prove anche con i fanciulli più giovani. Invece, parlare di aeriformi è certamente più difficile, non solo per la differenza tra gas e vapori, ma anche perché non è così intuitivo, e non c'è modo di renderlo concretamente esperibile, che una qualsiasi quantità di aeriforme lasciata sfuggire, ad esempio, da un piccolo palloncino finisce per saturare l'intero edificio.

Ci sono, tuttavia, le fughe di gas, la diffusione di aromi e odori vari (i profumi della cucina per la casa, oppure lo sgradevole odore di cloro dalla candeggina o meglio dall'acido cloridrico, l'insopportabile ammoniaca, … ma comprenderanno che sono gas in soluzione oppure in combinazioni elettrolitiche? Dovremmo parlare delle tre variabili di stato, e discutere molto sulla temperatura, sulla pressione oltre che sul volume come si è già fatto; ma per questo rimandiamo ad anni successivi.
Cerchiamo di evitare la pretesa di parlare per forza di tutti e tre gli stati della materia perché ce ne sono tre, anche quando uno di questi è molto difficile che sia compreso. Si possono trattare due di essi, e il terzo in prospettiva.
Senza dire che gli stati d'aggregazione della materia non sono tre ma almeno quattro.
Ma al di là dell'esempio, pur rilevante di per sé e ricco di elementi di riflessione specifica, traiamone un'indicazione generale: la sistematicità e l'organicità delle scienze, attraverso il cui insegnamento educhiamo le persone dalle età più tenere, sono parte irrinunciabile della nostra cultura; ma per gli allievi stessi costituiscono un traguardo molto remoto che solo in molti anni e con grande gradualità potranno cominciare ad intravvedere. E anche questo è un insegnamento di fondamentale importanza, soprattutto oggi.

13. Per concludere: l'educazione scientifica e la cultura come impegno

Lo scopo generale si capisce. Si tratta di fornire una base scientifica, rigorosa, razionale, per problemi di vita quotidiana, presenti in aula, nella casa, nei luoghi di svago, nei luoghi di gioco, nel cibo, a proposito delle merendine, delle bevande, del dispendio energetico, dello sport, delle attività ricreative, di quanto fa bene per la crescita e di quante stupidaggini si propalino in proposito, specialmente per ragioni commerciali o per ragioni ideologiche.
Una base razionale scientifica per parlare di materie prime, magari cominciando proprio dalla raccolta differenziata come viene concepita nei paesi civili (raccolta di materia prima), dal riciclaggio, dai problemi dell'acqua e in particolare dell'acqua potabile che potrebbe non essere sprecata per gran parte degli usi che attualmente non vengono neppure sfiorati dalla discussione, discorsi sulle fonti di energia, con tanto di discussione sul taglio agli sprechi, discorsi che ci porterebbero molto ma molto lontano.
L'importante è che la finiamo di affrontare questi ed altri problemi tipicamente scientifici e tipicamente tecnici (che non è la stessa cosa) a base di chiacchiere, retorica, moralismi, centoni di precettistica mai ragionata e mai spiegata, spesso perché non spiegabile e non ragionevole.
In questo senso la cultura scientifica per chi insegna ed educa è un impegno civile e sociale: non dimentichiamocelo mai.

Opere di riferimento

Tutte di pubblico dominio in rete

- Dewey J.: *Democracy and education: an introduction to the philosophy of education*. The Macmillan Company, New York 1916.
- Dewey J.: *Logic: The Theory of Inquiry*. Henry Holt and Company, New York, NY 1938.
- Einstein A.: *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie (gemeinverständlich)*. F. Vieweg, Brauschweig 1916 impressum 1920.
- Einstein A.: *Mein Weltbild*, Herausgegeben von Carl Seelig, Ullstein, Frankfurt 1934
- Galilei G.: *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*. Firenze 1632.
- Galilei G.: *Discorsi re dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali*. Leiden 1638.
- James W.: *The principles of Psychology* 2 vols., Henry Holt and Co., New York 1890.
- Lavoisier A. L. de: *Nomenclature chimique*. A Paris, chez Cuchet, 1789.
- Lavoisier A. L. de: *Traité élémentaire de chimie. 1*. A Paris, chez Cuchet, 1789.
- Lavoisier A. L. de: *Traité élémentaire de chimie. 2*. A Paris, chez Cuchet, 1789.
- Peirce C. S.: *Collected Papers* 8 vols. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts 1931-35, 1958.
- Polya G.: *How to solve it – A new aspect of mathematical method*. Doubleday and Co. Inc., Garden City, New York 1945.
- Popper K. R.: *Logik der Forschung - Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*. Springer-Verlag, Wien (impressum 1935, tatsächlich 1934).
- Popper K. R.: *Unended Quest: An Intellectual Autobiography*. Routledge, London and New York 1976.
- Popper K. R.: *Alles Leben ist Problemlösen: Über Erkenntnis, Geschicht und Politik*. Piper, München 1994.
- Simon Stevin: *Oeuvres mathematiques*. Bonaventura et Elzevier, Leyde 1634.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 17-28

Sull'acquisizione delle prime abilità aritmetiche per un avvio alla razionalità anche in presenza di disturbi cognitivi

Domenico Lenzi[1] Roberta Lenzi[2]

[1]Università del Salento Lecce,
Dipartimento di Matematica e Fisica,
Via per Arnesano, 73100, Lecce, Italia
domenico.lenzi@unisalento.it
[2]Gioia Mathesis, Lecce
Via Palmieri, 73100, Lecce, Italia
lrobi.len@gmail.com

Sunto

In questo articolo riprendiamo – in maniera indipendente e ampliandole – alcune questioni da noi già affrontate in precedenza (si veda Lenzi-Lenzi, 2015 e 2016). Tra l'altro, nel secondo intervento viene descritta l'attività svolta con una bambina di nove anni (4ª elementare) che era stata diagnosticata come gravemente discalculica e bisognosa di assistenza in matematica.

In particolare, qui dedichiamo una speciale attenzione alla *percezione analitica*, che provvede a utilizzare – quando sia necessario – ogni elemento delle informazioni che si ricevono attraverso gli organi sensoriali. Essa deve attivarsi non in contrapposizione, bensì in sinergia con la *percezione globale*, che gestisce la maggior parte degli apprendimenti e delle notizie che si acquisiscono. Nei riguardi di quest'ultima la percezione analitica svolge un controllo importante e un filtro nevralgico.

Come vedremo, la percezione analitica è essenziale per l'avvio per tempo a una razionalità che consenta di andare incontro ai "perché" dei bambini, i quali sono ansiosi non solo di apprendere, ma anche di comprendere il perché dei fatti e il senso delle cose. Perciò è importante cercare di attivare al più presto questo importante strumento cognitivo, soprattutto in presenza di disturbi dell'apprendimento, ponendo in essere procedure che siano utili per tutti; programmando percorsi – che in parte si potranno desumere da quanto esporremo – volti alla comprensione dei primi elementi di aritmetica. Questi non dovranno essere trattati in termini mnemonici, ma impostando piccoli ragionamenti che aiutino a capire come essi si evolvano, avviando i bambini – non solo quelli con disturbi di apprendimento – a muovere i primi passi verso la percezione analitica e la razionalità.

Parole chiave: Primi elementi di aritmetica. Percezione analitica. Disturbi cognitivi.

1. Introduzione

I disturbi cognitivi sono un problema preoccupante sul piano sociale. Da un po' di tempo l'attenzione si è focalizzata sempre più sull'autismo, le cui cause non sono ancora state determinate. Tuttavia spesso si è gareggiato nel cercare di darne le spiegazioni più astruse, tra cui quella che ha fatto esplodere il controverso caso No-Vax.
Secondo studi recenti, nell'autismo sarebbe implicato un eccesso di connessioni neuronali che finiscono col rendere difficile la selettività percettiva; in conseguenza del fatto che nei soggetti autistici l'attenzione è sovrastimolata.
In realtà, se stimoliamo troppo i nostri bimbi, se li ingozziamo di informazioni di ogni genere – senza un coordinamento, senza una seria analisi di quello che gli si propina – non solo li avviamo a una sorta di "obesità informativa", ma aumentiamo il loro senso di privazione in termini di razionalità. E da questo punto di vista l'abbandonarli al loro smartphone o di fronte alla televisione ne accresce le difficoltà. Non tanto perché ciò susciti in essi un senso di mancanza d'affetto, ma perché può portali a pensare che non gli vengano date le giuste spiegazioni in quanto non sono in grado di comprenderle. Donde l'insorgere di frustrazioni e di una rinuncia alla comunicatività per il fatto di sentirsi, a torto, incapaci di capire. E questo accentua i problemi non solo di chi ha difficoltà di tipo cognitivo, ma anche dei cosiddetti bambini normali. Per contrastare ciò è essenziale promuovere una didattica volta ad attivare in modo ragionato i primi elementi di aritmetica, che avvieranno alla percezione analitica e alla razionalità.

2. Aspetti teorici e considerazioni generali

Spesso l'insegnamento della matematica si riduce a un'accozzaglia di modi di dire e di fare, talora incomprensibili, caratterizzati dall' "impara e fai così". L'attitudine alla matematica che è in noi – ma che affiora in modo diverso dal nostro DNA – a volte permette ad alcuni di disimpegnarsi in modo dignitoso con essa; però per molti altri questa appare come un supplizio. Da ciò deriva la necessità di impostazioni didattiche più concrete e meglio coordinate, da cui far scaturire in modo chiaro i concetti fondamentali della disciplina.

E per un buon percorso didattico sono cruciali gli insegnamenti di Lev Vygotskij, con la sua Zona di Sviluppo Prossimale, che è un ampliamento della Zona di Sviluppo Attuale (si veda la figura accanto), la quale si identifica con il bagaglio di conoscenze a cui una nuova nozione può aderire attraverso la Zona di Sviluppo Prossimale, che fa parte della Zona di Sviluppo Potenziale, che esprime le capacità non ancora attivate di una persona.
Per un bambino l'uso sistematico delle dita può costituire un fondamentale punto di partenza per l'avvio all'aritmetica già a partire dai tre anni, quando egli incomincia a indicare la sua età con pollice, indice e medio di una mano. Però sarebbe opportuno intervenire già prima, per dare sostegno a una naturale tendenza verso il numero tipica

di ogni bimbo che incominci a prendere coscienza di sé e di ciò che lo circonda, attivando capacità di cui ogni individuo è dotato grazie alla sua "memoria di specie".
Ma allora è naturale chiedersi perché le potenzialità aritmetiche non si rivelino altrettanto agevolmente in ogni essere umano, così come accade per quella del parlare.
Ebbene, il percorso evolutivo della matematica è iniziato abbastanza recentemente, appena a 40-50 mila anni fa; ma ci sono studiosi che fanno risalire le prime vere attività aritmetiche all'avvento del periodo neolitico (circa diecimila anni prima di Cristo). E ciò fa capire perché in molti individui ci possano essere delle difficoltà nell'approccio alla matematica. Infatti, all'età di circa un anno, il bimbo si solleva sulle gambe, in accordo con l'avvento dell'H. erectus due o tre milioni di anni fa; mentre il linguaggio orale ha un percorso preparatorio che si completa all'età di circa due anni, corrispondentemente alla comparsa delle prime forme di linguaggio (alcune centinaia di migliaia di anni fa) fino a circa 50 mila anni fa (De Mauro, 1995). Onde queste abilità, per la loro antica comparsa, non hanno bisogno di insegnamenti diretti, poiché gli esempi stimolanti dovuti all'inserimento in una comunità umana sono decisivi. Invece le abilità aritmetiche, per essere attivate, hanno bisogno di interventi particolari, che sarebbe bene porre in essere ben prima di quanto avvenga ora, con pratiche didattiche in grado di sollecitare quella parte di matematica che è patrimonio di ogni individuo.
In fatto di matematica, qualcuno potrebbe obbiettare che non c'è tutta questa fretta di tediare i bambini con cose che poi apprenderanno facilmente; tuttavia, pur prescindendo dalla loro ansia di imparare, sappiamo che quel "facilmente" non vale per tutti. Anzi, se non si interviene al più presto, molte abilità che non sono state attivate per tempo saranno poi difficili da recuperare, come nel caso degli analfabeti adulti.

3. Sulla percezione

In una prima accezione, la percezione[1] possiamo considerarla come una sorta di immagine che si accende nel nostro cervello e innesca quel processo che elabora le informazioni da noi acquisite tramite i nostri sensi. Più precisamente, essa è il modo in cui quell'immagine viene prima trattata e "accomodata" utilizzando quanto già conosciamo [e non a caso Jean Piaget (*1896-1980*) chiama "accomodamento" tale fase]; poi quell'immagine, una volta interpretata, viene adattata e fatta coesistere con le nostre conoscenze pregresse ["adattamento", secondo il Piaget].
Molti anni prima di Piaget lo psicologo Hermann Helmholtz (1821-1894) aveva chiamato l'accomodamento e l'adattamento rispettivamente "stadio analitico" [poiché la nostra mente cerca, per quanto le è possibile, di analizzare l'informazione recepita] e "stadio sintetico" [in cui l'informazione ricevuta si integra con le vecchie conoscenze]. Però la fase analitica spesso risulta carente, non essendo stata sufficientemente attivata.
Qualche anno fa una bambina, a cui erano stati mostrati l'indice e il medio di una mano, disse che quelle dita indicavano il *tre*. Avendole ribattuto che si trattava del *due*, la piccola rispose che lei il *due* lo indicava col pollice e l'indice. Quella bimba era stata privata della possibilità di utilizzare gli aspetti analitici della percezione numerica, facendole pensare che un numero si indicasse come nel gioco delle carte, dove ci si

[1] Da "percepire" nel senso di andare oltre ciò che si acquisisce: il recepire ["cepire", da "capere"].

tocca il naso, un orecchio o si fa l'occhiolino per far capire al proprio compagno che si è in possesso di una certa carta.

La carenza di abilità analitiche fa sì che spesso nel trattare ciò che abbiamo recepito entrino in gioco situazioni evidenziate dagli studi sulla "psicologia della forma" ("gestalt"), secondo cui noi tendiamo a una organizzazione globale di ciò che ci appare, come se si volesse ridurre a una sorta di forma unitaria l'immagine ricevuta. Una forma che però a volte risulta incompleta, o si acquisisce come tale (per distrazione o a causa di altri inconvenienti). In tal caso interviene il cosiddetto fenomeno della *chiusura* (nel senso di completamento di quanto è stato acquisito) sulla base delle nostre cognizioni e delle nostre esperienze. Però è chiaro che un uso acritico della chiusura può essere fonte di errori e di pericoli, se non si coltiva anche l'abilità di esaminare un messaggio in modo analitico. Infatti a volte il destinatario coglie solo parte dell'informazione che gli viene trasmessa, tralasciando particolari importanti; oppure tralasciando aspetti che, trascurati a livello cosciente, possono essere adattati in maniera dannosa a livello inconscio, come succede con la pubblicità.

La predisposizione a una percezione globale – essendo innata – la si ritrova non solo negli adulti, ma anche nei bambini, nei quali si attiva automaticamente, portandoli a esaminare la natura che li circonda in modo globale, nel suo insieme, sincreticamente; donde anche la locuzione *percezione sincretica*. L'inclinazione dei bambini verso la percezione globale – uno dei due pilastri fondamentali della conoscenza – ha indotto in alcuni studiosi l'errore secondo cui anche l'approccio alla lettura debba essere di tipo sincretico (*metodo globale*), presentando ogni parola nella sua interezza, come se fosse un marchio ideografico; mal interpretando il fatto che la chiusura facilita una lettura più rapida, che avviene con piccoli salti di lettere e di parole. Tale tendenza è legata a un atteggiamento di fronte a ciò che leggiamo, che per ragioni di brevità e di minor dispendio – che è un fatto naturale in ogni individuo – noi cerchiamo di *catturare* nella sua interezza attraverso alcuni elementi peculiari che colpiscono più di altri la nostra osservazione. Ma ciò vale per chi sa già leggere e non per un avviamento alla lettura.

D'altro canto, la tendenza a una percezione di tipo globale, che in molti casi risulta utile, in altri – come si è accennato – è fonte di abbagli ed errori, in adulti e bambini. La piccola a cui erano stati mostrati l'indice e il medio applicò il criterio della chiusura aggiungendo automaticamente il pollice a un'immagine che lei non conosceva; e la trasformò in un'altra a lei ben nota, però sbagliando.

Bisogna dire che in merito all'educazione all'analiticità J. Piaget ha svolto un ruolo negativo, dando un'interpretazione inadeguata ai suoi esperimenti, non capendo che alcune risposte dei bambini erano frutto di semplici misconcezioni dovute al fatto che essi interpretavano i termini "più" e "meno" sulla base di confronti spaziali, dato che nessuno aveva fatto capire loro che potessero essere legati a confronti di tipo numerico espressi mediante dei conteggi.

Purtroppo, le misconcezioni in fatto di aritmetica notate da Piaget, ma non ravvisate come tali, lo hanno indotto ad affermare che i bambini prima dei 6-7 anni d'età non acquisiscono il Principio di Conservazione delle Quantità discrete. E ciò ha portato molte nazioni a dare inizio alla scuola dell'obbligo dopo i sei anni.

A proposito di misconcezioni, Bruno D'Amore ha giustamente scritto (si veda D'Amore, 2008): «Le *misconcezioni* si possono interpretare come concezioni momentanee non corrette, in attesa di sistemazione cognitiva più elaborata e critica. […] Chiamarle *errori* è troppo semplicistico e banale; […] si tratta, invece, di dare gli strumenti per l'elaborazione critica».

4. L'utilità di un avvio precoce ai primi elementi di aritmetica

Per l'avvio ai primi elementi di aritmetica è importante iniziare quanto prima. In attesa dell'ingresso nella Scuola dell'Infanzia, nel bambino si può incominciare ad attivare la scansione *uno-due* sia in famiglia che negli asili nido.

A conferma della possibilità di promuovere nei piccoli abilità di tipo aritmetico già nel corso della prima infanzia, ricordiamo un episodio accaduto con una bimba di 2 anni e qualche mese, che non sapeva di avere due guance, due orecchie e perché indicasse la sua età con l'indice e il medio. Dopo una brevissima attività pratica le fu domandato quanti occhietti avesse. In tal caso si può pensare che ella già conoscesse la risposta, avendola appresa dalla mamma o da altri. Fatto sta che lei agitò in successione le sue palpebre, dando proprio l'impressione che contasse, poi esclamò: «Due!» Le cose si sono svolte con le stesse modalità con altre bimbe che avevano quasi due anni e mezzo.

Nel Piceno un tempo c'era una filastrocca che di fatto aiutava a distinguere la singolarità dalla duplicità di alcune componenti del corpo umano, toccandole mentre venivano pronunciate: *Orecchio bello e suo fratello, occhio bello e suo fratello, guancia bella e sua sorella, nasì, bucchì, scucchi* (mento), *cuti-cuti-chì*; e si solleticava il pancino del bimbo; e ciò lo aiutava a ricordare l'attività svolta.

In definitiva, si può approfittare della presenza nel corpo umano di parti accoppiate e facilmente individuabili (orecchie, occhi, guance, mani …) affinché a poco a poco i bambini ne possano comprendere l'aspetto aritmetico. Perciò si comincerà a contare le due orecchie (una e due orecchie!). Poi il conteggio si ripeterà scambiandole. Inoltre, si premerà sul primo orecchio affinché il bimbo avverta che, nonostante lo scambio, si è terminato ancora con *due*; il che contribuisce ad avviarlo al Principio di Indifferenza nella scelta degli oggetti che si contano.

Quindi si proseguirà, con le stesse modalità, con occhi, guance, mani … Per passare, una volta che il bambino sarà sul seggiolone, al conteggio di oggetti che rientrino nella sua esperienza. Poi, a poco a poco, la scansione si estenderà al *tre*.

Si raccomanda, prima dei tre anni di età, di non aver fretta di andare oltre, affinché la scansione *uno-due-tre* si stabilizzi e il bambino ne comprenda l'uso nell'ambito dei conteggi, al di là della semplice filastrocca. Non importa conoscere i *numerali* da uno a dieci o forse più (magari anche in inglese, come alcuni genitori o insegnanti vantano), se non si conosce il significato del contare. Naturalmente, dopo che il bimbo avrà contato tre oggetti, verrà sollecitato a osservare che ricontandoli più volte – cambiando il modo di sceglierli – il conteggio termina sempre sul *tre*. Inoltre è essenziale fargli capire che per rappresentare il *due* o il *tre* non importa quali dita si usino.

Da interventi siffatti nel bambino si può sviluppare nell'immediato – in modo ragionato, con l'aiuto dei genitori e degli insegnanti – la comprensione di nuove nozioni aritmetiche. In particolare a tre/quattro anni, rimanendo nell'ambito di una mano, egli sarà avviato alla comprensione delle prime piccole addizioni e sottrazioni – nel senso del mettere insieme e del togliere; quest'ultimo concetto intimamente legato al "quanto manca" – che gli si farà svolgere esaltando soprattutto il *più uno* e il *meno uno* (o *una*).

In definitiva, con uno, due e tre dita (o palline, o caramelle …) più una si arriva a quattro dita. Se l'ultima la togliamo, ritorniamo a tre dita. Dando così le prime avvisaglie del contare a ritroso.

Qui di seguito i primi numeri naturali sono stati inseriti in una canzoncina, che inizialmente sarà bene usare in forma ridotta; limitandola ai numeri da *uno* a *cinque*, onde favorirne l'acquisizione stabile sia in forma crescente che in forma decrescente. Per semplicità, dei nomi numerici (i *numerali*) è stata usata solo un'abbreviazione che aiuta a individuarli più agevolmente[2]. Al di sotto della prima riga della filastrocca, sono state riportate le note musicali che consigliamo di usare (*do re mi fa sol* per la prima riga; *sol fa mi re do* per la seconda). Quelle note riguardano, nella stessa successione, anche la sesta e la settima riga. La parte musicale potrà essere completata a piacere dall'insegnante usando una delle tante cantilene per bambini.

La canzone del contare (ridotta)

Un due tre qua cin   spe__gni il lu__mi__cin
do re mi fa sol   sol fa mi re do
e po__trai ve__der   cin qua tre due un

grappoli di stelle che si accendono nel ciel
sembrano fiammelle che risplendono per te

Un due tre qua cin   cin qua tre due un
un due tre qua cin   cin qua tre due un

balla conta e canta com'è bello se cantiam
balla conta e canta la canzone del contar

la canzone del contar
la canzone del contar

L'espediente musicale favorisce l'acquisizione da parte degli alunni dei numeri naturali da uno a *dieci*, che essi dovranno arrivare a recitare senza salti e trasposizioni. Inoltre, la collocazione dei numeri in due blocchi – per i quali la scala musicale viene usata una volta “in salita” e una volta “in discesa” – serve a favorire l'acquisizione della loro posizione reciproca nella cantilena, fino a possederla in forma automatica; avendo percezione immediata del fatto che tre viene prima di cinque, mentre quattro viene prima di nove …, senza necessità di percorrere la cantilena. Si tenga presente che generalmente non è facile stabilire automaticamente la posizione reciproca di due elementi rispetto alla loro collocazione in un ordinamento – pur conoscendolo – senza percorrerlo via via, magari parzialmente. Per esempio, chi sa dire immediatamente – se non è pratico di musica – quale delle due note *la* o *fa* viene prima nella scala musicale?
In seguito la seconda riga sarà sostituita così: *e po__trai ve__der sei set o no diè.*
Intorno ai quattro anni il bimbo, a poco a poco, potrà anche essere stimolato ad automatizzare il riconoscimento di tre dita (oltre che di due) – comunque esse si presentino – o di tre cose qualsiasi, usando sempre conteggi ripetuti. Il riconoscimento in blocco di due o di tre oggetti è considerato un fatto naturale ed essenziale, poiché – come per tutti gli automatismi (di cui, comunque, in matematica si debbono far comprendere le ragioni) – evita successive distrazioni.
Gli automatismi sono ausili fondamentali per l'apprendimento, poiché consentono di andare oltre situazioni già consolidate, facendo sì che l'attenzione si concentri su attività importanti, che è bene non subiscano distrazioni. Per esempio, nello svolgere

[2] Come nel caso della filastrocca geografica *ma-con-gran-pena-le-re-ca-giù*, che individua i vari gruppi montuosi in cui si suddividono le Alpi: Marittime, Cozie, Graie, Pennine ...

un'addizione in colonna è opportuno non essere distolti dalla necessità di "costruirsi" – pur sapendo come fare – le somme entro il nove richieste nell'esecuzione dell'operazione; che debbono intervenire in maniera automatica, per evitare errori, come può essere il non tener conto di un riporto. Ma è importante che questi automatismi siano acquisiti prendendo coscienza delle ragioni che sono alla loro base.
Ovviamente, il lavoro con le dita continuerà a essere affiancato da un'attività con oggetti di uso spontaneo per un bambino di quell'età: bicchieri di carta, posate, caramelle, palline …; rimanendo sempre all'interno del numero *cinque* (*infra-cinque*). Poi, nel periodo che va dai quattro ai cinque anni, l'attività svolta precedentemente si estenderà alle dita delle due mani, rimanendo nell'ambito del *dieci* (*infra-dieci*). Ci sono insegnanti che affermano che a quattro o cinque anni i loro bambini sanno spingersi fino a cento e più. Ma questi hanno veramente capito cosa significhi contare? E poi, anche solo *due* o *tre* bambini che siano in difficoltà rappresentano l'*otto-dodici* per cento in una classe di 25 alunni. Non possiamo permetterci queste percentuali di fallimento.
Rispetto a quanto è stato detto, si andrà oltre solo in presenza di richieste esplicite di qualche bambino; ma si spiegherà che, essendo le cose un po' difficili, si potrà capire meglio in seguito.

5. I principi di Indifferenza e di Conservazione, l'appello numerico

Riprendendo cose già dette fugacemente, ribadiamo che affinché un bambino possa far suo il criterio del contare per confronti di tipo quantitativo, evitando errate considerazioni di tipo spaziale, non basta che impari correttamente la cantilena dei numeri, sappia recitarla e sappia usarla in un conteggio. Ma è necessario che egli prenda coscienza – al di là del *due* e del *tre*, attraverso alcune esperienze limitate a casi che impegnino numeri molto piccoli – che contando in vario modo un gruppo di oggetti si perviene sempre allo stesso risultato finale, indipendentemente dalla scelta degli oggetti che via via si contano (Principio di Indifferenza nei conteggi); onde quel risultato può essere visto come una sorta di marchio, un ***marcatore numerico*** – come dicono alcuni insegnanti – immutabile per il gruppo di oggetti esaminati, rispetto al modo in cui si scelgono via via gli elementi per contarli.
Il Principio di Indifferenza costituisce uno snodo nevralgico per l'acquisizione di molte proprietà aritmetiche, quali la commutativa e l'associativa dell'addizione (e di altre ancora); ma pure per l'acquisizione del Principio di Conservazione delle Quantità discrete. Infatti, il conteggio di un gruppo di oggetti stabilisce per ciascuno di essi una specie di nome numerico; onde quel nome rimane invariato, insieme al marcatore, anche rispetto a collocazioni spaziali diverse degli oggetti. Cosi come il nome dei componenti di un gruppo resta invariato insieme all'ultimo che sia stato assegnato, a prescindere dal fatto che essi siano più o meno distanti tra loro. E ciò esprime, appunto, il Principio di Conservazione delle quantità discrete.
Un espediente che innanzitutto consente di imparare nel giusto ordine la sequenza dei numeri che entrano in gioco nel conteggio degli alunni di una classe è l'appello numerico. Esso si basa sul fatto che ciascun alunno memorizzi il numero con cui è indicato sul registro: il suo *nome numerico*. Inoltre, chi ha un nome diverso da *uno*, dovrà imparare anche il nome numerico precedente. Quindi, al momento dell'appello, l'alunno denominato ***uno*** pronuncerà quel nome ad alta voce; dopodiché ogni altro

bambino dirà il proprio nome numerico non appena avrà ascoltato quello precedente.
Così a poco a poco, giorno dopo giorno, gli alunni impareranno nel giusto ordine i nomi numerici relativi ai componenti della loro classe. E si sottolineerà che a ogni numero pronunciato sono stati contati tutti gli alunni che fino ad allora hanno pronunciato il loro nome. Perciò l'ultimo di questi esprime la loro quantità complessiva, il loro *numero*. Trascorso qualche tempo, l'appello sarà fatto da un bambino, che chiamerà i suoi compagni coi rispettivi nomi numerici, pronunciandoli via via secondo l'ordine naturale. E sarà interessante accertare quando tutti gli alunni riusciranno a conoscere – nel giusto ordine – i numeri coinvolti. Anche così prenderanno coscienza del Principio di Conservazione delle Quantità discrete, poiché lo svolgimento dell'appello resta lo stesso anche se si svolge in corridoio o in cortile.
In seguito sarà opportuno che l'appello numerico venga effettuato anche a ritroso, confermando il fatto che quando a un certo numero di oggetti se ne sottrae uno, per sapere quanti sono rimasti non occorre ricontarli, ma basta tornare indietro di un numero. Ovviamente, nella prima attuazione dell'*appello a ritroso*, ogni bambino dovrà conoscere il nome numerico che viene dopo il suo.

6. L'addizione e la sottrazione

Nei primi approcci con l'addizione gli addendi sono rappresentati dalle dita delle mani, che vengono mostrate contemporaneamente: un addendo per le dita di una mano e uno per quelle dell'altra, a prescindere da come le mani vengano scelte (e si dice che il risultato è dato dal numero totale di dita mostrate). Però, quando le dita si sostituiscono con due gruppi di palline (o altri oggetti), generalmente gli addendi vengono presentati l'uno dopo l'altro. E si dirà anche ora che il risultato si ottiene immaginando – come per le dita – di fare un tutt'uno (l'unione!) dei due gruppi di palline, contando poi quante sono le palline in totale. Tuttavia è opportuno che i gruppi di palline che esprimono i due addendi abbiano colore diverso – pur precisando che si prescinde dal colore – onde rimanga presente la percezione visiva dei due addendi in gioco. Ciò consente di conseguire diversi obbiettivi.

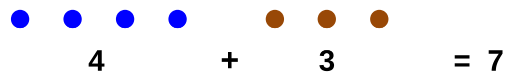


Fig. 1

Il primo è la presa di coscienza del fatto che avremmo potuto prendere e contare prima le 3 palline marrone e poi le 4 blu (Principio di Indifferenza, donde la *proprietà commutativa*); poiché in entrambi i casi avremmo avuto le stesse palline e il risultato sarebbe stato lo stesso. Il secondo obbiettivo è che, sapendo che le palline blu sono 4, per avere il risultato è inutile contarle di nuovo; perciò il conteggio proseguirà sulle tre palline marroni (si veda Fig. 2). Il che corrisponde ad aggiungere tre volte una nuova pallina: tre volte il "più uno"!

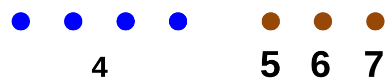


Fig. 2

Alcuni insegnanti, poiché i bambini ormai conoscono la filastrocca dei numeri,

presentano l’addizione direttamente, dicendo: “il quattro in testa e poi nella filastrocca si va avanti di tre numeri”. Ma è chiaro che saltare le fasi precedenti pregiudica una presa di coscienza efficace del significato dell’addizione; non facendo capire il perché di quel *quattro in testa e poi* … Inoltre così diventa difficile da capire il perché della proprietà commutativa.
In Fig. 3 si può notare che i numeri posti al di sotto delle palline blu servono a dare loro un nome, ma allo stesso tempo le contano, a partire dalla prima pallina blu di sinistra.

Fig. 3 – La linea dei numeri

Infatti, per esempio, dalla pallina **1** alla pallina **4** si denominano e si contano *quattro* palline. Perciò, per calcolare **4**+**3**, basta partire dal **4** (il quattro in testa!) – che sulla linea corrisponde ad aver fissato *quattro* palline blu – e prenderne altre *tre*, contandole di seguito al **4**. Allora il fatto che si arrivi a **7** ci dice subito che abbiamo preso in tutto, contandole, *sette* palline; quindi **7** è il risultato di **4**+**3**. Così l'approccio insiemistico rimane salvo: si è semplicemente evoluto evidenziando un nuovo aspetto dell'addizione.
Quanto detto riguarda l’addizione come operazione *binaria*; dato che si sono utilizzati solo due numeri. Ma – tornando all’aspetto insiemistico – all’alunno si farà capire che potremmo considerare anche più di due numeri, in corrispondenza di più gruppi di palline: per esempio, **4** palline blu, **1** rosa, **2** verdi e **3** marrone. Non importa in quale ordine, dato che alla fine le palline sono sempre le stesse[3] (si veda Fig. 4). Onde abbiamo un’addizione che estende quella binaria, dato che utilizza più di due numeri.

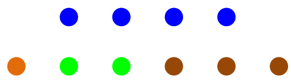


Fig. 4

Le cose dette vanno evidenziate con la massima attenzione e con esempi che chiamino in causa numeri piccoli, onde ognuno di questi sia visivamente espresso tramite palline.
Quindi quelle palline di colore diverso si scambino di posizione e si aggreghino in vario modo. Perciò ciascuna delle scritture che seguono corrisponde complessivamente al raggruppamento di palline di Fig. 4, onde esse danno sempre lo stesso risultato: il numero totale di palline! Le parentesi indicano che prima sono state aggregate le palline che corrispondono ai numeri che esse racchiudono.

$$\mathbf{4}+\mathbf{1}+\mathbf{2}+3 = \mathbf{2}+3+\mathbf{4}+\mathbf{1} = (\mathbf{4}+\mathbf{1}) + (\mathbf{2}+3) = (\mathbf{4}+\mathbf{1}+\mathbf{2}) + 3$$

Quindi gli alunni possono riesaminare l’operazione di sottrazione, che generalmente viene vista come un togliere, un levare. Ma – al di là dell’uso delle dita – la precedente fig. 1 ci mostra che le *quattro* palline blu sono quelle che, se le togliessimo, mancherebbero alle *tre* marroni per riottenere le *sette* complessive. L’operare in termini di complementazione è altrettanto frequente che l’operare nel senso del togliere. Si pensi a come generalmente un negoziante dà *il resto* manualmente.
Il complemento a 10 facilita il calcolo delle sottrazioni. Infatti, per ricavare 43-8 non occorre – secondo la procedura del prestito – sottrarre una decina del 43, aggiungerla al 3 e sottrarre 8; ma l’8 si sottrae direttamente da quella decina, considerando il

[3] Chiaramente, qui entra tacitamente in gioco il principio di indifferenza dato che non importa come le palline si scelgano per contarle.

complemento di 8 a 10; poi il risultato 2 si aggiunge all'unità 3 (rimasta intatta). Cosa che facciamo quando, avendo 43 euro, ne dobbiamo dare 8 a qualcuno. Infatti, gli daremo 10 euro (una decina di euro!), ricevendo indietro 2 euro che si aggiungono ai 3 euro che già avevamo insieme ai residui 30 euro. Così, comunque, si è calcolata la differenza 13-8; ma senza usare uno *strano prestito*. Il che riduce drasticamente le difficoltà legate alla procedura di sottrazione in colonna, poiché evita di dover ricordare i risultati delle sottrazioni relative ai prestiti.

Per quel che riguarda la complementazione, si pensi anche ad addizioni come 7+4. Questa spesso si svolge aggiungendo a 7 la parte di 4 che manca per raggiungere 10; dopodiché a 10 si aggiunge la parte residua di 4. Cioè: 7+4 = (7+3) + 1 = 10+1 = 11.

Facciamo presente che quando i due addendi di un'addizione sono compresi tra *cinque* e *nove*, per rappresentarli si può far ricorso a una convenzione[4] facile da comprendere. Precisamente, mostrando le dita di una mano, se il pollice è chiuso gli attribuiamo il valore *cinque*; in tal caso, quando esso è accompagnato dal mignolo e via via dalle altre dita fino all'indice, avremo i numeri dal *sei* al *nove*: *cinque* aumentato del numero delle altre dita mostrate. In tal caso la mano chiusa rappresenta il *cinque*. Nelle due illustrazioni qui sotto, a sinistra è rappresentato il *sei*, a destra il *sette*; onde insieme esse mostrano il numero *tredici*: 5+5 (i due pollici chiusi) e 1+2 (le altre dita).

Anche per questo è consigliabile abituare gli alunni a indicare il *quattro* ripiegando il mignolo. Poiché, con questa convenzione, la vecchia rappresentazione del *quattro* – data dalle dita che vanno dall'indice al mignolo – ci dà il *nove*.

Una volta compresa la rappresentazione decimale, con la convenzione fatta si possono rappresentare tutti i numeri compresi tra 1 e 99. Precisamente, si userà la mano sinistra per indicare le decine e la mano destra per indicare le unità. In particolare, la sola mano sinistra chiusa – tenendo l'altra abbassata, che perciò indica la cifra zero – rappresenta il cinquanta, mentre la sola mano destra chiusa indica il cinque.

Intorno ai quattro/cinque anni, sarà bene avviare i bambini anche al riconoscimento delle cifre numeriche. Essi potranno esercitarsi a realizzare materialmente accostamenti di fiammiferi che rappresentino le cifre **1**, **2, 3, 4** e **5** secondo quanto viene mostrato nella Tavola A riportata qui sotto. In seguito saranno sollecitati a familiarizzare con le forme riguardanti **6**, **7**, **8** e **9** (si veda la tavola B), facendogli notare che pure queste altre cifre vengono rappresentate usando un numero di fiammiferi corrispondente alla quantità che esprimono. E si può notare che, in relazione alle cifre che vanno dal **5** al **9**, compaiono gruppi di cinque fiammiferi colorati in rosso. Essi sono assimilabili alle cinque dita di una mano; perciò il numero di fiammiferi di ciascuna figura si ottiene addizionando a **5** il numero di fiammiferi *bianchi* presenti nella figura stessa. Nel *nove* i fiammiferi bianchi sono stati posti nella posizione dei fiammiferi del **4** al fine di facilitarne il riconoscimento, poiché a volte i bambini sono portati a confondere le cifre **6** e **9**. L'uso della Tavola B aiuta a scongiurare questo pericolo, poiché al segno **9** corrispondono più fiammiferi. Ovviamente, la cifra nulla si rappresenta come un piatto

[4] L'alunno ormai dovrebbe essersi abituato alle convenzioni, sia di linguaggio (parole di significato diverso dall'usuale e modi di dire caratteristici), sia operative (significato dei colori semaforici, ecc.).

vuoto: O. Quanto è stato illustrato finora è importante per bambini d'ogni tipo, con o senza difficoltà, poiché li abitua a poco a poco a ragionare in termini aritmetici.

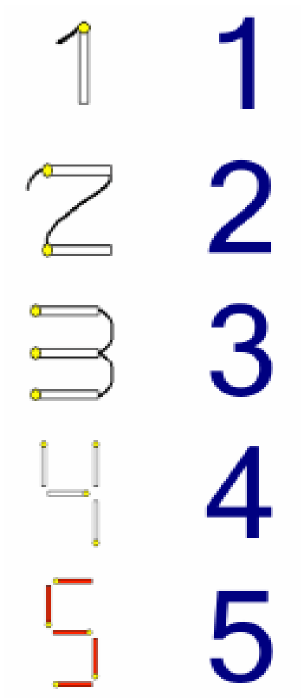


Tavola A

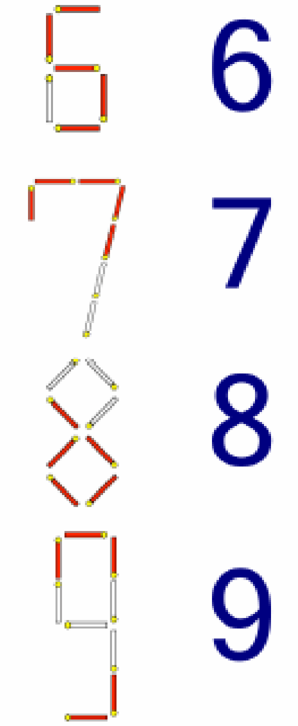
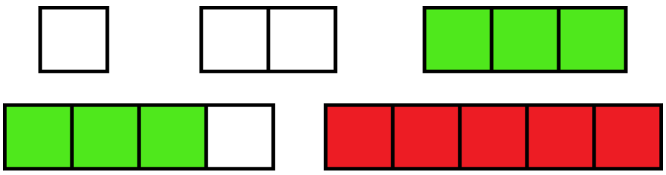


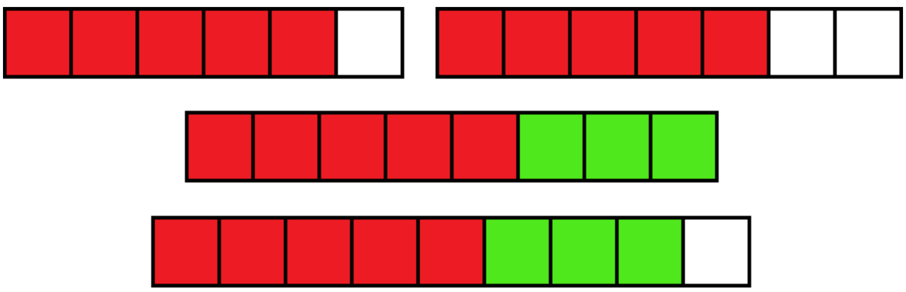
Tavola B

7. I listelli colorati

Per facilitare l'acquisizione delle tabelline dell'addizione e della sottrazione sono molto utili i cinque listelli riportati qui sotto. I quali, opportunamente ingranditi, possono essere consegnati agli alunni in forma cartacea.



Poi, in un'attività laboratoriale, dagli stessi alunni possono essere realizzati i listelli situati qui di seguito, che rappresentano i numeri dal sei al nove.



Questi possono sostituire gli inutili numeri in colore; che, essendo privi di suddivisioni,

creano agli alunni inutili difficoltà mnemoniche.
I listelli si rivelano utilissimi per favorire l'automatizzazione della somma di due numeri il cui valore vada dal *cinque* al *nove*, poiché le parti rosse corrispondono a 10 (5+5); onde basterà sommare le rimanenti parti (per la somma 7 + 8 = 15 si veda Fig. 5).

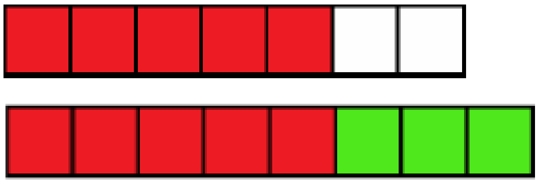


Fig. 5 – la somma 7 + 8 = 15

Per facilitare l'automatizzazione del complemento a 10 gli alunni si possono esercitare, anche col listello situato in Fig. 6. Per esempio, per calcolare il complemento di 7 a 10, basta ripiegare leggermente il listello lungo il tratto di divisione che a sinistra individua il *sette* e a destra il *tre*. In questo listello non si usa il colore verde poiché le quantità di quadretti ricavabili dalla parte bianca dovrebbero già essere agevolmente percepibili.

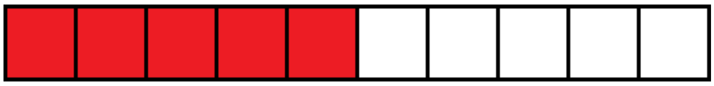


Fig. 6

Bibliografia

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7, 2, 33-115.

D'Amore B. (2008). Le basi della didattica della matematica. *Scuola Italiana Moderna*. 116, n° 6, 41- 45. www.lascuola.**it**/webapp/Download/08SIM/G006.pdf.

De Mauro T. (1995). L'origine del linguaggio (un'intervista a Sara Fortuna), *Rai Educational*. http://www.emsf.rai.it/articoli/articoli.asp?d=40

Lenzi D., Lenzi R. (2015). Francesca e la sua discalculia. *Matematicamente.it Magazine*. www.matematicamente.it/magazine/24aprile2015/222.Lenzi-Francesca-Discalculia.pdf

Lenzi D., Lenzi R. (2016). From Homo Abilis to Homo Rationalis through Analitic Perception and Mathematics. *Science & Philosophy*, vol. 4 (2), pp. 19-28.

Piaget J., Szeminska A. (1968). *La genesi del numero nel bambino*. La Nuova Italia, Firenze.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 29-40

Il Pensiero Computazionale, questo sconosciuto

Fabrizio Basciani

Istituto Comprensivo Pescara 2,
Docente di Tecnologia,
Via Vincenzo Cerulli 15, 65126, Pescara, Italy
fbasciani@wavecon.it

Sunto
Da qualche anno, nella Scuola, si sente parlare di Coding e di Pensiero Computazionale. Come spesso accade, tuttavia, quando il MIUR intende introdurre forti innovazioni in tempi relativamente brevi nelle Metodologie Didattiche, tutti ne parlano, ma pochi comprendono esattamente di cosa si tratti e, soprattutto, pochissimi lo utilizzano nella quotidianità operativa delle lezioni.
Perché? Scarsità di Formazione? Poche Risorse Digitali? Resistenza al cambiamento da parte dei docenti? Proviamo a dare una risposta a queste domande, con l'obiettivo di trasmettere il messaggio che non bisogna arrendersi dinanzi agli ostacoli della Professione Docente, in quanto gli studi nazionali ed internazionali sull'applicazione didattica del Pensiero Computazionale dimostrano che, in termini di efficacia, vale la pena impegnarsi nella sua divulgazione, sia come strumento di potenziamento delle competenze più sviluppate, sia per il recupero e l'inclusione degli alunni più deboli, o con problemi di apprendimento.

Parole chiave: Pensiero Computazionale, Coding, Metodologie Didattiche Innovative, Scuola Digitale, Coding unplugged, Coding inverso.

1. Introduzione

L'Italia è uno dei primi Paesi al mondo che ha iniziato, in via sperimentale, l'introduzione sistematica nelle scuole dei concetti di base del Pensiero Computazionale, adottando il Coding come metodologia didattica e semplici risorse software come strumenti.
Ciò è avvenuto a seguito dell'importante spinta del MIUR, che, ad esempio, nella Circolare Prot. N. 9759 del 08/10/2015, dichiarava: "*Nel mondo odierno i computer sono dovunque e costituiscono un potente strumento per la comunicazione. Per essere culturalmente preparato a qualunque lavoro uno studente vorrà fare da grande è*

indispensabile quindi una comprensione dei concetti di base dell'informatica. Esattamente com'è accaduto nel secolo passato per la matematica, la fisica, la biologia e la chimica. Il lato scientifico-culturale dell'informatica, definito anche pensiero computazionale, aiuta a sviluppare competenze logiche e capacità di risolvere problemi in modo creativo ed efficiente, qualità che sono importanti per tutti i futuri cittadini. Il modo più semplice e divertente di sviluppare il "pensiero computazionale" è attraverso la programmazione (coding) in un contesto di gioco."

Anche il Piano Nazionale Scuola Digitale, introdotto dalla Legge n. 107 / 2015, prevede "*un'appropriata educazione al pensiero computazionale, che vada al di là dell'iniziale alfabetizzazione digitale, essenziale affinché le nuove generazioni siano in grado di affrontare la società del futuro non da consumatori passivi ed ignari di tecnologie e servizi, ma da soggetti consapevoli di tutti gli aspetti in gioco e come attori attivamente partecipi del loro sviluppo*".

Questi concetti, assolutamente condivisibili dal punto di vista della preparazione al mondo del lavoro e della missione dell'Istituto dell'Istruzione, che sempre più si configura come scuola di vita, oltre che come Ente di formazione nelle varie Discipline, vanno tuttavia analizzati da molteplici punti di vista, poiché, come sempre accade, quando si pianifica un Progetto, soprattutto un Progetto importante come quello che implica l'ennesima piccola rivoluzione dell'impostazione metodologica del Primo Ciclo, bisogna preliminarmente verificare se tutti i tasselli dello stesso sono disponibili e pronti per essere utilizzati: tempi, costi, qualità del servizio, risorse umane, risorse tecniche, capacità di comunicazione, analisi dei rischi connessi.

E l'impressione che si ha, accostandosi alla scuola italiana del 2018, come docenti, ma anche come genitori e/o alunni, è che il MIUR abbia fatto, per così dire, i conti senza l'oste.

Ciò nonostante, non bisogna arrendersi dinanzi agli ostacoli della Professione Docente, perché gli studi nazionali ed internazionali sull'applicazione didattica del Pensiero Computazionale dimostrano che vale la pena impegnarsi nella sua divulgazione, sia come strumento di potenziamento delle competenze più sviluppate, sia per il recupero e l'inclusione degli alunni più deboli, o con problemi di apprendimento.

E siamo sicuri che, come da sempre accade, la personale contribuzione dei docenti, avvezzi da sempre ad organizzare con passione percorsi formativi coinvolgenti con le risorse a disposizione, nonché una sintetica ma sostanziale formazione sul tema (sia essa formale, informale, sul campo) riusciranno a vincere la classica paura della pagina bianca, che tormenta tutti coloro che si apprestano a scrivere nuove pagine di storia della Scuola.

Questo breve articolo, lungi dall'essere il depositario della verità sul Pensiero Computazionale, mira a focalizzare l'attenzione su due aspetti:

1. Fungere da lente di ingrandimento sulla metodologia del Coding, ripercorrendo le fasi di sviluppo della Pedagogia e della Didattica che hanno portato ad eleggerlo come principale palestra del Pensiero Computazionale;
2. Suggerire una lettura del Coding alternativa a quella prevalentemente

informatica, attualmente diffusa, che ne enfatizza, spesso, l'aspetto più commerciale e, a volte, ne rappresenta una devianza, concentrandosi invece sulle dinamiche di logica e di ragionamento che la pratica del Pensiero Computazionale riesce ad indurre negli allievi.

2. Analisi delle Risorse della Scuola per lo sviluppo del Pensiero Computazionale

Di Pensiero Computazionale nella Scuola si sente parlare, per vie ufficiali, da pochi anni. E il tempo di maturazione, si sa, nel settore pubblico, è una variabile fondamentale affinché burocrazia, organizzazione, atteggiamento mentale delle risorse coinvolte si predispongano ad accettare l'ennesima novità, in un ambiente lavorativo, ricordiamolo, letteralmente martoriato da riforme e controriforme che hanno riguardato non solo i contenuti della didattica, ma soprattutto gli aspetti pratici della docenza quotidiana: numero di ore lavorate, incertezza degli assetti logistici, variazione delle autonomie decisionali. È evidente che l'educatore medio italiano, da anni, non abbia esattamente la tranquillità mentale necessaria ad approcciare a metodologie didattiche troppo innovative, poiché impegnato su altri fronti, personalmente e professionalmente più impellenti.
Di costi pur si deve parlare, perché la formazione su nuove tematiche, soprattutto se basate sulle TIC, necessita di investimenti, sia sul capitale umano che sulle strutture necessarie ad accogliere e a sostenere nuove attività laboratoriali, nonché per acquistare le tecnologie, informatiche e non, e le attrezzature utili a rendere un Progetto realmente fruibile, evitando che rimanga un bel concetto fine a se stesso, seppur sapientemente enunciato con un gessetto sulla cara vecchia lavagna di ardesia. Ancora oggi, invece, la maggior parte delle aule è impostata con la classica disposizione frontale dei banchi, anziché l'innovativa flipped classroom, e spesso la LIM è uno strumento di difficile reperimento. Non parliamo poi delle metodologie BYOD (Bring Your Own Device, in sintesi la possibilità degli alunni di portare a scuola il proprio dispositivo informatico, connettendolo alla rete della scuola, per utilizzarlo nelle attività didattiche proposte dal docente), che inducono nel contesto scolastico serie problematiche di infrastrutture, di privacy e di sicurezza digitale.
Del resto, in merito alla formazione di tipo informatico, non bisogna tralasciare un aspetto fondamentale, spesso trascurato: gli adolescenti degli anni '80 e '90, che oggi sono diventati docenti, e che hanno vissuto la diffusione massiva, nel mondo del lavoro e della vita privata, del computer, di internet e della tecnologia informatica in genere, si trovarono allora nella condizione obbligata di dover necessariamente impararne da sé l'utilizzo, pena l'esclusione dai rispettivi contesti sociali.
Questo processo di implementazione culturale, vissuto in un'età in cui si è ben disposti ad affrontare le sfide, oltre che interessati a migliorare la qualità della vita e a differenziare le proprie conoscenze, ha generato una classe di utenti che, tutto sommato,

con il computer se la cavano, poiché nati "informaticamente" insieme alla materia, in un periodo in cui, per ottenere un risultato dalla macchina, era necessario scrivere righe di codice (e quindi conoscerne il significato), capirne il funzionamento, risolvere criticamente e pragmaticamente i (numerosi) problemi.
La generazione di utenti che, invece, nel periodo indicato, era più avanti negli anni, e che oggi è ancora attiva nell'insegnamento a scuola, si è spesso lasciata scivolare addosso il problema, ritenendo di non aver bisogno dell'informatica per migliorare la propria professionalità.
Paradossalmente, persino la generazione successiva ha problemi con l'"informatica ragionata", perché, se è vero che gli alunni dell'attuale Primo Ciclo sono "millennials", o "nativi digitali" che dir si voglia, è anche vero che essi, con il computer, non sanno andare al di là del click, senza porsi minimamente il problema delle conseguenze tecniche, meccaniche, elettriche, sociali, e soprattutto dei rischi che quel click comporta.
Pertanto, alla luce del panorama di insegnanti ed alunni sin qui descritto, trattare il Pensiero Computazionale nella Scuola, basandone l'apprendimento solo sull'informatica, non è un'attività di immediata ed automatica implementazione.
Ma allora come fare? È semplice: iniziamo, come vedremo, con il recuperare abilità dimenticate.

3. Il Pensiero Computazionale: cos'è

Il Pensiero Computazionale è un processo di elaborazione mentale, costituito di istruzioni elementari successive non ambigue, che porta alla soluzione di un problema complesso.
Facciamo un esempio. Ci troviamo dinanzi a due mele A e B, una più grande ed una più piccola. Se un interlocutore ci chiede: "Qual è la mela più grande?", il nostro cervello effettua una serie di operazioni elementari in sequenza, ormai talmente automatiche e scontate che nemmeno ce ne rendiamo conto: a) confronta la mela A con la mela B; b) se B>A, sceglie la mela B; c) se A>B, sceglie la mela A.
Banale. Ma cosa succederebbe se, anziché tra due mele, ci venisse chiesto di esprimere il nostro giudizio su un cesto da 1000 mele? Beh, il processo di elaborazione mentale resterebbe lo stesso e potremmo descriverlo, in lingua italiana, nel modo seguente: "Confronto le mele a due a due, e scelgo sempre la più grande, finché le mele non sono finite".
Abbiamo già compreso, dunque, un primo aspetto del Pensiero Computazionale: partendo da un esempio, modellizzare il problema per riuscire a risolvere una categoria di problemi simili. Infatti, volendo risolvere la tipologia di problemi "trova l'elemento più grande in un gruppo di n elementi", la frase precedente potrebbe essere riscritta così: "Confronta gli elementi a due a due e scegli sempre il maggiore, finché gli elementi non sono finiti". Siano gli elementi mele, numeri, libri.
L'essere umano apprende questo meccanismo molto presto, da bambino in età

prescolare, e lo interiorizza, utilizzandolo nella quotidianità dei gesti, finché esso diventa talmente automatico che… lo dimentica! O meglio, gli viene talmente naturale che, se gli viene chiesto di spiegare il processo mentale che lo ha portato al risultato, non sa farlo, o perlomeno non sa farlo con la stessa naturalezza con cui ha fornito il risultato.

Peraltro, dinanzi alla domanda sulle mele, non tutti avrebbero fornito lo stesso procedimento. Ad esempio, si potrebbe pensare di dividere il cesto iniziale in due gruppi, facendo così una prima distinzione tra oggetti grandi e oggetti piccoli, e poi procedere per suddivisioni successive fino ad identificare il più grande.

Ecco chiarito un secondo aspetto del Pensiero Computazionale: svilupparlo, non significa soltanto trovare una soluzione ad un problema, ma anche individuare il procedimento migliore per trovarla. Ma non il migliore in assoluto, bensì il migliore per se stessi.

E' quindi chiaro come il Pensiero Computazionale aiuti fin da piccoli a ragionare di più e a pensare in modo creativo, stimolando la curiosità attraverso quello che apparentemente può sembrare solo un gioco.

Compreso questo, dobbiamo chiederci: cosa c'entra il Pensiero Computazionale con l'Informatica? Beh, c'entra, ed anche parecchio, perché l'unico modo per dare istruzioni ad un calcolatore elettronico è proprio quello di fornirgli "istruzioni elementari successive non ambigue", che è, lo ricorderemo, la definizione di Pensiero Computazionale!

Il MIUR, pertanto, sulla scia della didattica innovativa, perseguendo l'obiettivo dello sviluppo delle competenze digitali, ha pensato bene di prendere due piccioni con una fava: promuovere l'uso dell'informatica nelle scuole come strumento e contestualmente implementare lo sviluppo delle logiche che ne sono alla base e che rappresentano l'obiettivo ultimo dell'intervento proposto. Sia chiaro, quindi, in maniera definitiva, che quando viene proposto, a tutti i livelli, un Corso di Formazione sul Coding (di cui a breve daremo l'esatta definizione), l'obiettivo non è creare schiere di docenti ed alunni super esperti di informatica: l'obiettivo è, e resterà sempre, quello di spingere i partecipanti a risvegliare in sé le sopite attitudini all'uso del Pensiero Computazionale.

E poiché esso va attivato trasversalmente ai molteplici aspetti della vita quotidiana e della didattica, abbiamo così dissolto un falso mito che aleggia, spesso, intorno a Coding e Pensiero Computazionale: non sono materie da riservare alle discipline tecnico scientifiche.

Vedremo infatti, nei prossimi paragrafi, applicazioni del Coding ad alcune materie, comprese l'italiano, la storia, l'arte.

4. Il Coding

Il Coding è l'utilizzo didattico di strumenti e metodi di programmazione informatica, estremamente semplificati, in modo da essere accessibili anche ai non esperti, tramite l'introduzione di blocchi logici visuali che si incastrano perfettamente tra loro, in modo da fornire l'esatta sequenza di istruzioni semplici e non ambigue, già citate nella definizione di Pensiero Computazionale, necessarie a far eseguire ad una macchina automatica (un computer, un personaggio virtuale su uno schermo, oppure un robot) una serie di attività, siano esse semplici o molto complesse.
Tornando ad esempio al confronto tra due elementi per determinare quale sia il maggiore, abbiamo utilizzato istintivamente dei blocchi di comando, che rappresentano i cardini del Coding e, in generale, della programmazione informatica:

- Un Operatore Logico di Scelta Condizionata, del tipo "*se…allora…altrimenti*": *se* A > B, *allora* scegli A, *altrimenti* scegli B
- Un Operatore "ciclo" del tipo "*ripeti finché*": *ripeti* la scelta tra due elementi *finché* gli elementi non sono finiti

Scratch, il più famoso software di coding didattico, sviluppato dal MIT (Massachussets Institute of Technology) nel 2003 ed ormai ampiamente diffuso da tempo anche in Italia, utilizza, per questi due blocchi di comando da impartire ad un personaggio (detto "sprite"), la seguente grafica:

Negli spazi vuoti inglobati dal blocco di comando vanno inseriti i dati relativi allo specifico problema, ma essi sono utilizzabili per risolvere modelli di problemi infiniti.
L'utente è aiutato, nella compilazione delle istruzioni e nella scelta dei blocchi, dalla presenza di dentellature e di forme geometriche, non tutte compatibili tra loro: se due blocchi sono geometricamente compatibili, vuol dire che quelle due istruzioni possono essere inviate consecutivamente alla macchina, che sarà in grado di eseguirle.
Ora che abbiamo capito cosa è il Coding, vale la pena fare una precisazione: abbiamo detto che il Coding è il cavallo di battaglia che il MIUR ha scelto come strumento di divulgazione del Pensiero Computazionale. Ma non è l'unico! Anche imparare una lingua diversa da quella madre ne aiuta lo sviluppo. Sarà per questo motivo, chissà, che una volta si suggeriva lo studio del Greco e del Latino agli alunni più volenterosi? "Il Liceo Classico forgia la *forma mentis*", era la frase ricorrente degli adulti che suggerivano ai ragazzi il miglior percorso di studi.
Ebbene, quella cosiddetta forma mentis è strettamente imparentata, a quanto sembra, con il Pensiero Computazionale. La logica di formazione delle frasi, basata sulle

desinenze delle declinazioni nelle parole e dei verbi nelle coniugazioni, funziona, nel cervello umano, allo stesso modo degli incastri geometrici dei blocchi visuali, impegnandolo a capire "quale parola è compatibile con quale parola". Una dinamica di formazione di frasi di senso compiuto, questa, molto ben diversa da quella italiana, basata sulle logiche posizionali: quale studente non ricorderà il giochino, proposto dai professori, basato proprio su questo aspetto: "I Vitelli dei romani sono belli: è italiano o latino? Traducete!".

Anche lo studio della Musica, altra forma di comunicazione complessa, incentiva lo sviluppo del Pensiero Computazionale. Nell'apprendimento di qualsiasi strumento musicale, le fasi di studio sono le seguenti:

a) l'allievo impara a riconoscere i suoni;
b) l'allievo impara a riconoscere la posizione delle note sul pentagramma
c) l'allievo impara a riconoscere la posizione delle note sullo strumento.

...e con l'esercizio, saprà suonare il DO sullo strumento anche senza leggerlo su pentagramma, esattamente come quando, nella lingua italiana, non ha bisogno di leggere una parola per scriverla, ma basta ascoltarla.

5. Nuove teorie o Sviluppo della Ricerca Pedagogica?

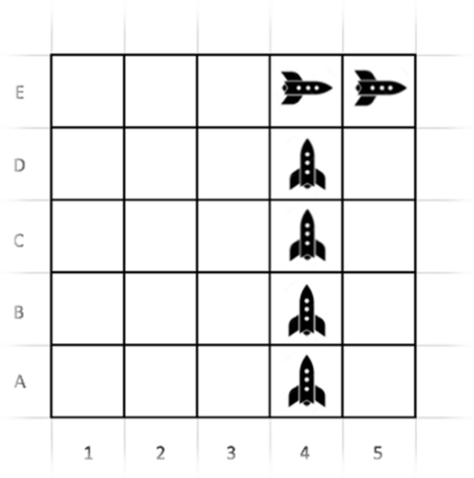
Sarebbe un errore pensare che il Pensiero Computazionale rappresenti una rottura con la tradizionale Pedagogia. Al contrario, esso è la naturale evoluzione del Principio della Zona di Sviluppo Prossimale (ZPS) elaborato da Vygotskij, secondo il quale la distanza tra il livello di sviluppo potenziale e quello attuale di un allievo può essere colmata con l'aiuto di altre persone, che siano adulti o pari dell'alunno con un livello di competenza maggiore. Nella sua tipica forma di didattica laboratoriale, in cui ogni problema viene scomposto in problemi più semplici sotto la guida di un soggetto (il docente) dotato di conoscenza superiore o di pari che si trovano in una zona di sviluppo superiore alla sua (i compagni), il Coding rappresenta proprio la messa in pratica di questo Principio.

Anche le teorie di Piaget trovano buona aderenza applicativa al Pensiero Computazionale: la logica della visuale a blocchi, infatti, serve proprio a questo: saper usare immagini riproduttive (lo sprite di scratch, ad esempio) ed immagini anticipatorie (prevedere il prossimo passo in una sequenza di istruzioni) per arrivare alla soluzione di un problema mediante un proprio percorso, diverso da alunno ad alunno.

Per finire, nel Coding si ripercorrono sempre le tre fasi della teoria dell'apprendimento di Bruner, partendo da quella esecutiva (si affronta il problema reale, nella sua complessità fatta di tante azioni), passando per quella iconica (modellizzazione del problema e scomposizione in sottoproblemi più piccoli) e poi quella simbolica (si eseguono le fasi del processo creato, modellizzato mediante simboli e convenzioni condivise).

6. Il Coding unplugged

Una buona notizia per i docenti che non amano il computer, o per coloro che non ne dispongono a scuola: ci si può esercitare con il Coding anche senza l'ausilio di attrezzature informatiche! Al contrario, lo scrivente ritiene che l'esercizio del Conding offline, o, come viene definito in gergo, "unplugged" (ossia senza l'ausilio dell'elettricità, e quindi senza computer) sia il modo migliore, più divertente e più proficuo per approcciare il pensiero computazionale, nonché il meno traumatico per gli utenti completamente digiuni della materia.
I classici esercizi base di Coding unplugged propongono all'allievo percorsi direzionali per orientarsi su un piano di gioco a caselle (una specie di battaglia navale). Si fornisce all'allievo una serie di istruzioni in sequenza e si chiede allo stesso, partendo da una posizione nota, di indovinare quale sarà la posizione finale. Questa dinamica di gioco può essere vissuta sia in prima persona, costruendo sul pavimento il terreno di gioco e utilizzando l'alunno come "pedina" per i movimenti (modalità molto adatta alla Scuola Primaria), sia su un tabellone da tavolo, o da computer, sul quale far muovere un personaggio (un robot, un segnaposto orientabile, modalità più adatta alla Scuola Secondaria di Primo Grado).



Molto interessante anche il Coding inverso: si forniscono ad un robot le istruzioni necessarie a raggiungere un traguardo noto, avendo a disposizione solo due comandi: ad esempio, "avanza di una casella" e "gira a sinistra sul tuo posto"; quindi, si chiede all'allievo di scrivere la sequenza corretta di comandi per ottenere il risultato desiderato. Questa modalità è fortemente consigliata nelle situazioni in cui l'obiettivo è sviluppare la progettualità individuale, mentre nel Coding "diretto" si predilige lo sviluppo delle capacità esecutive dell'alunno.

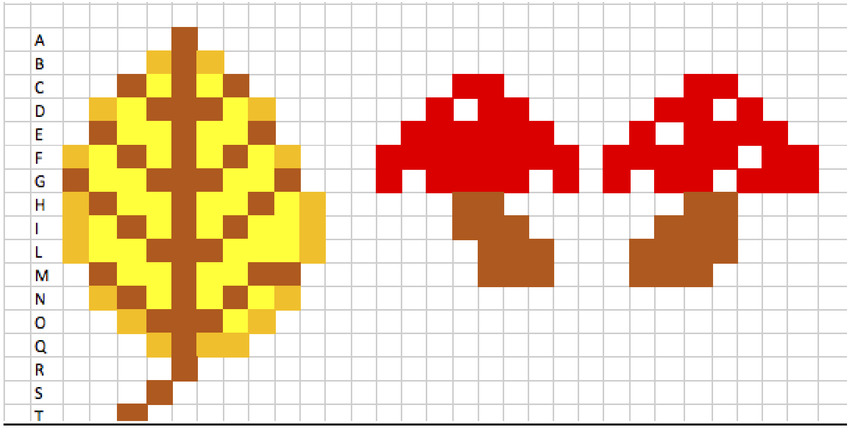
7. Il Coding applicato alle Discipline didattiche: alcuni esempi

Si riportano qui di seguito alcune proposte didattiche, di diversi gradi di difficoltà, per iniziare ad usare il Pensiero Computazionale a Scuola.

a) Italiano: creare la mappa concettuale di una pagina di un libro di testo.
Proposta del docente: riusciamo a scrivere l'algoritmo necessario ad un robot ad ottenere una mappa concettuale, talmente "modellizzato" e "generalizzato" da essere applicabile ad ogni pagina di ogni libro, a prescindere dalla materia?
Soluzione
Istruzione 1: leggi un capoverso, fino al punto
Istruzione 2: sottolinea i concetti più importanti
Istruzione 3: Riporta i concetti più importanti su un foglio bianco, riquadrandoli con blocchi rettangolari
Istruzione 4: Ripeti le istruzioni da 1 a 3 finché i capoversi non sono finiti
Istruzione 5: Collega i blocchi rettangolari tra di loro, utilizzando connettori logici ("conseguenza logica", "sequenza temporale", ecc…)

b) Storia: creare un processo che descriva tutti gli eventi relativi ad una guerra
Proposta del docente: proviamo a scrivere un processo che, ordinando cronologicamente tutti gli eventi preliminari alla prima battaglia e poi tutte le battaglie, descriva compiutamente le fasi di una guerra.
Soluzione
Istruzione 1: evidenzia tutte le date relative agli eventi riportate nell'argomento
Istruzione 2: ordina le date in modo crescente
Istruzione 3: associa ad ogni data una breve descrizione dell'evento associato
Istruzione 4: elimina gli eventi di importanza minore

c) Arte e Immagine: Pixel Art. La Pixel Art è una tecnica per costruire immagini che segue le orme della Corrente del Puntinismo, sostituendo, però, al classico puntino realizzato con un pennello, il pixel, un quadretto colorato, seguendo istruzioni successive tipiche degli algoritmi informatici in codice binario. Si riporta qui di seguito un esempio semplice, in cui, fornendo all'alunno, riga per riga, il numero e la sequenza di quadretti da riempire con un determinato colore, si ottengono due immagini sul tema dell'autunno.
Proposta del docente:
A – 4Bianchi, 1 marrone
B – 3 bianchi, 1 arancione, 1 marrone, 1 arancione
C – due bianchi, 1 marrone, 1 giallo, 1 marrone, 1 giallo, 1 marrone, 8 bianchi, due rossi, 7 bianchi, 2 rossi
D – ecc….
Soluzione



Le applicazioni, come abbiamo visto, sono innumerevoli. Anche la Grammatica, che può sembrare la materia più complessa da piegare alle regole del Pensiero Computazionale, può offrire invece spunti di esercitazione: ad esempio, si può chiedere agli allievi di creare un algoritmo che sia in grado di estrarre da un testo tutte le proposizioni subordinate, da elencare in una tabella, associando ad ognuna la tipologia di proposizione (condizionale, consecutiva, ecc …)!
Persino la vita quotidiana può servire da palestra di allenamento: chiediamo ai nostri alunni di creare, ad esempio, una lista di istruzioni da far eseguire ad un robot per inserire nello zaino tutto il materiale scolastico da portare a scuola il giorno seguente.
Attualmente, purtroppo, non abbiamo in dotazione robot del genere, ma, magari, insegnando ai nostri bambini a pensare in modo logico ed organizzato, saranno proprio essi ad inventarne uno! Alla peggio, avranno imparato a non dimenticare a casa gli strumenti scolastici. E sarà stata comunque una vittoria!

8. Potenziali sviluppi e Conclusioni

Quali possono essere gli sviluppi del Coding? Quale la frontiera successiva da affrontare per stare al passo con la costante necessità di potenziare il Pensiero Computazionale, una volta che la Scuola avrà digerito questo primo step, ed il Coding sarà diventato un argomento di routine?
In realtà, già in alcuni Istituti italiani la Robotica ha fatto il suo timido ingresso, e sul mercato sono già disponibili diversi kit di assemblaggio che permettono di costruire scariate tipologie di robot, completi di tutti i dispositivi, seppur in via semplificata, necessari a “dare vita” alla macchina, quali attuatori elettrici, sensori di movimento, sensori di prossimità, unità di controllo, ecc…E, nel kit, è anche compreso il software necessario a programmare il robot appena assemblato per comunicargli le istruzioni da eseguire. In sostanza, si passa dalla programmazione di un soggetto virtuale, come lo sprite di Scratch, alla programmazione di un oggetto reale, che si muove in uno spazio fisico e interagisce con esso, ad esempio, cambiando direzione quando avverte un

ostacolo dinanzi al suo percorso, sollevando un braccio meccanico quando avverte un peso, invertendo la direzione di marcia dopo un tempo prestabilito, e così via.

Anche il Tinkering (dall'inglese "arrangiarsi", "arrabattarsi") ha già qualche cultore tra i docenti italiani. La Tinkering School è nata nel 2005 all'Exploratorium di San Francisco, ed è una scuola che spinge ad imparare facendo, nella maggior parte dei casi giocando, e non viene richiesto uno studio classico o teorico approfondito, ma una buona capacità logica e manuale. Lo scopo del Tinkering è costruire oggetti (anche robotici) con oggetti di partenza completamente diversi, eventualmente provenienti dal riciclaggio di parti di macchine o suppellettili di tutt'altro iniziale utilizzo, con lo scopo non solo di sviluppare la creatività e l'imprenditorialità degli allievi, ma anche di sensibilizzarli al riuso e alla riconversione dei prodotti che sono arrivati a fine ciclo vita, in favore di uno sviluppo ecosostenibile e di un impatto ambientale ridotto.
Facile, pertanto, ipotizzare che, una volta che l'alunno avrà imparato come è fatto un robot, potrà passare dall'assemblaggio guidato dello stesso mediante un kit predefinito, alla realizzazione di un robot realizzato "da zero" con pezzi meccanici a sua scelta e/o con materiali di uso comune (cartone, bottiglie di plastica, assi di legno, ecc…).
Come non citare, infine, i droni, tanto richiesti sugli scaffali della grande distribuzione organizzata. Grazie alla visuale aerea che queste macchine riescono ad offrire, e che prima potevano essere solo ammirate in televisione, oggi è possibile approcciare alla didattica in modalità molto più concreta.

Si pensi, ad esempio, a come potrà cambiare una lezione per la Scuola Primaria, quando si dovrà affrontare il tema del territorio e dell'ambiente: come è fatta la nostra città?

Quanti metri è alta la nostra scuola? Che temperatura c'è a 20 metri di altezza? Cos'è la forza di gravità? Click, e grazie ai molteplici sensori di cui un drone è dotato, e grazie al fatto che esso sarà pilotabile comodamente dall'aula, grazie ad una lista di istruzioni dettate con un codice visuale a blocchi, tutte queste domande avranno una risposta molto più tangibile rispetto a quella ricavabile da un libro di testo.
Siamo alle conclusioni. Arrestare la divulgazione del Pensiero Computazionale non è possibile, oltre ad essere controproducente, in virtù del fatto che le metodologie e le tecnologie didattiche che si possono mettere in campo a seguito dell'acquisizione di questa competenza sono talmente efficaci ed efficienti che sarebbe davvero una grave perdita, per tutti, non utilizzarle: per gli alunni, perché consentono un apprendimento più agevole ed inclusivo, nonché più accattivante e meno noioso, basato sul "fare" e sul problem solving, e per i docenti, per i quali, a fronte di un piccolo sforzo nell'implementazione del proprio aggiornamento professionale, faranno meno fatica nella divulgazione delle discipline ministeriali.
Non resta, quindi, che armarsi della solita pazienza, unita ad una sana curiosità per l'innovazione didattica, qualità che da sempre caratterizzano il docente italiano, e affrontare di petto, seppur gradualmente e passo dopo passo, questa nuova competenza del millennio, che promette di essere una delle più concrete e risolutive della storia della Scuola Italiana.
Buon Pensiero Computazionale a tutti!

Bibliografia

- Circolare MIUR Prot. N. 9759 del 08/10/2015, avente ad oggetto: *"Il pensiero computazionale a scuola – al via il secondo anno dell'iniziativa "Programma il Futuro": insegnare in maniera semplice ed efficace le basi dell'informatica".*
- *Piano Nazionale Scuola Digitale*, introdotto dalla Legge n. 107 / 2015
- Paolo Ferragina, Fabrizio Luccio, 2017, *"Il pensiero computazionale. Dagli algoritmi al coding"*, Ed. Il Mulino
- Alessandro Bogliolo, 2016, *"Coding in your Classroom, Now!"*, Ed. Giunti.
- Olga Liverta Sempio, 1998, *"Vygotskij, Piaget, Bruner. Concezioni dello sviluppo"*, Raffaello Cortina Editore.

Sitografia

- https://scratch.mit.edu
- www.code.org
- https://www.tinkeringschool.com

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 41-52

Geometria sul geopiano: attività laboratoriali per scoprire la formula di Pick

Bruno Iannamorelli[1]

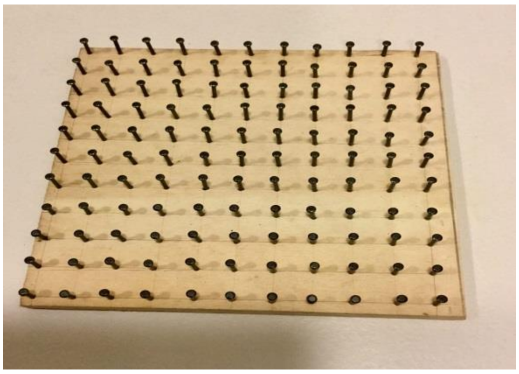
[1]Università degli Studi dell'Aquila,
Dipartimento di Scienze Umane,
Viale Nizza, 2, 67100, L'Aquila, Italy
jannab@tiscali.it

Sunto
Il geopiano viene utilizzato per costruire facilmente figure geometriche disponendo opportunamente gli elastici colorati intorno a chiodini conficcati su una tavoletta e ben presto si scoprono le formule per calcolare l'area di un rettangolo o di un triangolo rettangolo. Il passo successivo è la scoperta degli invarianti nel calcolo di queste aree per generalizzare le formule appena trovate al calcolo dell'area di un triangolo qualsiasi o di un parallelogramma. L'attività laboratoriale continua con il calcolo delle aree di figure insolite e per scoprire gradualmente il teorema di Pick. Si cerca sempre di evitare di imporre procedure con le regole stimolando invece i … perché.

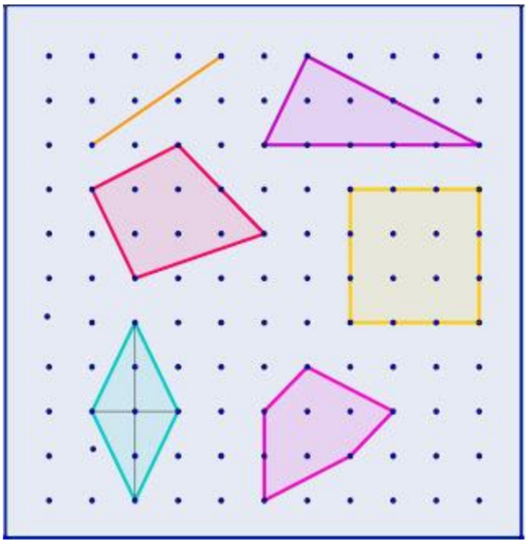
Parole chiave: geopiano, area di una superficie piana, teorema di Pick.

1. La geometria sul geopiano

Il geopiano è uno stumento didattico introdotto nelle scuole dal matematico egiziano Caleb Gattegno nel 1950 e abbastanza diffuso nella Scuola Primaria italiana. Può essere realizzato facilmente disegnando una griglia con maglie quadrate (3cm x 3cm) su una tavoletta di multistrato (40cm x 40cm o anche altre dimensioni) e piantando un chiodino a testa tonda su ogni nodo della griglia.



Con elastici colorati fatti passare intorno ai chiodini vengono rappresentate tante figure geometriche come rettangoli o triangoli, ma anche inusuali concave o convesse. Esistono alcune limitazioni: non si possono rappresentare cerchi o triangoli equilateri e altri poligoni regolari.



Sul geopiano ovviamente l'unità di area è un quadretto della griglia e, quindi, scoprire il modello aritmetico per calcolare l'area di un rettangolo (A = b x h) è semplicissimo: si tratta di una scorciatoia che permette di evitare il conteggio di tutti i quadretti contenuti nella figura. Risulta semplice anche il passaggio al triangolo rettangolo: $A = \frac{b\ x\ h}{2}$ e una bella attività laboratoriale è la scoperta del modello per calcolare l'area di un triangolo qualunque.

1.1. A caccia di invarianti

Si parte da un triangolo rettangolo, per esempio, di area 4 (fig.1)

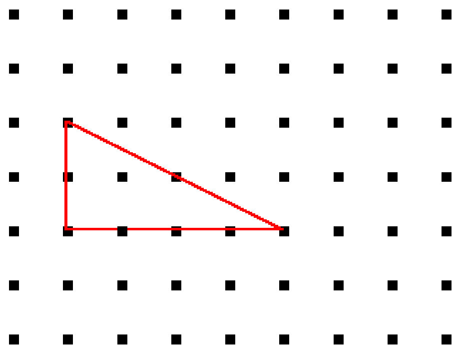


Fig. 1

… e poi si modifica la figura muovendo l'elastico ottenendo il triangolo non più rettangolo di fig. 2.

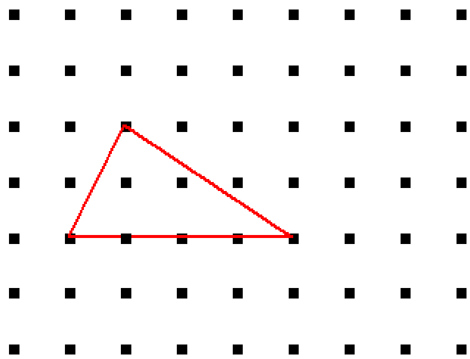


Fig. 2

Come si calcola l'area di questo secondo triangolo?
Una risposta può consistere nel racchiudere, con un elastico, il triangolo in un rettangolo di area 8 e da tale numero si sottrae l'area dei due triangoli rettangoli di area 1 e 3.

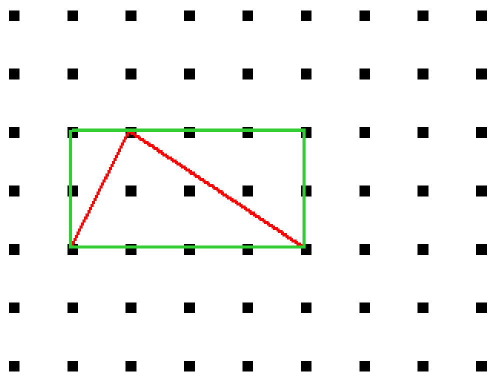


Fig. 3

Oppure, si può scomporre il triangolo in due triangoli rettangoli di aree 1 e 3, semplicemente collocando un elastico come in fig. 4

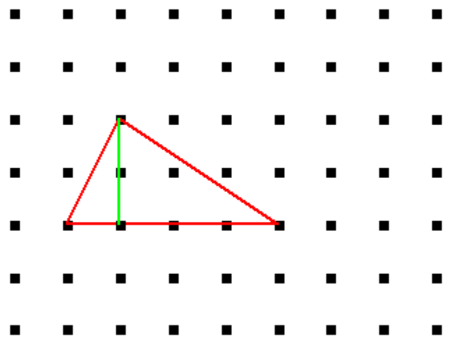


Fig. 4

In entrambi i casi l’area del triangolo di fig. 2 è sempre 4.
Si continua così spostando ancora l’elastico per ottenere i triangoli di fig. 5.

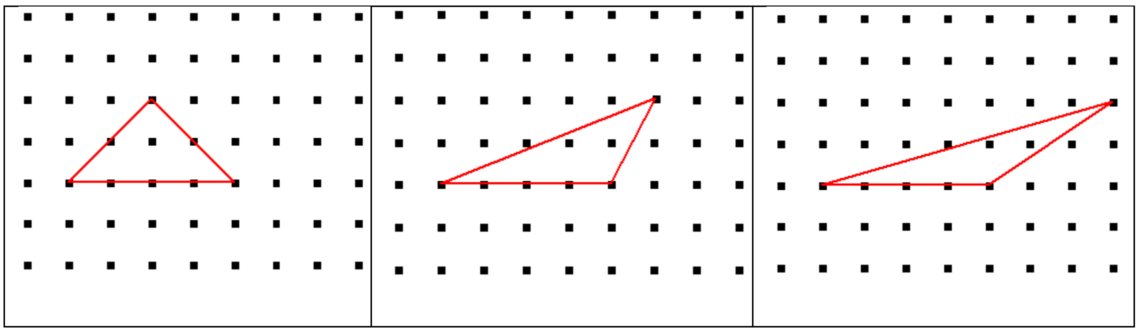
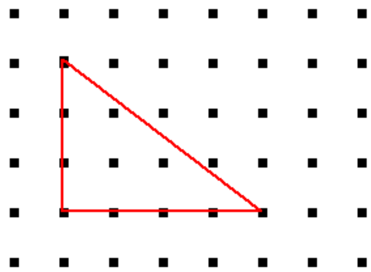


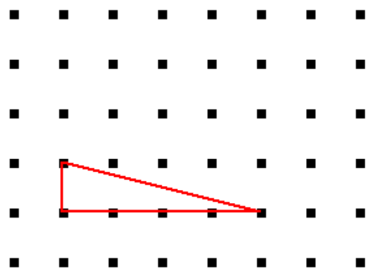
Fig. 5

Con le tecniche usate in precedenza si trova che l’area di questi nuovi triangoli è sempre 4.
In conclusione si scopre che l’area non varia se il vertice libero di muoversi viene spostato sempre sulla stessa riga di chiodi.
Se l’elastico viene posizionato intorno a un chiodo di una riga superiore …



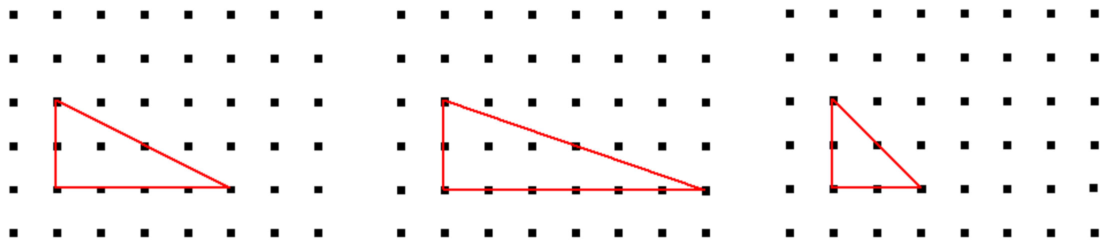
L’area è maggiore di 4.

Se, invece, l’elastico viene spostato sulla riga inferiore …



L'area è minore di 4.

Un invariante per il calcolo dell'area è la distanza tra la riga di chiodi che contiene i due vertici fissi e quella, ad essa parallela, che contiene il vertice libero: questa distanza si chiama altezza del triangolo relativa al lato di questo individuato dai due vertici fissi.
Ritornando al nostro triangolo di partenza di area 4, spostiamo uno dei due vertici fissi:



Area 4 Area 6 Area 2

L'area diventa maggiore o minore di 4.

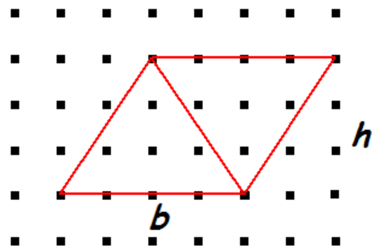
Si scopre così un altro invariante per il calcolo dell'area di un triangolo: è la distanza tra i due vertici che inizialmente erano stati vincolati sulla stessa riga di chiodi e tale distanza si chiama base del triangolo.
Finalmente arriviamo al modello aritmetico per calcolare l'area di un triangolo:

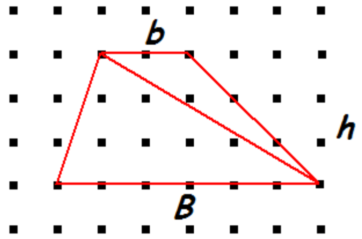
$$A = \frac{b \ x \ h}{2},$$

avendo indicato con b la base e con h l'altezza ad essa relativa.
Si potrebbe obiettare che questo percorso lungo e faticoso "ci ha fatto perdere tempo!". La mia risposta è quella data da Emma Castelnuovo: "Lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo".

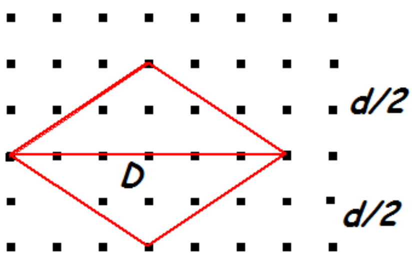
1.2. Alla scoperta di altri modelli

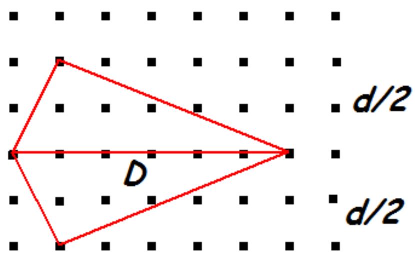
Non si tratta di tempo "perso", ma di tempo guadagnato. Infatti, una volta che il bambino ha scoperto il modello aritmetico per calcolare l'area del triangolo riesce a scoprire da solo i modelli aritmetici per calcolare l'area del parallelogrammo, del trapezio, del rombo o dell'aquilone semplicemente considerando queste figure formate da due triangoli:





$$A = \frac{b\ x\ h}{2} + \frac{b\ x\ h}{2} = b\ x\ h \qquad A = \frac{B\ x\ h}{2} + \frac{b\ x\ h}{2} = \frac{(B+b)\ x\ h}{2}$$





$$A = \frac{1}{2}\left(D\ x\ \frac{d}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(D\ x\ \frac{d}{2}\right) = D\ x\ \frac{d}{2}$$

1.3. L'area di un poligono qualunque sul geopiano

La scoperta del modello per calcolare l'area di un rettangolo e di un triangolo avente un lato su una riga orizzontale o verticale è sufficiente per calcolare l'area di qualunque altro poligono rappresentato con un elastico sul geopiano: basta imparare a scomporre la figura in rettangoli e triangoli così fatti.

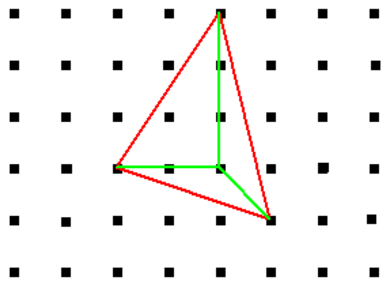


Fig. 6

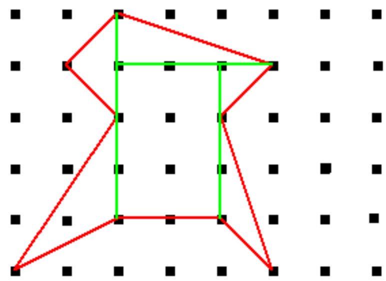
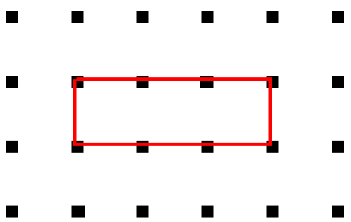


Fig. 7

Nel triangolo di fig. 6 il modello aritmetico per calcolarne l'area non è applicabile in quanto come base si potrebbe scegliere uno dei tre lati, ma la sua misura necessita dell'applicazione del teorema di Pitagora, sconosciuto nella Scuola Primaria e il calcolo dell'altezza relativa a uno di questi lati risulta difficile anche per ragazzi che frequentano le Scuole Secondarie. Invece, il calcolo dell'area delle due figure rappresentate sul geopiano si risolve facilmente scomponendole in triangoli (o anche rettangoli) e sommando le aree di questi.

2. Avvio alla scoperta del teorema di Pick

Se il poligono rappresentato sul geopiano è molto grande e complesso diventa laborioso calcolare le aree di tutti i triangoli e rettangoli che lo compongono. In questi casi è opportuno chiedersi se esiste una via più semplice per calcolare rapidamente l'area del poligono.
Proviamo a scoprire se l'area di un poligono sul geopiano è in qualche modo dipendente dal numero di chiodi che si trovano sull'elastico che delimita il contorno del poligono stesso.
1° passo:
Consideriamo un poligono molto semplice:

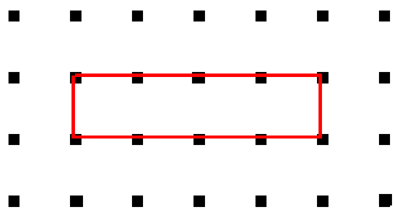


La sua area è 3. Il numero di chiodi sul suo contorno è 8. Cerchiamo un legame tra il numero 3 e il numero 8 ponendo il quesito agli alunni di una classe quarta o quinta Primaria o anche di una prima di Scuola Secondaria. Si raccolgono le varie ipotesi proposte, per esempio:

a. "3 è uguale a 8 meno 5" che, in generale, fornisce la formula: $\boldsymbol{A = C - 5}$ (avendo indicato con $\boldsymbol{A}$ l'area e con $\boldsymbol{C}$ il numero di chiodi sul contorno).

b. "3 è uguale alla quarta parte di 8 più 1" che, in generale, fornisce la formula: ***A* = *C/4* + *1.***
c. "3 è uguale alla metà di 8 meno 1" che, in generale, fornisce la formula: ***A* = *C/2* – *1.***

Applichiamo queste tre ipotesi a un altro rettangolo di area 4 con 10 chiodi sul contorno:



L'ipotesi (a) salta perché 4 ≠ 10 – 5 : l'area non è uguale al numero di chiodi sul contorno del rettangolo meno 5.
L'ipotesi (b) non regge perché 4 ≠ 10/4 + 1 : l'area non è uguale alla quarta parte del numero di chiodi sul contorno del rettangolo più 1.
L'ipotesi (c) resiste, infatti 4 = 10/2 – 1 : l'area è uguale alla metà del numero di chiodi sul contorno meno 1.
Si può continuare a considerare rettangoli di altezza 1 e base qualunque sul geopiano e, in ogni caso, l'ipotesi (c) risulta vera. Ma … se si aumenta l'altezza?
Basta considerare il rettangolo di fig. 8:

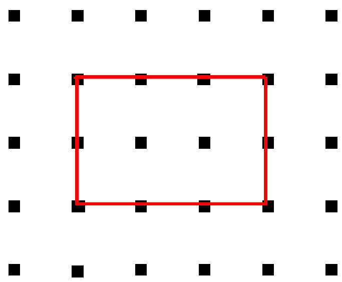


Fig. 8

La sua area è 6 e sul contorno ci sono 10 chiodi. L'ipotesi (c) non è più vera: l'area 6 non è uguale alla metà del numero di chiodi sul contorno meno 1.
A qualcuno verrà sicuramente in mente di modificare l'ipotesi (c) aggiungendo i due chiodi (*I*) interni al rettangolo per arrivare alla formula:

$$A = I + \frac{C}{2} - 1$$

L'area di un poligono sul geopiano è data dal numero *I* di chiodi interni ad esso più la metà del numero $\frac{C}{2}$ di chiodi sul suo contorno meno 1.

L'ipotesi così modificata viene testata da ogni alunno su un rettangolo rappresentato sul proprio geopiano: funziona sempre!

A questo punto, se i bambini sono abituati alla didattica laboratoriale, andranno a testare l'ipotesi trovata su poligoni diversi dai rettangoli. Proveranno ad applicarla a quei poligoni di cui hanno calcolato l'area con le faticose triangolazioni. Anche in questi casi funziona sempre ad eccezione di quei poligoni che presentano buchi al loro interno. Ma … allora abbiamo scoperto una formula!
In verità si tratta di una formula scoperta nel 1899 da Georg Pick ed è diventata un teorema che porta il suo nome in quanto l'Autore ne ha dimostrato la validità per ogni poligono rappresentato su un reticolato.
Non si ha la pretesa di aver scoperto il teorema di Pick con questa attività, ma si tratta di una bella scoperta argomentata e sicuramente utile a stimolare la fantasia e la curiosità dei bambini.
Nella Scuola Secondaria di primo grado si può completare l'argomentazione del teorema di Pick partendo da un rettangolo modificandolo con semplici spostamenti dell'elastico che lo contorna. Nelle figure che si ottengono cambia il numero di chiodi, si modifica la formula, ma l'area cambia allo stesso modo [Barra, M., Castelnuovo, E. (1976) pp. 28-30].
Nella Scuola Secondaria di secondo grado si può cercare una dimostrazione del teorema navigando sul web o consultando gli articoli [Bagni, G. (1996)], [Lenzi, D. (2004)].

3. Conclusioni e prospettive didattiche

Coloro che hanno avuto la pazienza di arrivare in fondo nella lettura di questo lavoro avranno compreso l'essenza della mia esposizione, ma voglio qui riassumerla in alcuni punti:

1. Le formule matematiche in generale e in particolare, nel nostro caso, quelle utili per calcolare l'area di alcune figure geometriche piane sono un punto di arrivo e non un punto di partenza. Bisogna dare al bambino l'illusione di essere stato il primo a scoprire la formula per calcolare l'area del triangolo.

2. I triangoli non devono essere visti soltanto disegnati sul libro o sulla lavagna, ma bisogna farli muovere con gli elastici su un geopiano o sulla schermo di una LIM utilizzando un software di geometria dinamica. I bambini, ma anche i ragazzi, devono individuare cosa cambia e cosa resta invariato nel movimento di una figura: lo studio degli invarianti è fondamentale in matematica, e non solo, perché aiuta ad osservare … a riflettere.

3. Presentare triangoli, anche sul geopiano, in posizioni tali da non poter calcolare né la lunghezza di un lato, da prendere come base, né la relativa altezza serve a smentire che l'area del triangolo è: "base per altezza diviso due". Questa è solo

una formula, non unica tra l'altro, che viene utilizzata per calcolare l'area del triangolo.

4. La formula di Pick è di una semplicità impressionante, ma se viene scritta su una lavagna e poi si chiede di applicarla serve solo ad alimentare l'idea che la matematica è una magia. Navigando sul webb ho trovato che una maestra l'ha utilizzata per far calcolare ai bambini l'area della Sardegna disegnata su un foglio a quadretti. Questo passa come "compito di realtà", ma è basato su un difetto di fondo: la formula di Pick è stata imposta. Immagino l'obiezione di quella maestra: "Ai bambini piace tanto quella formula. Si divertono ad applicarla". La mia risposta è drastica: la matematica non è un insieme di regole da memorizzare per applicarle al momento opportuno. Per fortuna, questo non è solo il mio pensiero, ma è quello che è scritto nelle Indicazioni Nazionali del 2012 (pag. 60). Aggiungerei soltanto che la matematica è esattamente l'opposto della magia perché ogni contenuto ha una sua giustificazione. Purtroppo nella pratica didattica si preferisce presentare oggetti come pi greco o i numeri fissi dei poligoni o la "prova del nove" come se fossero conigli tratti dal cilindro di un prestigiatore. Si sappia, però, che queste imposizioni magiche sono ormai vietate dalla legge scolastica.

5. L'insegnante che volesse sperimentare in laboratorio con la propria classe il lavoro da me proposto avrà modo di constatare il miglioramento dei risultati nelle fatidiche prove Invalsi dove spesso si trovano situazioni geometriche non usuali. Potrebbe, inoltre, proseguire il lavoro facendo scoprire l'impossibilità di utilizzare la formula di Pick non solo per i poligoni che presentano buchi, ma anche per i poligoni intrecciati (fig. 9). Se questi poligoni non si intrecciano in un chiodo del geopiano diventa impossibile calcolarne l'area anche con le triangolazioni (fig. 10).

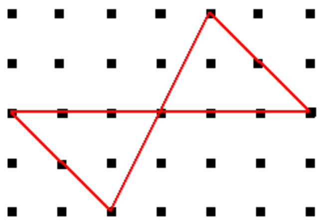


Fig. 9

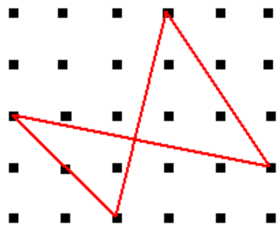


Fig. 10

6. Prospettare problemi difficili che non hanno soluzione non fa divertire i bambini anzi li disorienta, ma li fa crescere. "I ragazzi crescono se devono affrontare problemi difficili. Sono questi che fanno acquisire lo spirito di ricerca e l'attitudine all'osservazione", [D'Amore B, (a cura di). (1990), pag.33-39], queste parole di Emma Castelnuovo mi tornano spesso alla mente e sono state il timone della mia didattica.

Chi era Georg Pick

Nato a Vienna il 10 agosto 1859, fu matematico e accademico di professione, buon musicista per passione. Nel 1910 sponsorizzò Einstein per l'attribuzione di una cattedra all'Università di Praga. Il suo teorema sul calcolo dell'area dei poligoni costruiti su un reticolo regolare di punti fu pubblicato a Praga nel 1899 nell'articolo Geometrisches zur Zahlenlehre (La Geometria per la teoria dei Numeri). In questo articolo Pick riportò il testo di una sua conferenza tenuta presso la Società Matematica Tedesca di Praga iniziando con queste parole: "… è necessaria una formula per calcolare l'area dei poligoni tracciati in un reticolo rimasta fino ad oggi inosservata a dispetto, come si potrà vedere, della sua semplicità". Il reticolo utilizzato da Pick era più generale del nostro geopiano perché era formato da "due sistemi di rette parallele equidistanti nel piano", ma i due sistemi di rette non erano perpendicolari come avviene sul geopiano. Le maglie di questo piano sono parallelogrammi e non quadrati. Pick sceglie come unità di area il triangolo metà di una maglia a forma di parallelogramma e, pertanto, la formula che dimostra è

$$A = 2I + C - 2,$$

dove I indica sempre il numero di chiodi interni al poligono reticolare e C è il numero di chiodi sul suo contorno.

Pick terminò i suoi giorni in un campo di concentramento nazista. Fu deportato a Terezin, una cittadina fortificata situata nell'attuale repubblica Ceca, dove furono sgombrati i circa 7000 abitanti per contenere 70000 ebrei. Si trattava di intellettuali, docenti universitari, artisti ai quali fu lasciata una relativa libertà di operare nel proprio campo. Tuttavia la sorte dei deportati fu la stessa di quella che vigeva negli altri campi e molti finirono nei forni di Auschwitz-Birkenau. Quando Pick arrivò a Terezin aveva 83 anni, resistette appena due settimane e morì il 26 luglio 1942.

Bibliografia

Bagni G. T., (1996). Geometria e Teoria dei Numeri nell'opera di Georg Pick: un'esperienza didattica. Bollettino dei docenti di matematica n.33. Bellinzona.

Barra M., Castelnuovo E., (1976). Matematica nella realtà. Torino: Boringhieri.

D'Amore B. (a cura di), (1990). Matematica: gioco ed apprendimento. Bologna: Apeiron Ed.

Jannamorelli B., (2010). Abbasso la matematica: regole e formule addio! Torre de'Nolfi: Qualevita

Lenzi D., (2004). Una semplice dimostrazione del teorema di Pick. Intervento al 3° Convegno Nazionale ADT, Ferrandina.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 53-68

La "Battaglia Gattale": uno strumento per l'apprendimento interdisciplinare di Geometria, Statistica e Probabilità, attraverso il gioco

Luciana Delli Rocili[1] Antonio Maturo[2]

[1]Istituto Comprensivo Statale Pescara 5,
Via Gioberti n. 15, Pescara
e-mail lucianadr@live.it
[2]Dipartimento di Architettura, UdA,
Viale Pindaro 42, Pescara
e-mail antomato75@gmail.com

Sunto Per mezzo di un gioco che abbiamo chiamato "Battaglia Gattale" per alcune somiglianze con il noto gioco della "Battaglia Navale" si stimolano gli studenti alla ricerca di alcune relazioni fra Statistica e Geometria che permettono di ottenere per via sperimentale risultati geometrici. Il punto di partenza è la "Legge Empirica del Caso", un ponte fra la matematica e il mondo reale, su cui si basa il metodo "Monte Carlo" e, in generale, la simulazione. Il gioco utilizza due strumenti semplici: un mazzo di carte napoletane e un dado, familiari agli studenti, e si mostra come questi strumenti permettono, con un po' di pazienza e vari esperimenti, di ottenere importanti risultati matematici. Il lavoro si conclude con alcune esperienze di assegnazione di probabilità soggettiva da parte degli studenti e il confronto di esse con le frequenze ottenute con il metodo Monte Carlo.

Parole Chiave Didattica della matematica con il gioco. Calcolo di aree. Legge Empirica del Caso. Probabilità e frequenza. Probabilità soggettiva.

1. Introduzione

L'esperienza, condotta in classe e facilmente ripetibile nelle ultime classi della scuola primaria, consiste nell'applicazione del metodo di Monte Carlo attraverso il gioco, in modo da rendere familiari ai ragazzi alcuni concetti fondamentali di probabilità, statistica e geometria ed i loro legami logici ed empirici.
Per quanto riguarda la probabilità si fa comprendere con il gioco il significato di varie impostazioni: *classica, statistica, assiomatica, soggettiva, geometrica*.
Il lavoro si svolge in due fasi. Nella prima fase ci si occupa di un evento di probabilità bassa, nella seconda di un evento di probabilità alta.

Il lavoro si basa sull'idea di proporre un apprendimento cooperativo attraverso il gioco, in linea con i seguenti principi:

- La scuola non deve insegnare i fatti, ma insegnare a pensare. (Albert Einstein)
- Se l'apprendimento avviene per "scoperta", apprendere diventa un piacere.
- La cooperazione aiuta ad affrontare nuove sfide, a risolvere problemi che da soli è difficile risolvere e l'apprendimento diventa più efficace.
- Collaborare significa diventare più sicuri, più capaci di stabilire relazioni con gli altri e di comunicare il proprio pensiero.

Gli obiettivi del lavoro sono:

- Fornire un'esperienza significativa, valorizzante per tutti, per ampliare gli apprendimenti disciplinari, trasversali e sociali (geometria, probabilità, statistica).
- Esplorare una nuova modalità per calcolare le superfici di forma irregolare, contenenti anche linee curve.
- Potenziare la capacità di pianificare esperimenti, di formulare ipotesi, di raccogliere, annotare, tabulare e verificare i risultati ottenuti.

2. Frequenza e probabilità di colpire un solo gatto

Si presenta agli studenti la sagoma di un gatto posta in un quadrato di 72 cm × 72 cm.

Figura 2.1 Sagoma di un gatto in un quadrato 72 cm × 72 cm

Si pongono agli studenti varie domande:

- Quale probabilità abbiamo di colpire l’immagine del gatto?
- Con quale frequenza si colpisce il gatto con ripetuti esperimenti?
- Qual è l’area occupata dal gatto?

In generale si pongono i seguenti quesiti:

- Come ottenere l’area di una qualsiasi figura geometrica?
- Esiste un legame fra tale area e la frequenza con cui viene colpita?

Il gatto della figura rappresenta una figura piana di area sconosciuta che occupa una piccola percentuale dell’area del rettangolo su cui è situata. In questa prima fase del lavoro il docente introduce e coordina una discussione sulla probabilità di colpire una figura piana posta su un rettangolo e che occupa meno del 15% dell’area del rettangolo.
Il rettangolo è diviso in 10 righe e 10 colonne. Ogni casella che si trova all’incrocio di una riga e una colonna è divisa a sua volta in 6 righe sottili e 6 colonne sottili, individuando così 36 micro-caselle. In totale la tavola è composta da 3600 micro-caselle. Gli studenti devono simulare il fatto di colpire a caso una delle micro-caselle.
Gli strumenti per fare tale simulazione sono semplicemente un mazzo di carte e un dado. Con il mazzo di carte viene individuata la casella e con il dado la micro-casella all’interno della casella.

Figura 2.2

Per l’organizzazione del gioco vengono impegnate due terzine di ragazzi: la *terzina di lavoro* e la *terzina di verifica*.
I tre ragazzi della terzina di lavoro si dividono i seguenti compiti:

- Un ragazzo mischia le carte e fa pescare una carta a ciascun ragazzo; poi comunica il risultato.

- Un secondo ragazzo gestisce il lancio del dado eseguito da ciascuno; poi comunica il risultato.
- Il terzo registra i risultati formando una coppia (m, n) di numeri con m numero ottenuto dalla carta e n numero ottenuto dal dado. Comunica le coppie di numeri alla terzina di verifica.

I tre ragazzi della terzina di verifica svolgono i seguenti compiti:

- Considerate due coppie consecutive di numeri ottenuti (m, n) e (p, q), il primo ragazzo individua la riga m e, al suo interno, la riga sottile n, il secondo la colonna p e, al suo interno, la colonna sottile q. Insieme individuano una micro-casella del rettangolo.
- Il terzo ragazzo mette una puntina sulla micro-casella ottenuta e dichiara che il gatto è colpito se la micro-casella è prevalentemente occupata dalla sagoma del gatto.

Ogni esperimento (o prova) si ottiene considerando 6 coppie (m, n) e ricavando da esse 5 punti. Supponiamo, ad esempio, che siano state ottenute le seguenti carte:

Figura 2.3

Da tali carte si ottengono 5 caselle grandi. La prima all'incrocio della riga 5 e colonna 1, la seconda all'incrocio della riga 1 e colonna 8, la terza dalla riga 8 e colonna 2, la quarta dalla riga 2 e colonna 10 e infine la quinta dalla riga 10 e colonna 3.
Successivamente, con 6 risultati del lancio del dado si ottengono, in maniera analoga, le micro-caselle all'interno di ciascuna casella grande.

In conclusione, per mezzo di carte e dadi, gli studenti riescono a:

- generare numeri a caso con distribuzione uniforme discreta di parametro 60 per mezzo di un mazzo di carte e un dado;
- ottenere da essi punti a caso su una tavola di legno quadrata di lato 72 cm;
- registrare il numero totale di punti generati e quanti di essi cadono nella sagoma del gatto.

Successivamente si apre una discussione sui seguenti aspetti:

- La probabilità di colpire una immagine.
- La frequenza con cui l'immagine è colpita generando punti a caso.
- La legge empirica del caso.
- Come ottenere l'area di una qualsiasi figura con il metodo di Monte Carlo.

Quindi gli studenti osserveranno:

- I legami fra geometria e probabilità.
- I legami fra probabilità e frequenza.
- I vantaggi e i limiti della legge empirica del caso.
- La generazione di punti a caso con carte e dadi.

Viene introdotto inoltre un percorso per la comprensione della probabilità soggettiva con uno strumento operativo costituito da un premio per chi riesce ad avvicinarsi maggiormente alla probabilità ottenuta con il metodo di Monte Carlo.

Gli studenti apprenderanno quindi:

- La probabilità soggettiva come valutazione ragionata per ottenere un premio.
- Il legame fra probabilità soggettiva, probabilità statistica e probabilità geometrica.

Approfondendo e generalizzando il discorso i ragazzi saranno alla fine indotti a vedere anche l'aspetto matematico più generale della probabilità, ossia:

- La probabilità come misura normalizzata, di cui la probabilità classica, quella statistica, quella geometrica e quella soggettiva sono casi particolari.

Sono stati messi al lavoro gli studenti a gruppi da 6. Ogni gruppo ha effettuato come esperimento l'estrazione di 6 carte da un mazzo e il lancio per 6 volte di un dado. Dalla prova sono stati ricavati 5 punti sulla tavola di legno e si è attribuito il valore 0 ad ogni punto fuori dal gatto e valore 1 ad ogni punto sul gatto.

3. Risultati sperimentali nel caso di un solo gatto

Di seguito sono mostrati i risultati di 6 esperimenti, che hanno permesso di generare complessivamente 30 punti a caso.

Prova 1

Carte	4	2	9	3	3	5
Dadi	4	3	1	1	5	3
Esito		0	0	0	0	1

Prova 2

Carte	10	9	5	4	1	6
Dadi	3	3	4	4	3	6
Esito		0	0	1	0	0

Prova 3

Carte	6	10	9	10	2	5
Dadi	2	4	2	6	5	5
Esito		0	0	0	0	0

Prova 4

Carte	6	1	3	3	6	1
Dadi	5	6	5	2	6	4
Esito		0	0	0	0	0

Prova 5

Carte	3	2	4	9	3	8
Dadi	3	5	1	3	4	2
Esito		0	0	0	0	0

Prova 6

Carte	8	3	5	9	3	10
Dadi	1	1	2	2	3	6
Esito		0	0	0	0	0

Su 30 punti generati il gatto è stato colpito solo due volte, con una frequenza di 2/30, ossia, di 6,7%.

I ragazzi erano scontenti per aver colpito il gatto molto raramente, per cui l'insegnante è passata alla seconda fase, con un bersaglio più ampio formato da una famiglia di gatti.

4. Frequenza e probabilità di colpire almeno un gatto di una famiglia di gatti

Nella seconda fase il docente ha introdotto e coordinato una discussione sulla probabilità di colpire una figura piana posta su un rettangolo e che occupava più del 20% dell'area del rettangolo.
Come insieme di figure piane sono state presentate agli studenti le sagome di una famigliola di gatti.

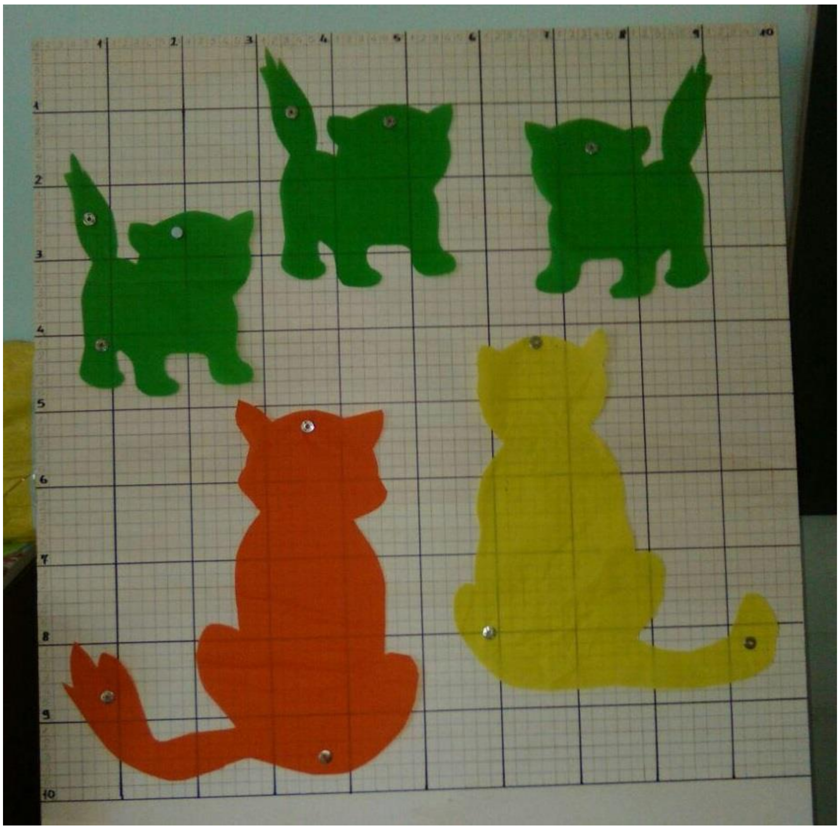


Figura 3.1 Una famiglia di gatti

Gli studenti si sono messi al lavoro con impegno.
Alcuni generavano i punti a caso, altri controllavano gli esiti e registravano i risultati.
Di seguito sono mostrati i risultati di 20 esperimenti, che hanno permesso di generare complessivamente 100 punti a caso.

Esperimento 1

Carte	9	2	9	3	10	2
Dadi	4	5	6	4	6	4
Esito		0	0	1	0	0

Esperimento 2

Carte	1	3	1	9	9	5
Dadi	6	5	4	5	2	5
Esito		0	1	1	1	1

Esperimento 3

Carte	7	5	10	2	5	3
Dadi	2	2	4	5	5	6
Esito		1	0	1	1	0

Esperimento 4

Carte	6	10	10	4	6	5
Dadi	4	6	3	1	4	3
Esito		0	0	1	0	0

Esperimento 5

Carte	8	8	1	6	8	7
Dadi	1	1	5	4	4	5
Esito		1	0	0	0	1

Esperimento 6

Carte	8	1	7	4	2	4
Dadi	2	1	4	4	3	6
Esito		0	0	1	1	1

Esperimento 7

Carte	4	7	6	3	1	8
Dadi	3	5	5	4	2	4
Esito		1	1	1	0	0

Esperimento 8

Carte	3	4	6	1	10	8
Dadi	3	6	6	6	4	1
Esito		1	0	0	0	0

Esperimento 9

Carte	6	7	10	7	3	5
Dadi	2	2	2	3	4	2
Esito		1	0	0	0	1

Esperimento 10

Carte	2	3	7	3	4	6
Dadi	5	2	4	2	1	4
Esito		0	0	0	0	0

Esperimento 11

Carte	3	5	7	1	8	4
Dadi	6	5	1	5	1	1
Esito		1	1	0	0	1

Esperimento 12

Carte	2	6	6	4	9	4
Dadi	4	2	3	2	4	6
Esito		1	0	1	1	1

Esperimento 13

Carte	5	1	8	8	1	9
Dadi	6	1	5	5	6	5
Esito		0	0	1	0	1

Esperimento 14

Carte	3	4	7	8	9	9
Dadi	4	2	3	5	2	5
Esito		1	0	0	0	1

Esperimento 15

Carte	6	8	10	10	6	10
Dadi	1	3	1	4	2	4
Esito		0	0	0	0	0

Esperimento 16

Carte	4	7	9	7	5	7
Dadi	4	1	2	3	1	6
Esito		0	0	1	1	0

Esperimento 17

Carte	3	5	10	2	5	10
Dadi	4	4	1	5	1	3
Esito		1	0	0	1	0

Esperimento 18

Carte	4	6	9	1	1	6
Dadi	6	3	5	2	6	2
Esito		0	0	1	0	0

Esperimento 19

Carte	6	8	1	2	3	2
Dadi	2	4	4	4	3	5
Esito		0	0	0	0	1

Esperimento 20

Carte	1	4	10	10	2	6
Dadi	6	5	4	3	6	6
Esito		0	0	0	1	0

Su 100 punti generati la famiglia di gatti è stata colpita 38 volte, con una frequenza di 38/100, ossia, di 38%.
I ragazzi erano contenti per aver colpito con una certa frequenza la famiglia di gatti, per cui l'insegnante ha potuto illustrare efficacemente le relazioni fra le aree, la probabilità e la frequenza.

5. Il calcolo delle aree e delle probabilità a partire dalle frequenze

Si calcola l'area totale della tavola:

$$\text{Area Totale} = 72\ \text{cm} \times 72\ \text{cm} = 5184\ \text{cm}^2. \tag{5.1}$$

Se G è l'evento "Viene colpito il gatto singolo", la probabilità p(G) che l'evento G si verifichi è:

$$p(G) = \text{Area}(G)/\text{Area Totale} = \text{Area}(G) / 5184. \tag{5.2}$$

La frequenza (relativa) f(G) dell'evento G è

$$f(G) = \text{n° successi} / \text{n° prove}. \tag{5.3}$$

Se si ritiene che il numero di prove sia sufficientemente elevato, per la Legge Empirica del Caso, p(G) è molto vicino a f(G) e nella pratica si considera spesso f(G) = p(G).

Nel nostro caso sono state effettuate 30 prove ed è risultato f(G) = 2/30 = 1/15. Applicando la Legge Empirica del Caso, dalla formula (5.2) si ottiene:

$$\text{Area}(G) = 5184 / 15\ \text{cm}^2 = 345{,}6\ \text{cm}^2 \tag{5.4}$$

ossia l'area di G è uguale a quella di un quadrato di lato $\sqrt{345{,}6} = 18{,}59$ cm.

Analogamente, se F è l'evento "Viene colpito almeno un gatto della famiglia", la probabilità p(F) che l'evento F si verifichi è:

$$p(F) = \text{Area}(F)/\text{Area Totale} = \text{Area}(F) / 5184. \tag{5.5}$$

Nel nostro caso la frequenza relativa è f(F) = 0,38. Essendo state effettuate 100 prove sembra una buona approssimazione porre p(F) = f(F). Allora si ottiene:

$$\text{Area}(F) = 5184 \times 0{,}38\ \text{cm}^2 = 1969{,}92\ \text{cm}^2 \tag{5.6}$$

ossia l'area di F è uguale a quella di un quadrato di lato $\sqrt{1969{,}92} = 44{,}78$ cm.

6. Probabilità soggettiva, statistica e geometrica

La probabilità soggettiva di un evento E, diffusa da Bruno de Finetti, è basata sullo strumento operativo della scommessa, con una puntata S e una vincita V che si ottiene se si verifica l'evento E. La probabilità soggettiva di E è il rapporto p = S/V.

Alcuni esperimenti condotti in classe hanno mostrato come atteggiamenti di estrema prudenza o estremo ottimismo hanno portato a valutazioni anomale.
Successivamente abbiamo provato lo strumento operativo della gratificazione con una vincita per ottenere che i ragazzi si abituassero ad esprimere correttamente la probabilità soggettiva, ossia coerentemente con le loro informazioni.

Figura 6.1

Prima di effettuare gli esperimenti descritti nel precedente paragrafo, gli studenti sono stati invitati ad indicare, soggettivamente, la probabilità di colpire la famiglia di gatti. Sono stati messi in palio dei premi da attribuire a quelli che avevano dato una valutazione di probabilità più vicina alla probabilità statistica risultante dal metodo di Monte Carlo.
Di seguito mostriamo il quadro delle valutazioni di probabilità degli alunni e il confronto con la probabilità statistica. Per comodità i dati sono moltiplicati per 100. Ad es. 67 indica la probabilità di 0,67.

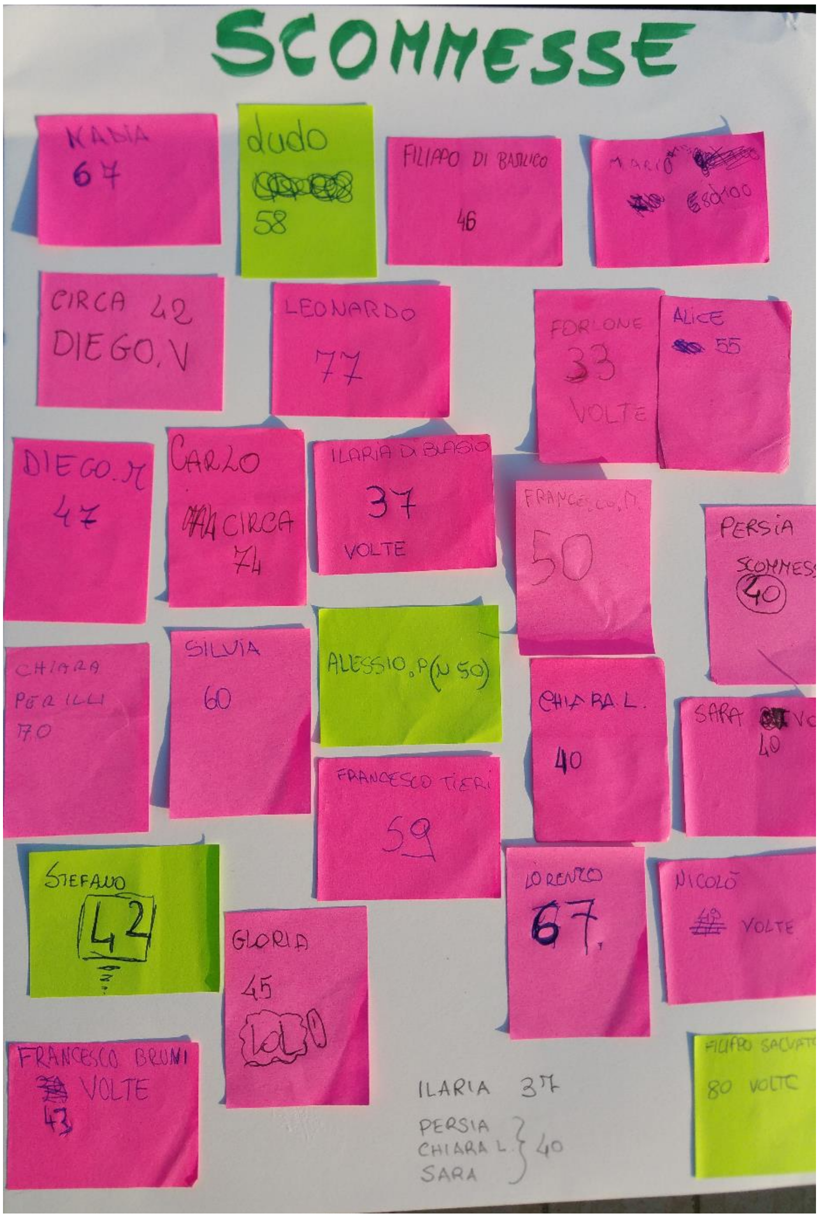


Figura 6.2

La distribuzione delle probabilità soggettive valutate dai ragazzi è la seguente:

100 × prob	33	37	40	42	43	45	46	47	49	50	55	58	59	60	67	70	74	77	80
n. ragazzi	1	1	3	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2
cumulativa	1	2	5	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	20	21	22	23	25

Tabella 6.1

La frequenza statistica è risultata uguale a 38/100. Su 25 bambini che hanno indicato una probabilità:

- 4 (in giallo) hanno commesso un errore inferiore a 0,03 (indicando una probabilità soggettiva da 0,36 a 0,40);
- 4 (in verde) hanno commesso un errore da 0,03 a 0,06 (indicando una probabilità soggettiva da 0,32 a 0,44);
- 3 (in azzurro) hanno commesso un errore da 0,07 a 0,09 (indicando una probabilità soggettiva da 0,29 a 0,47);
- 4 (in bianco) hanno commesso un errore da 0,11 a 0,17 (indicando una probabilità soggettiva da 0,49 a 0,55);
- 10 (in rosso) hanno commesso un errore non inferiore a 0,20, (indicando una probabilità soggettiva da 0,58 a 0,80).

La mediana dei valori di probabilità soggettiva indicati risulta essere 0,50, per cui i ragazzi hanno mediamente sovrastimato di 0,50% - 38% = 12% dell'area totale della tavola, l'area della famiglia di gatti.

7. Conclusioni e prospettive di ricerca

La "battaglia gattale" è risultata essere un utile strumento per riflettere sulle relazioni fra mondo matematico e mondo empirico. Il collegamento fra geometria e statistica, l'una basata su rigorose dimostrazioni matematiche, l'altra sui fatti che si verificano nel mondo reale, in situazione di incertezza e aleatorietà, risulta molto stimolante. Si scopre che si può fare matematica rigorosa anche con un approccio sperimentale! I risultati sembrano ottimi e soprattutto in casi di situazioni complesse (ricerca di aree e volumi di figure con frontiere non definite da equazioni semplici o note) l'approccio sperimentale risulta più efficace di quello analitico.
Importante la semplicità e la famigliarità degli strumenti adottati. Un mazzo di carte napoletane e un dado appaiono essere strumenti sufficienti per molti lavori sperimentali nella ricerca di risultati matematici. Tutto ciò grazie alla sorprendente "legge empirica del caso" che crea un ponte fra la matematica deduttiva e la realtà empirica e alle leggi dei grandi numeri (Castelnuovo, 1970; Calot, 1967).
Per un uso intensivo del metodo Montecarlo per la simulazione e la crittografia dei messaggi è necessario generare numeri a caso con il computer (Knuth, 1973; Cera, Maturo, 1990, 1991; Maturo, 1989, 1990; Maturo, Piscione, 1990; Rizzi, 1971; 1982; 1987).
Un aspetto di un certo rilievo è anche la ricerca della portata, i limiti e l'applicabilità della probabilità soggettiva. Alcune delle questioni collegate sono state discusse nel paragrafo 5, altre sono state esaminate in vari lavori, ad es. (de Finetti, 1970; Scozzafava, 1996, 2001; Coletti, Scozzafava, 2002; Delli Rocili, Maturo 2013a, 2013b, 2015; Maturo, 2008). L'assegnazione di probabilità soggettiva è una maniera di sintetizzare le varie informazioni. Essa è l'unica strada quando non si hanno informazioni sufficienti o strumenti analitici adatti per matematizzare le nostre

informazioni. Può tuttavia essere influenzata da opinioni personali, aspetti psicologici o altro. Se tali aspetti sono rilevanti, più che una probabilità soggettiva si può trovare una utilità (Von Neumann, Morgenstern, 1944; Luce, Raiffa, 1957, Lindley, 1990). Un'importante linea di ricerca è come minimizzare tali aspetti, in modo da avere probabilità coerenti. Importante è anche il controllo delle competenze acquisite con quesiti e test opportuni. Un'analisi critica è riportata in (Maturo, F., 2015).

Bibliografia

Calot G., (1967), *Cours de calcul des probabilities*, Dunod, Paris.

Castelnuovo G., (1970), *Calcolo delle Probabilità*, Zanichelli, Bologna.

Cera N., Maturo A., (1990), Generazione di numeri pseudocasuali per mezzo di relazioni di ricorrenza su campi di Galois, *Periodico di Matematiche*, 2, 1990, 33-56.

Cera N., Maturo A., (1991), Confronto fra alcuni generatori di numeri pseudocasuali, *Periodico di matematiche*, 2, 1991, 38-64.

Coletti G., Scozzafava R., (2002), *Probabilistic Logic in a Coherent Setting*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

De Finetti B., (1970), *Teoria delle Probabilità*, Einaudi, Torino

Delli Rocili L., Maturo A., (2013a), Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria, *Science & Philosophy*, 1 (1), 37-58.

Delli Rocili L., Maturo A., (2013b), Probabilità e Statistica nella scuola primaria: esperienze didattiche e proposte, *Science & Philosophy*, 1 (2), 49-78.

Delli Rocili L., Maturo A., (2015). Interdisciplinarità, logica dell'incerto e logica fuzzy nella scuola primaria. *Science & Philosophy*, 3(2), pp.11-26.

Knuth, D.E. (1973). The art of computer programming. *Volume 2. Seminumerical Algorithms*, Addison-Wesley, London.

Lindley D. V., (1990), *La logica della decisione*, Il Saggiatore, Milano.

Luce R.D., Raiffa H., (1957), *Games and Decisions*, Wiley, New York.

Maturo A., (2008), La moderna visione interdisciplinare di Geometria, Logica e Probabilità in Bruno de Finetti**,** *Ratio Sociologica,* 2, 2008, pp. 39-62.

Maturo, A., (1989), *Numeri Pseudocasuali*, Libreria dell'Università Editrice, Pescara.

Maturo, A., (1990), Numeri pseudocasuali ottenuti a partire da successioni in algebre finite su Zm, *Ratio Mathematica*, 1, 1990, 103-120

Maturo A., Piscione A., (1990), Probabilità e Statistica con il calcolatore: problematiche di carattere logico operativo, *Metron*, 1, 1990, 509-532.

Maturo, F. (2015). Quesiti e test di probabilità e statistica: un'analisi critica. *Science & Philosophy*, 3(1), pp. 61-72.

Rizzi A., (1971), Su un metodo per la generazione di sequenze di simboli binari pseudocasuali, *Metron*, Vol. XXIX, N. 1-2

Rizzi A., (1982), Generazione di simboli binari pseudocasuali mediante polinomi primitivi, *Statistica*, N. 2.

Rizzi A., (1987), Alcune considerazioni sulla crittografia, in "*Atti SPRC'87*", 101-118.

Scozzafava R., (1996), *La probabilità soggettiva e le sue applicazioni*, Zanichelli, Bologna.

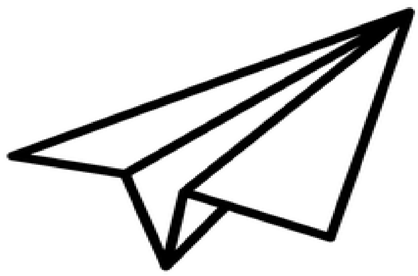
Scozzafava R., (2001), *Incertezza e probabilità. Significato, valutazione, applicazioni della probabilità soggettiva*, Zanichelli, Bologna.

Von Neumann J., Morgenstern O., (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 69-78

Il vento che fa la differenza

Diana Cipressi[1] **Alessia Picciani**[2]
[1]Docente di matematica e scienze
Istituto Comprensivo n. 4 Chieti
Scuola Sec. di 1° grado G. Mezzanotte
e-mail diana.cipressi@gmail.com
[2]Laureanda in Ingegneria energetica
c/o Politecnico di Milano
e-mail alessia.picciani@gmail.com



Sunto In una situazione didattica a carattere laboratoriale, la nostra classe può imparare in un contesto attivo e stimolante; sarà guidata dal docente nella lettura di fenomeni naturali verso la scoperta del metodo scientifico attraverso sia un'esplorazione di fatti di vita quotidiana che una visione storica di scienza fatta dall'uomo.
Fatti scientifici quali il *volo di un aeroplano* o il funzionamento di un *mulino* saranno utili per contestualizzare alcuni concetti aritmetici e geometrici (*differenza, angolo, piano cartesiano, …)* in un processo di apprendimento attivo e consapevole.

Parole Chiave differenza; angolo; piano cartesiano, vento; volo.

Discipline di riferimento: Matematica e Scienze
Ordine di scuola: Scuola sec. di 1° grado, classe prima

1. Compito di realtà

La presente Unità di apprendimento è stata progettata nella classe 1B della scuola Mezzanotte di Chieti nell'a.s. 2017-18.
Essa rappresenta un efficace esempio di pratica laboratoriale, che prestando attenzione all'interdisciplinarietà e all'operatività attiva degli alunni, cerca di rendere interessante e coinvolgente discipline come la matematica e scienze; riproduce i tratti significativi della progettazione didattica (suddivisa in 4 fasi) e pertanto equivale ad un utile strumento di consultazione per gli insegnanti che debbano realizzare nella propria classe un compito di realtà.

2. Competenze trasversali

Un compito della scuola è quello di sviluppare negli studenti competenze di "*cittadinanza attiva*" ispirate al valore della consapevolezza del ruolo della comunità sulla Terra e all'adozione di modi di vita ecologicamente responsabili.
Una unità di *apprendimento interdisciplinare* centrata sull'Ambiente, nell'ambito matematico-scientifico può avvicinare i giovani alunni ad una educazione *meteorologica* con un approccio razionale.

3. Competenze di disciplina

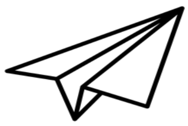
(dalle Indicazioni nazionali 2012)

- Esplorare e sperimentare lo svolgersi di fenomeni comuni, attraverso l'osservazione, la raccolta e la selezione di informazioni e dati.
- Discutere i fatti e i risultati dell'esperienza e trovare una spiegazione condivisa, riflettendo su luoghi comuni.

4. Obiettivi di apprendimento

(dalle Indicazioni nazionali 2012)

- Riconoscere le proprietà dell'aria in contesti di vita quotidiana
- Utilizzare gli strumenti matematici per descrivere la realtà.



FASE 1: Evangelista Torricelli

SCIENZE

Quest'anno il premio Nobel per la matematica è stato ricevuto dall'italiano *Alessio Figalli*, il quale ha sviluppato una teoria applicata alla risoluzione di equazioni legate alla meteorologia.
Lui spiega che i suoi studi sono la prova che la matematica non è arida e astratta: "*Le applicazioni possono andare ben oltre le aspettative, ma è solo lasciando la possibilità agli scienziati di far galoppare la fantasia che si possono ottenere questi risultati*".
Proviamo anche noi ad osservare la complessità dell'atmosfera attraverso osservazioni sperimentali e strumenti matematici.
Presentiamo alla classe una lettura sulla natura del vento tratta da *Lezioni Accademiche*, con la spiegazione di *Evangelista Torricelli* (1608 – 1647):

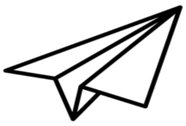
- *La Natura (...) fra le cose sue più nascoste e più impenetrabili, non mi pare che alcuna ve n'abbia occultata con maggior segretezza che quell'accidente dell'aria, il quale con nome "il vento" comunemente si appella. (...) Ma del vento* ***invisibile*** *per se stesso, qual cognizione avremmo noi se per la moltitudine de gl'effetti non si palesasse? Il* ***gonfiarsi*** *delle vele, l'****ondeggiar*** *delle biade, lo* ***scuotersi*** *delle piante, il* ***sollevarsi*** *della polvere, e tanti altri accidenti, sono indizi manifesti di un parto della natura invisibile, prodotto, non meno per accecar gli occhi dell'intelletto, che quei del corpo.*

- *Il vento sarebbe* ***una circolazione****, la quale non iscorrerebbe sopra più che ad una parte terminata della terra: e tanto durerebbe l'effetto della circolazione predetta quanto durasse la causa, cioè quel* ***freddo*** *d'una provincia, maggior che non dovrebbe essere* ***in paragone*** *di quello dei luoghi circonvicini.*

Gli alunni possono commentare e descrivere le caratteristiche del vento sollecitati da alcune domande tipo:

- *Il vento ha una forma? Ha un suono? Si sente sulla pelle?*
- *Esiste il vento caldo? Perché c'è vento?*

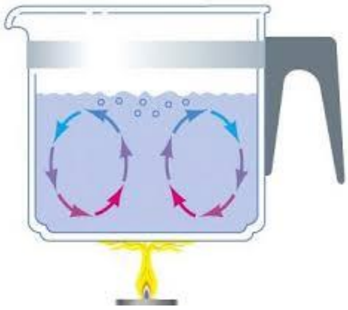
Raccogliamo le risposte e le percezioni degli alunni trascrivendole sul quaderno, per riesaminarle in una fase successiva.

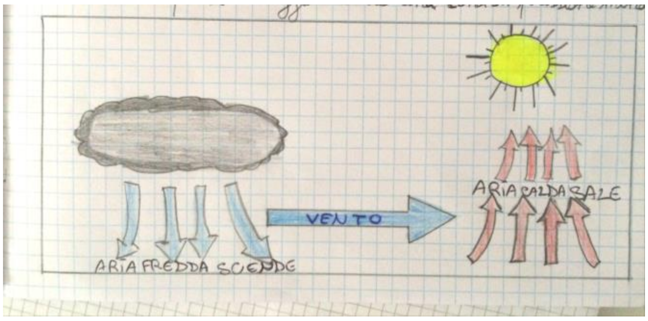


FASE 2: Il vento

SCIENZE

Cerchiamo di capire che cos'è il vento e qual è la causa che lo genera.
L'aria e l'acqua possono trasmettere il calore per "*spostamento di materia*" cioè per *convezione*. Basterà mettere sul fuoco una pentola contenente acqua e chicchi di riso e notare che l'acqua calda sul fondo della pentola, diventando più leggera, sale in superficie trascinando i chicchi, per ridiscendere dopo essersi raffreddata.
In conclusione la *differenza* di temperatura tra due strati di acqua genera una circolazione del liquido.





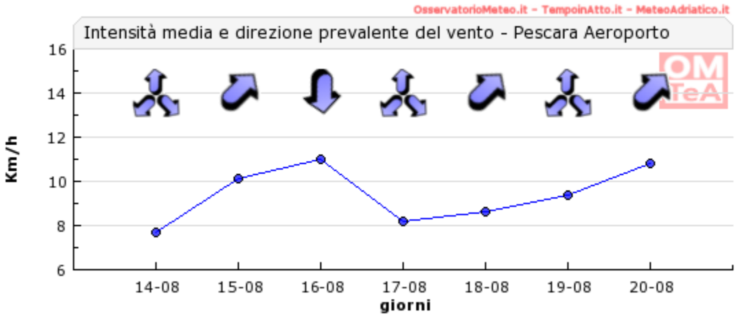
Allo stesso modo, nell'atmosfera la differenza di temperatura tra due zone dell'atmosfera produce uno spostamento di massa d'aria. L'atmosfera tenderà quindi a ristabilire l'*equilibrio* termico tra zone contigue.
Lo spostamento dell'aria in funzione del tempo determina la velocità del vento, espressa in *m/sec*, *km/h* oppure *nodi*, viene misurata da uno strumento chiamato anemometro.

Dopo aver compreso l'andamento del vento, la classe potrà riflettere su questioni ad esso relative:
- *Qual è la differenza tra brezza di mare e brezza di terra?*
- *Perché nell'emisfero boreale gli alisei soffiano costantemente da Nord-Est verso Sud-Ovest?*
- *In che modo l'uomo ha sfruttato l'energia del vento?*
- *Qual è l'utilità di un anemometro?*

La ricerca delle risposte sarà assegnata a piccoli gruppi di lavoro, le cui verbalizzazioni saranno condivise con tutta la classe.

MATEMATICA

Esaminiamo la lettura di un grafico del vento (sull'asse orizzontale i giorni di una settimana e sull'asse verticale le velocità medie del vento registrate in *km/h*); nel sito http://www.meteoadriatico.it si possono selezionare grafici relativi al tempo atmosferico di città italiane.
Il seguente grafico mostra, nei giorni 14-20 agosto nella città di Pescara, sia l'intensità del vento (valori in ordinata) che le direzioni prevalenti del vento (freccine):



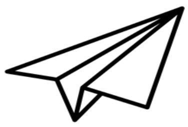
Gli alunni possono leggere i dati di più tabelle, confrontare i dati all'interno della settimana di ogni città o tra le due città. Possono riflettere su alcuni questioni:

- *In quale giorno è stata massima l'intensità del vento a Pescara?*
- *Qual è stata l'intensità minima del vento a Pescara?*

Dopo la lettura di grafici, gli alunni leggeranno e interpreteranno i dati di tabelle. Possono riprodurre il grafico delle temperature e quello del vento utilizzando ad esempio la tabella seguente per la città di Pescara:

Data	Tempo alle ore				Temperature		Vento		
	00	06	12	18	Min	Max	Dir	Vel	Picco
20-08			ND	ND	20.7	29.2	SO	10.8	16.7
19-08					19.4	30.0	Varia	9.4	14.8
18-08					18.7	29.9	SO	8.6	14.8
17-08					18.5	29.6	Varia	8.2	14.8
16-08					20.1	28.8	N	11	20.4
15-08					18.5	26.1	SO	10.1	18.5
14-08					20.6	30.9	Varia	7.7	31.5

Una particolare attenzione sarà data alla rappresentazione dei numeri decimali sulla retta orientata.



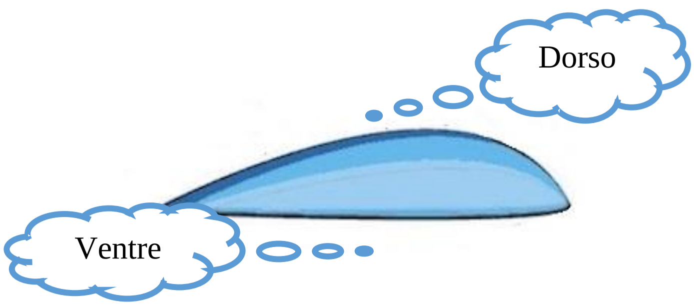
FASE 3: In volo

MATEMATICA

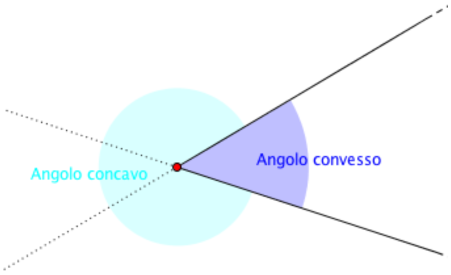
Osserviamo il volo di un aereo cercando di capire come riesce a stare su.

a) Le immagini di alcuni aerei serviranno per la descrizione della forma di un'ala.

Gli alunni scoprono che l'ala non è piatta, ma concava, cioè la parte superiore (che chiameremo *dorso*) ha una lunghezza maggiore di quella inferiore (che chiameremo *ventre*).



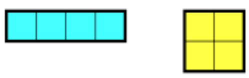
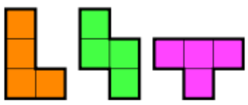
Possiamo esaminare la *concavità* anche in geometria (l'angolo concavo contiene i prolungamenti dei suoi lati); colorando le due parti di piano delimitate dai lati emerge la differenza tra concavo e convesso e come l'ampiezza dell'angolo concavo sia maggiore dell'ampiezza dell'angolo convesso.



Gli alunni si esercitano quindi nel calcolo di alcune differenze tra le ampiezze di angoli, compilando una tabella:

Angolo concavo	Angolo convesso	Differenza tra i due angoli
200°	35°	
345°	100°	
300° 30'	90° 10'	
300°	90° 30'	

Ritagliamo alcuni poligoni, ad esempio i *tetramini* (figure composte da 4 quadrati uguali che hanno almeno un lato in comune). Gli alunni tracciano i prolungamenti dei lati e riconoscono le figure convesse e quelle concave (Cfr. figura seguente).

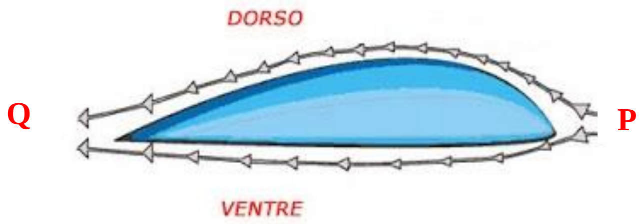
	
Convesso	Concavo

SCIENZE

b) Simuliamo il movimento dell'aria sui bordi dell'ala.

- *Le traiettorie seguite dalle molecole dell'aria sopra il dorso e sotto il ventre sono uguali?*

  È facile notare che il tragitto lungo il ventre è più breve di quello sul dorso, per effetto della forma dell'ala.



Per osservare il movimento delle molecole d'aria, proviamo una simulazione. Disegniamo sul pavimento della classe con il gesso la forma di un'ala lunga due metri. Due alunni posizionati nello stesso punto P (*punto di attacco* dell'aria durante il volo dell'aereo) dopo aver misurato le lunghezze delle due traiettorie, proveranno a muoversi uno lungo il ventre e l'altro lungo il dorso cercando di impiegare lo stesso tempo per coprire le due traiettorie e raggiungere contemporaneamente la posizione Q dalla parte opposta dell'ala.

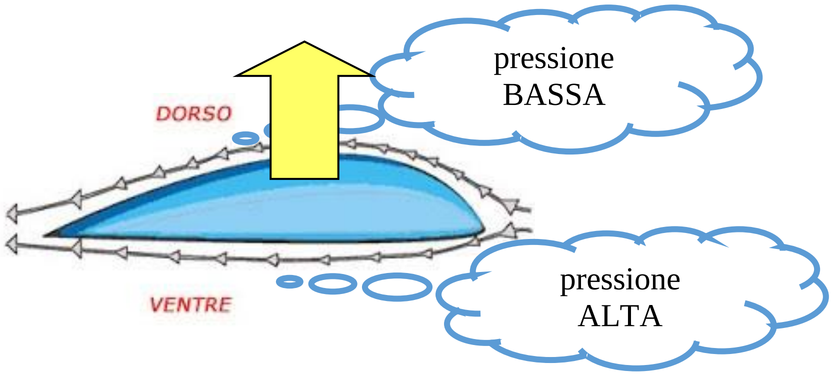
Si sollevano alcune domande:

- *È possibile impiegare lo stesso tempo per percorrere due strade di diversa lunghezza? Si può stimare la velocità nei due percorsi?*

Dopo aver discusso insieme, gli alunni potranno dedurre che le molecole d'aria sul dorso si muovono più velocemente di quelle che si muovono sul ventre.

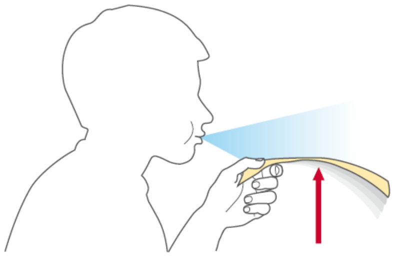
c) È la pressione dell'aria che spinge l'aereo? Come?

L'aereo ha un peso, una forza diretta verso il basso. Allora per volare, deve esserci una forza più intesa del peso diretta verso l'alto.
Infatti immaginiamo cosa fanno le molecole dell'aria sotto il ventre: queste particelle non riescono a correre veloci come quelle sul dorso e la loro lentezza crea un flusso denso di aria. Aumentando la densità, aumenta la pressione esercitata dall'aria.



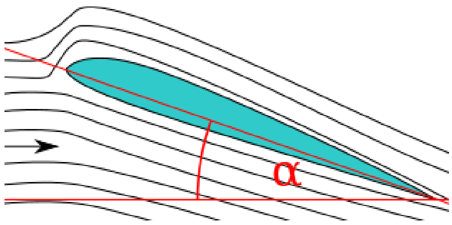
La differenza di pressione fra la superficie inferiore e quella superiore dell'ala spinge pertanto l'aereo verso l'alto.

d) Gli alunni possono sperimentare, soffiando sulla pagina superiore di un foglio: la parte del foglio più distante dalla bocca si sollleva verso l'alto.

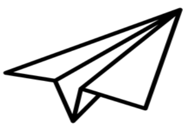


Anche in questo caso la velocità dell'aria sulla parte inferiore del foglio è minore di quella sulla pagina superiore e la differenza di pressione (tra l'aria che sta sotto e l'aria che sta sopra) genera quella forza verso l'alto che produce il volo.

e) L'angolo formato dalla corda del profilo dell'ala con la direzione dell'aria si chiama "*angolo di attacco*". Un'ala a 15° di angolo di attacco esprime la sua forza massima permettendo all'aereo di staccarsi da terra, a 16° invece inizia a stallare, cioè l'aereo ha difficoltà a sollevarsi.



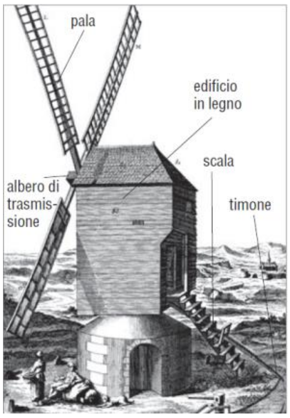
Gli alunni misurano l'angolo in figura e stabiliscono se l'aereo nell'immagine è in stallo e disegnano un'ala di aereo con angolo minore di 15°.
Ogni gruppo di lavoro di 3-4 alunni realizzerà un aeroplano di carta con un foglio formato A4 descrivendone le caratteristiche aerodinamiche e geometriche.
Infine gli aerei saranno lanciati a turno dagli alunni lungo il corridoio della scuola: gli alunni osserveranno i voli variando l'angolo di attacco, misurando le distanze raggiunte dagli aerei in atterraggio.
Le analisi delle osservazioni vengono annotate sul quaderno.



FASE 4: Il mulino a vento

SCIENZE

Gli alunni possono analizzare la struttura di un mulino, osservando l'immagine riprodotta nel sito
http://online.scuola.zanichelli.it/fare/files/2008/04/Paci_5985_15_Ruote_dei_mulini.pdf guidati da una serie di domande proposte dall'insegnante:

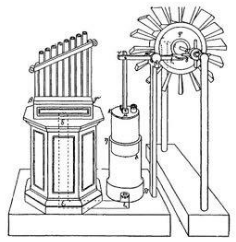


- *Quante sono le pale che formano la ruota?*
- *Il moto delle pale è determinato dalla direzione del vento? dall'intensità del vento? Se le pale sono contro vento la ruota gira?*
- *Che cosa fa ruotare l'albero di trasmissione?*
- *All'interno dell'edificio del mulino c'è un palo verticale. A che cosa sarà collegato?*
- *Quale potrebbe essere la funzione del timone?*

Gli alunni dopo aver discusso insieme, leggono il brano sul sito, verificano le loro intuizioni e disegnano la struttura di un mulino sul quaderno.

MATEMATICA

Il mulino dell'ingegnere greco *Erone di Alessandria* nel I secolo d.C. è il più antico esempio di ruota azionata dal vento per produrre energia.
Proiettiamo alla LIM alcune immagini di mulini a vento o di turbine eoliche ed esaminiamo in particolare la forma e il numero delle pale.




Gli alunni calcolano l'angolo tra una pala e la successiva, dividendo l'angolo giro di 360° in 2, 3, 4, … parti uguali:

N° di pale	2	3	4	6	12	18
Angolo tra una pala e l'altra	180°	60°				

Disegnano sul quaderno alcune circonferenze di stesso raggio, tracciando il numero dei raggi corrispondenti a ciascun mulino.

Per dividere ad esempio il cerchio in tre parti uguali, si fissa il centro O del cerchio, si misura con un goniometro un angolo di 60° di vertice O; si ripete il procedimento per due volte con angoli consecutivi fino a completare il giro.
Con l’aumentare del numero delle pale il disegno dovrà essere sempre più accurato, per evitare che nelle successive ripetizioni venga meno l’ampiezza effettiva degli angoli.

5. Considerazioni finali

Il contesto idoneo sarà quello della promozione del successo formativo degli alunni, come espresso dalle Indicazioni Nazionali per il curricolo 2012, attraverso la valorizzazione *dell’esperienza degli alunni, dell’esplorazione e della scoperta dell’ambiente* e la *promozione della consapevolezza del proprio apprendimento.*
L’approccio laboratoriale potrà sviluppare la pratica della discussione, dell’osservazione dei modelli, della collaborazione di gruppo, della spiegazione di fenomeni vicini all’esperienza dei ragazzi. Alcuni tratti di storia della scienza possono integrare la visione umana delle scienze e ispirare l’alunno a rivivere le scoperte scientifiche con curiosità.
L’approccio al *Problem solving* potrà favorire la capacità di elaborare il pensiero creativo, nell’analisi di un problema da più punti di vista.

Bibliografia e sitografia

- http://online.scuola.zanichelli.it/ruffo_fisica-files/SEZIONE_D/ruffo_fisica_D10_5_scheda.pdf
- http://online.scuola.zanichelli.it/lupiascienzeterra-files/Zanichelli_Lupia_Osservare_Sintesi_U07.pdf
- http://online.scuola.zanichelli.it/fare/files/2008/04/Paci_5985_15_Ruote_dei_mulini.pdf
- http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-volo-la-portanza/3521/default.aspx
- http://www.meteoadriatico.it
- https://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argoment/ParoleMate/Ott10/Angolo.htm

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 79-98

Il problem solving e la matematica ricreativa nella scuola del primo ciclo

Angela Chiefari[1], Mario Innocenzo Mandrone[2], Franca Rossetti[3]

[1]Convitto Nazionale "P. Giannone" - Benevento- e-mail: angelachiefari@gmail.com
[2]Dipartimento di Scienze e Tecnologie-Università degli Studi del Sannio-Benevento- e-mail: almavit@libero.it
[3]Inserita nella Banca Dati Esperti Valutazione e miglioramento, osservatori dei processi di insegnamento e apprendimento - e-mail: rossetti.franca@fastwebnet.it

Sunto
Nel presente lavoro presenteremo due approcci metodologici particolarmente efficaci nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria: il problem solving e il gioco. Il problem solving è una metodologia che rimanda ad attività in cui prevale il saper ragionare, il fare ipotesi ed operare scelte, avvalendosi di una adeguata gestione delle informazioni più che dell'applicazione sterile di procedimenti meccanici volti alla risoluzione di semplici problemi. La matematica ricreativa, invece, attraverso la presentazione di giochi, enigmi e situazioni insolite e curiose, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato, favorisce lo sviluppo ed il potenziamento di capacità logiche e critiche. Si propongono, pertanto, materiali (giochi, enigmi e situazioni insolite e curiose) dai quali trarre spunti di lavoro; alcune proposte sono state tratte da testi molto antichi, ad es. dal "De viribus quantitatis" di Luca Pacioli, dal "Papiro di Rhind" del 1650 a.C., dal "Manuale di matematica del maestro cinese Sun Tzu Suan Ching" del IV secolo d.C. Non viene specificata la classe ove proporli perché si vuol lasciare al docente la libertà di scegliere in base alla propria esperienza e alle reali situazioni in cui si trova ad operare (recupero di conoscenze pregresse, ma anche valorizzazione delle eccellenze).

Parole chiave: Problem solving, matematica ricreativa, cooperative learning, pensiero computazionale e coding, didattica per problemi, attività laboratoriale.

L'elogio della matematica, elogio alla matematica. Dal discorso pronunciato da Alessandro Padoa in Pinerolo il 28 marzo 1908

"…*Quando affermo che la matematica è più facile d'ogni altra scienza, io non ignoro e non dimentico quanto essa riesca difficile ai più.... Ho detto che la matematica è più utile d'ogni altra scienza; ed invero quale altra fornisce cognizioni tanto universali nel tempo e nello spazio, aiuto altrettanto valido alle scienze fisiche e alle arti costruttive? ..... Perciò io esorto a studiare matematica per chi si accinga a divenire avvocato o economista, filosofo o letterato...; perché io credo e spero che non gli sarà inutile saper bene ragionare e chiaramente esporre* …"

1. Il problem solving e la matematica ricreativa

Come espressione della mente umana la matematica riflette la volontà attiva, la ragione contemplativa e il desiderio di perfezione estetica. I suoi elementi fondamentali sono la logica e l'intuizione, l'analisi e la costruzione, la generalità e l'individualità. Tradizioni diverse potranno mettere in evidenza aspetti diversi, ma è soltanto la reazione di queste forze antitetiche e la lotta per la loro sintesi che costituiscono la vita, l'utilità e il valore supremo della scienza matematica (R. Courant - H. Robbins -Che cos'è la matematica" Universale Bollati Boringhieri). Per quanto riguarda la matematica ricreativa, in prima approssimazione potremmo dire che è un'attività ludica, il cui scopo è di divertire colui che la pratica o al quale essa è proposta. Consiste nel risolvere quelli che vengono comunemente detti "giochi matematici" o "puzzles" o "rompicapo" o "enigmi" per la cui soluzione, sono necessarie talora nozioni matematiche, ma spesso di tipo elementare, quasi sempre ragionamenti logici. Un problema, infatti, per essere considerato un gioco matematico deve rappresentare una sfida intellettuale significativa; l'enunciato, possibilmente, deve essere intrigante e sorprendente, la soluzione stessa deve stupire, divertire e distrarre.

La nostra proposta si avvale di due approcci metodologici: quello del problem solving e quello del gioco; approcci particolarmente efficaci sia perché contribuiscono al raggiungimento dei traguardi nei diversi ordini di scuola, sia perché facilitano il recupero dell'interesse e dell'attenzione nei confronti degli allievi meno motivati e più svantaggiati. Del resto l'importanza e l'efficacia dell'insegnamento per problemi è già stato sottolineato nelle parole di illustri Maestri: nel 1912, Guido Castelnuovo, al III Convegno della Mathesis, affermava che lo studente "non comprenderà l'interesse di una teoria finché non ne avrà vista qualche pratica conseguenza"; per Bruno de Finetti – in Matematica Logico-Intuitiva - la questione rilevante "è non tanto quella di far apprendere la matematica, quanto quella di farla comprendere come qualcosa di vivo nel regno del pensiero". Emma Castelnuovo – nella sua esposizione "Verso un insegnamento della matematica che produce cultura scientifica" - sostiene che per insegnare a saper vedere con gli occhi fisici e con quelli della mente "bisogna insegnare a fare le cose: a osservare, a sperimentare, a ragionare, a intuire." Infine, secondo l'idea di Polya, autore di eccellenti opere sull'insegnamento per problemi - la via efficace per "formare" è "nel fare", per cui "il risolvere i problemi è un'arte pratica, come il nuotare o lo sciare o il suonare un piano: potete impararlo solo con l'imitazione e la pratica". Fatta la doverosa premessa, precisiamo subito che il problem solving tende alla ricerca di una risposta da dare ad un problema che non è necessariamente di tipo numerico (problemi di determinazione): si può, infatti, cercare un oggetto geometrico (problemi di costruzione) o la dimostrazione di una certa proprietà (problemi di dimostrazione), oppure, semplicemente, risolvere problemi complessi che la vita reale ci pone. Il gioco è nel linguaggio comune qualcosa che piace, che diverte e si associa al recupero della dimensione ludica nello studio della matematica. Dato che spesso un problema può essere posto sotto forma di gioco e un gioco può svolgersi attraverso la risoluzione di uno o più problemi, salvo alcune considerazioni di carattere specifico in ciò che verrà detto, i due termini sono in questo contesto, considerati congiuntamente. Il problem solving e il gioco si configurano, pertanto, come un potente strumento didattico capace di trasformare gli studenti da annoiati ripetitori passivi di definizioni, teoremi e meccanici esecutori di algoritmi, in menti attive capaci di padroneggiare in modo flessibile e creativo gli strumenti matematici. A completamento, inoltre, viene suggerita l'opportunità di stimolare l'interesse per il pensiero matematico utilizzando questioni di interesse storico che possono essere presentate sotto forma di problema o gioco con grande valenza didattica come si vedrà nel corso della presente proposta.

Risolvere i problemi è una questione di abilità vera e propria e qualunque abilità può essere acquisita con l'imitazione e l'esercizio; si impara a risolvere i problemi soprattutto … risolvendoli. Gli approcci alla risoluzione di un problema possono essere di vario tipo (intuitivo, sistematico, algoritmico, parziale per tentativi, per esclusione, ecc.); un alunno può manifestare una propensione per alcune tipologie di approccio piuttosto che per altre e, in relazione alla specificità del problema, un approccio può rivelarsi più idoneo e fruttuoso di un altro. In generale però queste tipologie di approccio costituiscono delle strade alternative che è importante conoscere ed appropriarsene al fine di raggiungere una maggiore flessibilità e ricchezza di strumenti da poter utilizzare. Questa visione multi-approccio a giochi e problemi si contrappone alla vecchia logica dell'algoritmo predefinito, del "come si fa", e favorisce l'attivazione di facoltà e di inclinazioni diverse e complementari tra loro: intuito, comprensione degli schemi, progettualità, analiticità, tendenza ad algoritmizzare, ecc. A livello didattico, quindi, è importante da un lato valorizzare e potenziare gli stili e le propensioni individuali e dall'altro arricchire e diversificare il bagaglio di ciascuno, aiutando gli allievi a mettersi in gioco con le proprie competenze. Può essere formativo in tal senso proporre alcuni problemi alla classe e poi, anziché fornire la classica "ricetta" della soluzione, chiedere ad ognuno, anche a chi non è stato in grado di trovare la soluzione, di esplicitare i tentativi che ha fatto e le relative motivazioni. I vantaggi di questa impostazione sia sul piano umano che su quello più specificatamente intellettuale sono molteplici, non ultimo il confronto delle idee individuali e la discussione delle stesse in un confronto democratico. L'impegno dei ragazzi nella progettazione e nella costruzione fisica di modelli favorisce, infine, la stretta connessione fra l'aspetto applicativo e quello teorico e apre agli apporti dell'inventiva, della creatività, al confronto e al desiderio di ricerca. A tal proposito il "Cooperative learning" si rivela di fondamentale importanza nell'ambito dell'apprendimento. La didattica collaborativa si rifà alla teoria del socio-costruttivismo secondo la quale la conoscenza è il prodotto di una costruzione attiva del soggetto ed è ancorata al contesto in cui si svolge attraverso particolari forme di collaborazione e negoziazione sociale. Essa punta al miglioramento dei processi di apprendimento e socializzazione attraverso la mediazione del gruppo i cui membri devono agire sentendosi positivamente interdipendenti tra loro, in modo che il successo di uno sia il successo di tutti. Per Vygotskij, infatti, ogni individuo possiede potenzialità cognitive latenti che si possono esprimere solo attraverso l'interazione con gli altri (zona di sviluppo prossimale). Nella didattica collaborativa il docente assume il ruolo di tutor nel senso che deve favorire l'interazione tra gli studenti, stimolare la discussione, facilitare l'apprendimento ricorrendo a continue sollecitazioni, utilizzando il gruppo in cui gli alunni lavorano insieme per migliorare reciprocamente il loro apprendimento, puntando su una mediazione sociale, contrapposta alla mediazione dell'insegnante.

Caratteristiche positive del lavoro cooperativo sono: lo sviluppo di un legame concreto tra gli studenti**,** l'interazione faccia a faccia che garantisce processi di reciproco apprendimento e incoraggiamento**,** lo stimolo alla responsabilizzazione, lo sviluppo delle "abilità sociali": il gruppo non lavora efficacemente se i suoi membri non possiedono certe capacità (saper ascoltare, essere disponibili a condividere le decisioni, comunicare le proprie opinioni, gestire i conflitti …). Numerose ricerche hanno dimostrato che con il "cooperative learning" si recuperano allievi problematici, poco motivati allo studio e con problemi affettivi, si facilita l'integrazione di allievi disadattati per handicap o etnie diverse, si valorizzano gli allievi bravi (gifted student), si sviluppano competenze sociali del senso civico, del rispetto dell'altro, si favorisce lo sviluppo di un cittadino democratico (competenze di cittadinanza).

2. Qualche nota didattica a partire dalla scuola dell'infanzia

Nell'attuale società, che richiede continui adattamenti a situazioni mutevoli, l'insegnamento e l'apprendimento della matematica sono cruciali per il contributo che possono dare alla formazione di un modo di pensare matematico che metta il "cittadino del mondo" in grado di risolvere i molteplici problemi che la vita reale pone. Nella scuola dell'infanzia, fin dai primi anni, è necessario proporre attività ludiche mirate, che partendo da esperienze vicine al bambino, stimolino la sua curiosità, aguzzino il suo ingegno e allo stesso tempo siano fonte di divertimento. Poiché i bambini imparano attraverso il corpo e il proprio vissuto occorre proporre situazioni concrete che mettano in gioco percezione e movimento, manualità, creatività e iniziativa. In questo modo si stimolerà quello "sguardo matematico" che esplora i fatti, sviluppando logica e immaginazione, in un continuo intreccio con tutti i campi di esperienza. Il gioco è un contesto privilegiato per favorire lo sviluppo progressivo di competenze cognitive e socio-emozionali, indispensabili anche per il successo scolastico. Garantisce il coinvolgimento, l'entusiasmo, la motivazione, la competitività e il rispetto verso le regole. Nel gioco il bambino può effettuare osservazioni, formulare domande e possibili soluzioni, pianificare il controllo delle ipotesi, il racconto dei fatti e l'interpretazione dei dati emersi. Al termine dell'attività ludica si può avviare, inoltre, una discussione collettiva sugli esiti dell'esperienza realizzata finalizzata alla formulazione di spiegazioni alternative col confronto dei risultati. Ovviamente il percorso deve partire dall'esplorazione della realtà che ci circonda per scoprire che è ricca di numeri e di oggetti con i quali i bambini entrano molto presto in contatto imparando ad usarli per i loro giochi. Le osservazioni, le conversazioni, le discussioni, le attività di rielaborazione grafica, pittorica e manipolativa sono essenziali per riflettere e rielaborare la realtà in termini matematici. Il bambino, attraverso un percorso di conoscenza e scoperta, impara a organizzare le proprie esperienze attraverso azioni consapevoli; sperimentando impara a confrontare, a ordinare, a compiere stime approssimative, a formulare ipotesi, a verificarle con strumentazioni adeguate, quindi a interpretare e a intervenire consapevolmente nel suo mondo. Durante le attività diventa fondamentale la verbalizzazione di ciò che succede, il racconto, la storia che si svolge sotto gli occhi di tutti. Nella scuola primaria e nella scuola secondaria di primo grado (scuola media) si preparano e si rafforzano le basi cognitive, sociali, affettive e relazionali che favoriscono il rapporto complessivo della persona con ciò che la circonda attraverso lo sviluppo e il potenziamento delle seguenti capacità:

1. Osservazione della realtà;
2. Organizzazione complessiva del proprio modo di ragionare, argomentare, affrontare problemi acquisendo, oltre alle forme espressive del linguaggio e del senso comune, quelle più caratteristiche della razionalità matematica e scientifica;
3. Uso del linguaggio specifico e delle forme simboliche tipiche della matematica;
4. Progettazione e immaginazione, attraverso attività di risoluzione di problemi in contesti diversi.

Conoscenze e abilità non vanno imposte agli allievi in modo formale, ma attraverso esperienze didattiche significative, nelle quali ogni alunno possa essere motivato all'apprendimento e coinvolto attivamente. Nei primi anni, tuttavia, il livello di capacità astrattiva raggiunta dalla maggior parte degli alunni suggerisce di introdurre gradualmente il tipo di formalizzazione richiesto privilegiando attività e forme espressive più legate al linguaggio naturale e alla logica verbale. È fondamentale, in questo contesto, sollecitare gli alunni a giustificare le loro affermazioni al fine di abituarli a:

1. Individuare, descrivendole, regolarità presenti in semplici contesti concreti;
2. Esprimere semplici congetture verificandole in casi particolari;
3. Avanzare congetture cercando di convalidarle sia empiricamente, sia mediante argomentazioni adeguate, eventualmente ricorrendo anche a contro-esempi.

Va, inoltre, sottolineato come, ad ogni livello scolastico e in ogni contesto conoscitivo, il risolvere problemi offra importanti occasioni agli allievi per costruire nuovi concetti, acquisire nuove nozioni e abilità, arricchendo di significato quanto già appreso verificando l'efficacia di apprendimenti già posseduti. L'insegnante, tramite la proposta di esperienze qualificate, avrà modo di favorire il sorgere e lo svilupparsi delle seguenti competenze:

1. Individuare con chiarezza il problema da risolvere dichiarando esplicitamente l'obiettivo da raggiungere;
2. Rappresentare una stessa situazione problematica con diverse modalità (verbale, iconica, simbolica) cercando di individuare il contesto più favorevole per la risoluzione della stessa;
3. Esporre con chiarezza il processo risolutivo;
4. Valutare la compatibilità delle soluzioni trovate con i dati del problema.

In questo contesto la modalità del gioco può essere fonte preziosa in diverse occasioni, purché trovi nel tempo scolastico una collocazione pensata e mirata. Nella scuola oggi, inoltre, non può essere ignorata la necessità di una comunicazione ricca di informazioni medializzate; gli alunni avranno, pertanto, bisogno di una nuova alfabetizzazione culturale: testi, suoni, immagini multimediali, CD, computer e differenti sussidi didattici sono strumenti di mediazione didattica che facilitano, da una parte il lavoro del docente e, dall'altra, l'acquisizione dei saperi da parte degli alunni. A tal riguardo il "coding" e l'attività di "problem solving" si rivelano perfettamente idonei per coinvolgere e motivare gli alunni rendendoli protagonisti nei loro processi di apprendimento e formazione, motivandoli all'attività di ricerca.

3. Il laboratorio di matematica ricreativa

Anche la partecipazione a giochi matematici a squadre o individuali (Olimpiadi della matematica, Giochi del Pristem dell'Università Bocconi, Kangourou, Premio A. Morelli, Matematica senza frontiere ed altri) a cui molte scuole, non solo del primo ciclo, aderiscono, sono di indiscutibile valore educativo e didattico ai fini di stimolare curiosità e creatività, indispensabili in un processo di apprendimento costruttivo e stabile nel tempo. Nel laboratorio, inteso come luogo non solo fisico in cui promuovere atteggiamenti di curiosità, di riflessione, di valorizzazione della consapevolezza degli apprendimenti e di sviluppo di attività di matematizzazione, si perseguono i seguenti obiettivi:

a) Obiettivi educativi:

1) Sviluppare dinamiche relazionali per lavorare in gruppo;
2) Riflettere sui processi messi in atto;
3) Essere consapevole delle proprie strategie messe in atto.

b) Obiettivi di apprendimento:

1) Applicare tecniche di calcolo, procedimenti, proprietà; eseguire misure;
2) Individuare relazioni: confrontare, ordinare, classificare;
3) Analizzare situazioni problematiche, individuare e applicare strategie risolutive in ambito aritmetico e geometrico: osservare, formulare ipotesi, progettare, verificare;
4) Argomentare: riferire un ragionamento, riconoscere un falso ragionamento, ottimizzare una strategia;
5) Comprendere e utilizzare gradualmente il linguaggio specifico, esprimersi in maniera organica e appropriata: usare rappresentazioni (schemi, tabelle,…), discutere e verbalizzare le esperienze.

Le azioni del docente, finalizzate al raggiungimento degli obiettivi cognitivi ed educativi prefissati saranno quelle di:

1) Organizzare gruppi di lavoro

2) Proporre problemi differenziati scoraggiando le soluzioni rapide e non meditate
3) Proporre anche problemi complessi, per imparare a semplificare, a schematizzare e a rappresentare
4) Favorire il dialogo, ascoltare senza giudicare, formulare domande anche provocatorie per rafforzare le conoscenze metacognitive
5) Richiedere di assemblare e riordinare i ragionamenti e le strategie adottate verbalizzando in forma scritta o orale la loro sintesi per assimilarne i concetti;
6) Lasciare una questione insoluta, come elemento sorpresa, per stimolare curiosità.

L'alunno, riflettendo su quello che fa, impara a lavorare in modo critico, a confrontarsi con i compagni e l'eventuale l'errore contribuisce a sviluppare capacità di inferenza, inducendo a riformulare ipotesi errate e a costruire nuova conoscenza da condividere con altri (Riflessione e consapevolezza). La dimensione sociale della conoscenza, nell'imparare dagli altri e con gli altri, valorizza, inoltre, i processi di apprendimento e la condivisione dei saperi (Apprendimento collaborativo).

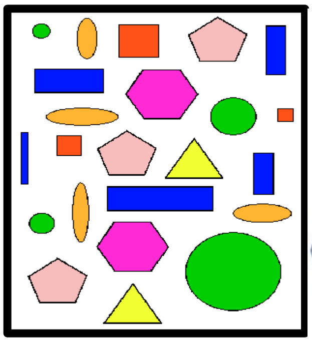
4. Proposte per la scuola primaria e secondaria di primo grado

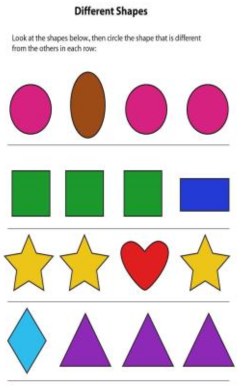
A titolo esemplificativo si propongono materiali dai quali trarre spunti di lavoro, alcuni dei quali tratti da libri molto antichi. Non viene specificata la classe ove proporli perché si vuol lasciare al docente la libertà di scegliere in base alla propria esperienza e alle reali situazioni in cui si trova ad operare (recupero di conoscenze pregresse, ma anche valorizzazione delle eccellenze). Si pone l'attenzione ai traguardi previsti dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione 2012, il cui filo conduttore è il seguente: "L'alunno riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria".
Per la Scuola dell'Infanzia, data la peculiarità dei campi di esperienza, si propone un'attività basata sul raggruppamento e la classificazione in linea col traguardo: il bambino raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, ne identifica alcune proprietà, confronta e valuta quantità; utilizza simboli per registrarle; esegue misurazioni usando strumenti alla sua portata.

Attività:

- raggruppare fiori presenti nel giardino della scuola o sui davanzali delle finestre delle aule, secondo criteri assegnati (in mancanza si può ricorrere ad immagini ritagliate);

- contare inconsapevolmente imparando a memoria una filastrocca con numeri e successivamente, contare fiori, foglie o petali …





Il gioco può essere realizzato con varianti diverse.

a) Occorrente: bambini e cerchi grandi.

Lo scopo è quello di fare entrare nel cerchio il numero di bambini scelti dalla maga. Si può partire da: nessun bambino nel cerchio blu, un bambino nel cerchio giallo, due bambini nel cerchio rosso…

b) Occorrente: oggetti diversi, cerchi, cartellini con i disegni delle quantità o dei numeri, nastro per attaccare i cartellini ai cerchi.

Si può giocare a coppie o a piccoli gruppi. Lo scopo è quello di portare il numero di oggetti scelti dalla maga nel cerchio con il cartellino sul quale sarà scritta la quantità corrispondente o quello di portare oggetti in numero maggiore o minore del numero scelto dalla maga nel cerchio che li rappresenta.

c) Occorrente: carte con la rappresentazione di frazioni, cerchi, cartellini con l'indicazione di frazione propria, impropria, apparente o decimale, nastro per attaccare i cartellini ai cerchi.

Si può giocare a coppie o a piccoli gruppi. Lo scopo è quello di portare la carta con le frazioni richieste nel cerchio corrispondente. Lo stesso gioco può essere proposto con i numeri decimali.

Il metodo della falsa posizione

"Di un albero $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ sono sottoterra. La parte di albero sotterranea misura 21 palmi. Qual è l'altezza dell'albero?"

Nota: il procedimento si rivela utile per affrontare la risoluzione di problemi algebrici riconducendoli ad equazioni lineari del tipo $ax = b$; il problema venne proposto da Leonardo Pisano detto Fibonacci nel suo Liber Abaci.

Soluzione: La lettura del testo richiede attenzione in quanto ai tempi di Fibonacci non si usavano i segni delle operazioni e la scrittura $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ va interpretata $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$. Ciò può essere l'occasione per discutere con la classe la nascita del simbolismo matematico. Si tratta, in sostanza, di determinare l'altezza di un albero i cui 7/12 cioè $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$, che si trovano nel sottosuolo, misurano 21 pollici. Per determinare l'altezza h dell'albero, si può scrivere: $\frac{7}{12} * \mathrm{h} = 21.$ Con questo metodo si assegna al valore cercato, in questo caso h, una "falsa posizione", cioè un numero intero scelto arbitrariamente e si valuta il risultato rispetto al valore noto, cioè 21. Si attribuisce ad h un multiplo di 12. Se l'albero misurasse 12 palmi, allora $\frac{7}{12}$di12 sarebbero 7 palmi, anziché 21. Poiché 21 è il triplo di 7, si deduce che l'altezza dell'albero è il triplo della falsa posizione, cioè il triplo di 12, ossia 36. L'albero, dunque, misura 36 palmi.

Le botti del vignaiuolo

Un vignaiuolo lasciò, morendo, ai suoi tre figli, 21 botti della stessa capacità, 7 delle quali piene di vino, 7 semipiene e 7 vuote. Come, secondo voi, furono ripartite egualmente tra i tre figli quelle botti, senza far uso di alcuna misura?

Risposta: Le 7 botti piene e le 7 semipiene equivalgono a 21 botti semipiene; pertanto ciascun figlio avrà ricevuto 7 botti semipiene, ossia: 3 piene e 1 semipiena, oppure 2 piene e 3 semipiene, o ancora 1 piena e 5 semipiene. Tenendo conto del fatto che ciascun figlio deve ricevere, comunque, 7 botti, piene o vuote che siano, si conclude che il problema ammette le seguenti soluzioni:

Prima soluzione					**Seconda soluzione**			
	Piene	**Semipiene**	**Vuote**			**Piene**	**Semipiene**	**Vuote**
A	**3**	**1**	**3**		**A**	**3**	**1**	**3**
B	**2**	**3**	**2**		**B**	**1**	**5**	**1**
C	**2**	**3**	**2**		**C**	**3**	**1**	**3**

Approfondimento: verificare che, con 24 botti delle quali 8 piene, 8 semipiene e 8 vuote si ottengono 4 soluzioni; con 27 botti, 3 soluzioni.

Dal "De viribus quantitatis" di Luca Pacioli: Riparto di monete

Tre persone si sono divise una quantità nota di oggetti, ad esempio 10 ducati, in parti che il "mago" indovinerà facendo eseguire mentalmente ai giocatori certe operazioni aritmetiche. Precisamente: il primo giocatore dovrà raddoppiare il numero degli oggetti presi; il secondo dovrà moltiplicare quanto in suo possesso per il numero degli oggetti iniziali, il terzo dovrà aggiungere 1 al numero degli oggetti iniziali e moltiplicare il risultato ottenuto per quanto in suo possesso. I tre giocatori dovranno poi sommare i tre numeri ottenuti e riferire il totale al mago che indovinerà i tre quantitativi di monete. Come farà?

Soluzione: il mago, moltiplicherà il numero degli oggetti iniziali +1 , per il numero degli oggetti iniziali e sottrarrà, dal risultato ottenuto, il totale che i tre giocatori gli avranno riferito; quindi, dividendo il risultato ottenuto per il numero degli oggetti iniziali meno uno, scoprirà che con il quoziente otterrà il numero degli oggetti posseduti dal primo giocatore, con il resto quelli posseduti dal secondo giocatore, infine, per trovare il numero degli oggetti posseduti dal terzo giocatore gli basterà fare la differenza".
Agli alunni, dopo attenta lettura, verrà chiesto di sperimentare il gioco con un numero di oggetti a scelta e di formalizzare, eventualmente, il procedimento descritto.

Dal Papiro di Rhind - L'enigma di Ahmes – 1650 a. C.
Il papiro di Rhind, risalente al 1650 a. C, conservato attualmente al British Museum di Londra, è uno dei più antichi documenti matematici oggi noti. Esso contiene da un lato numerose tavole di calcoli aritmetici e dall'altro una collezione di 87 problemi, alcuni geometrici, altri essenzialmente aritmetici. I primi riguardano il calcolo di superfici e volumi delle più comuni figure geometriche, gli altri sono per lo più relativi a divisioni di vettovaglie, conversioni di grano in pane, d'orzo in birra e calcolo di razioni. Il problema 79 sembra esulare da questi generi ed appartiene piuttosto al genere ricreativo.

Problema 79 – Dal Papiro di Rhind
"Sette case hanno sette gatti ciascuna. Ogni gatto uccide sette topi. Ogni topo avrebbe mangiato sette spighe di grano. Ogni spiga avrebbe prodotto sette misure di farina. Quante misure di farina sono state salvate dai gatti?"

Soluzione: 16.807 misure di farina: $7 * 7 * 7 * 7 * 7 = 7^5 = 16807$. Gli antichi egizi raggiunsero un buon livello matematico, come testimonia l'enigma di Ahmes, forse l'enigma matematico più antico del mondo, trovato nel papiro di Rhind (Ahmes fu lo scriba che compilò il papiro all'incirca nel 1650 a. C.). La soluzione è data dal quinto termine di una progressione geometrica nella quale il primo termine è 7 e la ragione 7.

L'indovinello di St.Ives
L'enigma di Ahmes ha ispirato molte varianti, come quella contenuta nel Liber Abaci (1202) di Fibonacci. Tra esse si può annoverare anche l'indovinello di St. Ives: "Mentre mi recavo a St. Ives incrociai un uomo con sette mogli. Ogni moglie portava sette borse. Ogni borsa conteneva sette gatte. Ogni gatta aveva sette gattini. Gattini, gatte, borse e mogli…in quanti stavano andando a St. Ives?

Soluzione: ovviamente solo uno. Tutti gli altri venivano da St. Ives.

Indovina il numero
Si invita una persona a pensare un numero e successivamente a effettuare questa serie di operazioni:

1) moltiplicare il numero pensato per 5;

2) aggiungere 6 al prodotto;

3) moltiplicare il risultato per 4;

4) aggiungere 9 al nuovo prodotto;

5) moltiplicare per 5 l'ultimo risultato ottenuto.

Comunicando il risultato al "Mago", questi sarà in grado di indovinare il numero pensato: come farà?

Soluzione: al mago, per trovare il numero pensato, è sufficiente sottrarre 165 dalla somma che gli viene comunicata e dividere il risultato per 100. Infatti, indicando con n il numero pensato, con le successive operazioni si ottiene:

a. 5n;
b. 5n + 6;
c. (5n + 6) × 4 = 20 n + 24;
d. 20n + 24 + 9 = 20 n + 33:
e. (20 n + 33) × 5 = 100 n +165

Quest'ultimo risultato giustifica la regola data: sottraendo 165 si ottiene 100 n; dividendo 100 n per 100, si ottiene n, cioè il numero pensato.

Mulini all'opera

10 mulini lavorando per 10 ore al giorno producono in 10 giorni 10 quintali di farina. Quanti quintali di farina è possibile produrre avendo a disposizione 16 mulini che lavorano 16 ore al giorno in 16 giorni?

Soluzione: un mulino, lavorando per una sola ora al giorno, produce ogni giorno

$$n = \frac{\frac{\frac{10 * 1}{10} * 1}{10} * 1}{10} = \frac{1}{100}$$

di quintali di farina. Di conseguenza 16 mulini, lavorando per 16 ore al giorno, producono in 16 giorni

$$m = 16 * 16 * 16 = 4096 \text{ quintali di farina.}$$

Pertanto, avremo: $\frac{1}{n^2} * m * m * m = \frac{m^3}{n^2} = \frac{4096}{100} = 40{,}96$ quintali di farina.

La corsa della gatta e del cane

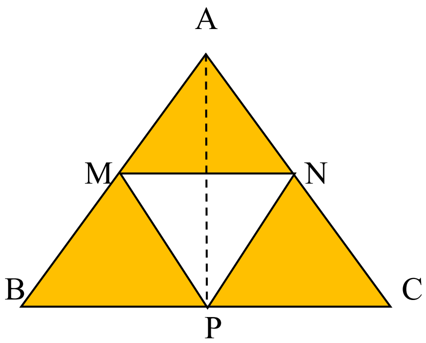
Una gatta e un cane ammaestrati fanno una gara di corsa su una distanza di 100 piedi e ritorno. Il cane fa tre piedi ad ogni balzo e la gatta ne fa solo due, ma essa fa 3 balzi per ogni due del cane. Chi vincerà la corsa?

Risposta: per coprire l'intero percorso, andata e ritorno, la gatta deve compiere 100 balzi. Il cane, invece, è costretto a compiere 102 piedi e ritorno: il suo 33° balzo lo porta soltanto a 99 piedi. Deve quindi fare ancora un balzo che lo porta ad oltrepassare il traguardo di

2 piedi. Quindi il cane, per coprire l'intero percorso, deve fare complessivamente 68 balzi. Poiché la frequenza dei suoi balzi corrisponde ai 2/3 di quella della gatta, nel tempo in cui questa compie 100 balzi, il cane ne può fare al massimo 67. Vince, pertanto, la gatta.

Il bastone rotto

Il re di Aci Picchia, appassionato di giochi matematici, promette di lasciare in eredità parte del suo regno, alla persona che riesce a calcolare la probabilità che, rompendo a caso un bastone da passeggio, i tre pezzi possano formare i lati di un triangolo. Vuoi provare a risolverlo? Vincenzo Viviani (1622-1703), matematico e scienziato, fu allievo di Torricelli e nel 1639, a 17 anni, fu anche assistente di Galileo. Per un suo teorema la somma delle distanze dai lati di ogni punto interno (detto punto di Fermat) a un triangolo equilatero è uguale all'altezza del triangolo. Consideriamo, allora, il triangolo equilatero ABC, la cui altezza risulti uguale alla lunghezza del bastone. Costruiamo ora il triangolo equilatero, interno al triangolo ABC, congiungendo i punti medi dei lati del triangolo ABC. (vedi fig.)



Preso un punto interno al triangolo MNP, consideriamo i tre segmenti di perpendicolare condotti dal punto considerato ad ogni lato del triangolo ABC. La somma di queste tre perpendicolari è costante ed è uguale all'altezza del triangolo, che è pari alla lunghezza del bastone. I tre segmenti formeranno un triangolo solo quando il punto è interno al triangolo MNP. In tal caso nessuna delle tre perpendicolari sarà maggiore della somma delle altre due, che è la condizione perché formino un triangolo. D'altra parte, se il punto è esterno al triangolo MNP, una delle tre perpendicolari è certamente maggiore della somma delle altre due. Poiché l'area del triangolo MNP è $\frac{1}{4}$ dell'area del triangolo ABC cioè: $\delta = \frac{A(MNP)}{A(ABC)} = \frac{1}{4}$, la probabilità che un punto cada al suo interno è data proprio dal rapporto fra le due aree. Tale probabilità sarà, quindi, uguale a:

$$p = \frac{1}{4}$$

Divisibilità per 11

L. Carroll stabilì un curioso criterio di divisibilità di un numero per 11 procedendo in questo modo:

1) se il numero da controllare ha più di due cifre, togliere la cifra delle unità del numero dato e sottrarre tale cifra dal numero così ottenuto;

2) ripetere il procedimento fino ad ottenere un numero di due cifre e, se questo è divisibile per 11, allora lo è anche il numero di partenza.

Ad esempio, verifichiamo se 385462 è divisibile per 11.

1) Da 385462 togliere la cifra delle unità (2);
2) Si ottiene 38546
3) Sottrarre questa cifra (2) dal numero così ottenuto;
4) $38546 - 2 = 38544$
5) Ripetere il procedimento;
6) $3854 - 4 = 3850$
7) $385 - 0 = 385$
8) $38 - 5 = 33$

Il numero 33 è divisibile per 11. Pertanto, in base al criterio formulato, risulta divisibile per 11 anche il numero assegnato 385462.

Quesito: Il numero 12345678895 è divisibile per 11? Provate a rispondere

Risposta: applicando il criterio stabilito precedentemente si ottiene:

12345678895 1234567884 123456784 12345674 1234563 123453 12342

1232 121 11.

Il numero dato 12345678895 è, quindi, divisibile per 11.

I buoi di Augia

Il potente Alcide chiese ad Augia quanti fossero i suoi buoi. Il re così gli rispose: "Sulle sponde dell'Alfeo ce ne sono la metà, un ottavo della mia mandria è al pascolo sulla collina di Saturno, un dodicesimo nei pressi di Taraxippo, un ventesimo pascola nei pressi della divina Elide. Ne lascio un trentesimo sull'erba dell'Arcadia e tu vedi qui il resto della mandria, cinquanta buoi". Quanti buoi possedeva Augia?

Risposta:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{95}{120}$$

Sappiamo così che i $\frac{25}{120}$ del numero totale di buoi è uguale a 50. Il numero totale di buoi è quindi:

$$\mathrm{N}=\frac{120}{25}\times 50=120\times 2=240$$

Palline bianche e nere

Una borsa contiene una pallina ma non sappiamo se è bianca o nera. Si introduce una pallina bianca nella borsa, la si agita e poi si estrae una pallina che risulta bianca. Quante probabilità ci sono a questo punto di estrarre una pallina bianca?

Soluzione: Indichiamo con N e B_1 le due palline che si trovano all'inizio nella borsa, e con B_2 la seconda pallina bianca che introduciamo successivamente. Dopo aver estratto una pallina bianca, ci sono tre situazioni possibili, indicate dallo schema seguente:

Nella borsa	Fuori dalla borsa
B_1	B_2
B_2	B_1
N	B_2

Due delle tre situazioni possibili prevedono che resti nella borsa una pallina bianca. Di conseguenza la probabilità di estrarre una pallina bianca è $p = \frac{2}{3}$

Nota: l'esercizio si presta per essere risolto anche con un diagramma ad albero per sottolineare la presenza della probabilità condizionata.

L'uovo sodo

Un uovo deve cuocere in 9 minuti. Come si può contare questo tempo servendosi di due clessidre da 5 minuti e da 7 minuti?

Soluzione: Si fanno partire le due clessidre piene. Dopo 5 minuti, una delle due è vuota. A questo punto, si mette l'uovo nell'acqua. Due minuti dopo la seconda clessidra è vuota. La si capovolge. Dopo 7 minuti è vuota e l'uovo è cotto; alternativamente si possono far partire entrambe le clessidre e, contemporaneamente, mettere l'uovo nell'acqua. Dopo 5 minuti si gira la clessidra piccola. Due minuti dopo (quando la clessidra grande sarà vuota), la si gira ancora una volta.

Una partita a dadi

Si gioca con due dadi e si vince un euro se esce 9 come somma del punteggio dei due dadi, si perde un euro se esce come somma 7. Non si vince e non si perde nulla se escono altri numeri. Può essere conveniente partecipare a questo gioco?

Soluzione: ad ogni lancio il numero di casi possibili è 36, mentre le coppie di numeri con somma 9 sono quattro:

$$(3,6)\ (4,5)\ (5,4)\ (6,3)$$

La probabilità che esca 9 è quindi:

$$p_9 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Le coppie di numeri possibili con somma 7 sono sei:

$$(1,6)\ (2,5)\ (3,4)\ (4,3)\ (5,2)\ (6,1)$$

Quindi la probabilità che esca 7 è:

$$p_7 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Poiché le due probabilità non sono uguali, il gioco non è equo ed è preferibile non giocare. Infatti la speranza matematica è negativa dato che la perdita è maggiore della vincita $\left({}^{6}\!/_{36} > {}^{4}\!/_{36}\right)$.

Fanti e cavalieri

Il conte di Settebagni vuole organizzare un proprio esercito di fanti e cavalieri. Vuole spendere 255.000 ducati per i soldati a cavallo, a ognuno dei quali vuole dare 8 ducati e mezzo e li vuole pagare per sei mesi. Vuole invece spendere 45.000 ducati per i soldati a piedi, a ognuno dei quali vuole dare due ducati e mezzo, pagandoli per sei mesi. Si chiede quanti fanti potrebbe arruolare e quanti cavalieri?

Soluzione: se ogni soldato a cavallo percepisce 8 ducati e mezzo al mese, per sei mesi, il conte spenderebbe per ciascuno: $\left(8 + \frac{1}{2}\right) * 6 = 51$ ducati.Se i soldati a cavallo fossero 1000, spenderebbe: $51\text{ducati} * 1000 = 51.000$ ducati. Se vuole spendere 255.000 ducati, cioè 5 volte 51.000, avrà 5.000 soldati a cavallo. Per i soldati a piedi, se fossero 1000, avrebbe una spesa, nei primi sei mesi previsti, di:

$$\left(2 + \frac{1}{2}\right) * 6 * 1000 = 15.000 \text{ ducati}$$

Ma, volendo spendere 45.000 ducati, cioè tre volte tanto, avrà:

$$1000 * 3 = 3.000 \text{ soldati a piedi}$$

Pertanto il conte della contea di Settebagni può disporre, per sei mesi, di un esercito costituito da 3.000 fanti e 5.000 cavalieri.

Calcoli curiosi

1. Inserite nella calcolatrice un numero di tre cifre (per esempio 174);
2. Ripetetelo, ottenendo 174.174;
3. Dividete questo numero per 7;
4. Dividete il risultato per 11;
5. Dividete ancora per 13.

Si ottiene il numero che avete scelto all'inizio. Sapete giustificare il perché?

Soluzione: $13 * 11 * 7 = 1001$. Se si moltiplica un numero di tre cifre abc per 1001, il risultato è: abcabc, perché moltiplicando abc per 1000, si ottiene: a b c 0 0 0, a cui bisogna poi sommare ancora abc per moltiplicarlo per 1001. In termini formali:

$$\text{abc} * 13 * 11 * 7 = \text{abc} * 1001 = \text{abc} * (1000 + 1) =$$

$$\text{abc} * 1000 + \text{abc} = \text{abc000} + \text{abc} = \text{abcabc}$$

Ancora calcoli curiosi

Ai matematici piace generalizzare. Supponiamo di partire da un numero di quattro cifre, per esempio 6848. Per cosa bisogna moltiplicarlo per ottenere $6848\ 6848$? E per un numero di cinque cifre, per esempio 35.768 , per ottenere $35768\ 35768$?

Soluzione: il procedimento è del tutto simile a quello indicato per il numero di tre cifre. Per un numero di quattro cifre lo si può fare in due passi: 1) Moltiplicare prima per 73; 2) poi per 137 perché $73 * 137 = 10.001$. Difatti, se indichiamo con abcd un numero di quattro cifre, avremo:

$$\text{abcd} * 73 * 137 = \text{abcd} * 10.001 = \text{abcd} * (10.000 + 1) = \text{abcd} * 10.000 + \text{abcd}$$
$$= \text{abcd0000} + \text{abcd} = \text{abcd abcd}$$

Generalizzando, quindi, per un numero di cinque cifre basta moltiplicare il numero assegnato per 100.001.

Un uomo politico onesto

Ad un congresso erano riuniti 100 uomini politici. Ognuno di loro era o corrotto o onesto. Si conoscono i due seguenti fatti:

1. Almeno uno dei politici era onesto;
2. Presi due politici qualsiasi, almeno uno dei due era corrotto.

Si può determinare da questi due fatti quanti erano i politici onesti e quanti i corrotti?

Soluzione: Supponiamo che almeno una persona è onesta. Scegliamo a caso una persona onesta, il cui nome, diciamo è Frank. Ora scegliamo un altro dei 99 rimanenti; lo chiameremo John. Dal secondo dato del problema, almeno una dei due, Frank o John, è corrotto. Dato che Frank non è corrotto, deve esserlo John. E poiché John rappresenta arbitrariamente ognuna delle 99 rimanenti persone, ognuna di loro deve essere corrotto. Quindi la risposta è "una persona è onesta e 99 sono corrotte".

Altro modo di dimostrarlo: L'affermazione che, date due persone qualsiasi, almeno una di loro è corrotta, è equivalente all'affermazione che date due persone qualsiasi, non sono entrambe oneste. In altre parole, non ci sono due persone oneste. Ciò significa che, al massimo, una è onesta. Inoltre (dalla prima condizione) almeno uno dei due è onesto. Dunque c'è esattamente una persona onesta. Quale prova preferite?

Partita a tre

Tre giocatori convengono che ad ogni partita il perdente raddoppi il denaro degli altri due. Dopo tre partite perse nell'ordine, la prima dal primo giocatore, la seconda partita dal secondo e la terza dal terzo, chiudono il gioco avendo ognuno 24 franchi. Quanto denaro aveva ognuno di essi all'inizio?

Soluzione: Alla fine, ogni giocatore aveva 24 franchi: 24 24 24

Prima di quest'ultima partita, i due giocatori vincenti avevano la metà di denaro, mentre il perdente aveva 24 franchi in più: 12 12 48

Prima della seconda partita, persa dal secondo giocatore, il primo e il terzo avevano la metà e quindi il secondo 30 franchi in più: 6 42 24

E prima di questa partita, il secondo e il terzo avevano la metà e quindi il primo aveva 33 franchi in più che ha dovuto distribuire agli altri due: 39 21 12

All'inizio del gioco, quindi, le somme in possesso di ciascun giocatore erano:

39, 21, 12 franchi

E per concludere … un test Invalsi

Come già sottolineato, nell'insegnamento della matematica bisognerebbe privilegiare il ragionamento rifuggendo dall'applicazione meccanica di formule e lasciando ampio spazio alla creatività. In fondo, una formula è la sintesi finale di un ragionamento e spesso la sua applicazione pura e semplice maschera il ragionamento ad essa sotteso. In quest'ottica si analizzano, di seguito, alcune domande poste nelle prove Invalsi e se ne presentano ipotesi di soluzioni.

Cereali e frutta

Su una confezione da 250 g di cereali e frutta secca sono riportate le seguenti informazioni:

Zucchero	47,5 g
Proteine	20 g
Amido	155 g
Grassi	3,8 g
Fibre	11,3 g
Sale	2,5 g
Altro	9,9 g

Qual è la percentuale di fibre presenti nella confezione?

a) 4,52 % b) 0,11 % c) 31,30 % d) 22,12 %

Rispondere al quesito ipotizzando di non avere a disposizione alcuno strumento di calcolo

Soluzione: Dalla tabella si deduce facilmente che in una confezione di 500 g = 250g × 2 ci sarebbero 11,3 g × 2 = 22,6 g di fibre. Quindi poiché 100 è un quinto di 500 in 100 g di frutta secca e cereali sarebbero contenuti un quinto di 22,6 g; tale valore è un po' meno di 5 e un po' più di 4 quindi la risposta è la A. Il problema non è stato risolto semplicemente pigiando i tasti di una calcolatrice che i ragazzi fanno quasi automaticamente in maniera acritica; la risoluzione non ha richiesto l'uso della calcolatrice e questo è servito anche a rafforzare il calcolo mentale. In questo caso il calcolo mentale contribuisce anche all'acquisizione consapevole del concetto di percentuale, la qual cosa non avverrebbe applicando semplicemente delle formule imparate a memoria.

5. Conclusioni

"*…la mente non ha bisogno, come un vaso, di essere riempita, ma, come legna da ardere, ha bisogno solo di una scintilla che la accenda, che vi infonda l'impulso alla ricerca e il desiderio della verità*" (Plutarco, Moralia, De audiendo)

Il ragionamento matematico ha una sua complessità; vanno, quindi, individuate le strategie più opportune affinché nell'alunno si attivino quei processi cognitivi che lo rendano possibile. L'apprendimento della matematica pertanto, non può essere basato sulla manipolazione di simboli e affidato ad una trasmissione cattedratica del sapere, bensì deve fondarsi sulla costruzione di concetti attraverso itinerari che, partendo dall'attività ludica, vedano l'alunno impegnato attivamente in esperienze significative che gli facciano comprendere come la matematica sia parte della realtà che lo circonda. Sono proprio queste esperienze a sollecitare la sua capacità di analisi e di intuizione, la sua curiosità e la sua fantasia consentendogli di:

1) Fare esperienza;
2) Riflettere su quanto ha esperito;
3) Memorizzare l'esperienza fatta;
4) Riutilizzare l'esperienza in situazioni che riconosce in qualche modo analoghe alle precedenti.

In poche parole di mettere in atto le sue competenze!!

Poiché l'ambiente di apprendimento è di fondamentale importanza, compito del docente deve essere quello di creare un'atmosfera che incoraggi alla partecipazione attiva degli alunni secondo le proprie capacità, nell'accettazione delle diversità e riconoscendo nell'errore un'occasione importante di ulteriore apprendimento. Tutto ciò può essere garantito da una didattica laboratoriale in quanto essa consente agli studenti di fare esperienze dirette, di agire in prima persona, di mettere in pratica i concetti appresi. Poiché le attività vengono, inoltre, svolte in gruppo, tutti gli alunni devono interagire con gli altri, devono cooperare e devono rispettare gli accordi presi collegialmente. Le più recenti norme legislative relative alla riforma della scuola fanno più volte riferimento al laboratorio inteso come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta ed esperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, ovvero come una "modalità di lavoro che incoraggia la sperimentazione e la progettualità". La didattica laboratoriale trova le sue origini già nei principi pedagogici di Comenius e Pestalozzi, ma il suo sviluppo si deve a Dewey che addirittura fondò a Chicago una scuola laboratorio per attuare le sue idee di scuola attiva. Storicamente il problema del metodo didattico è stato in alcune epoche esaltato (Comenius, Pestalozzi, Herbart) in altre sottovalutato (idealisti italiani). Nel tempo sono stati proposti vari metodi: globale, naturale, direttivo, razionale, lavoro di gruppo, ricerca guidata, studio individuale, lezione cattedratica, Problem solving, Mastery learning ecc. Tutti gli studi hanno, però, messo in evidenza che è praticamente impossibile teorizzare uno o più metodi che abbiano una validità universale. La scuola e i docenti, primi fra tutti, devono trovare le strategie per motivare i giovani e spingerli a frequentare la scuola con lo stesso interesse con cui frequentano le altre associazioni o gruppi di amici. Come fare? Quale strategia usare? Come si fa a superare l'attuale situazione di difficoltà nella quale gli alunni sono in massima parte demotivati e disinteressati allo studio? Bisogna trovare la strategia giusta, o con parole ricorrenti frequentemente in ambito scolastico, il giusto metodo didattico, cioè l'insieme delle strategie che i docenti adottano per la realizzazione del progetto didattico, ricordando che la scelta di un particolare metodo non si può imporre a priori ma è un fatto del tutto personale. La fisionomia professionale che si impone oggi deve essere, quindi, quella del docente ricercatore, fisionomia peraltro, già introdotta, oltre che da tanta letteratura pedagogica e didattica, anche nei testi ministeriali, dove si fa riferimento all'insegnante riflessivo e ricercatore, critico e creativo, metacognitivo, riflessivo, relazionale (legge n. 30/2000 sul riordino dei cicli scolastici). Tali termini dovrebbero significare, da un lato, consapevolezza delle proprie scelte metodologiche in ragione anche della opzione teorica e dei modelli di riferimento, dall'altro la scelta consapevole dell'insegnante di stare nella complessità e di educare nella e per la complessità e, in questa direzione, di assumere la responsabilità di co-costruire il cambiamento attraverso la propria professionalità e la propria formazione.

Concludiamo queste brevi considerazioni riportando le parole che Jules Michelet pronunciò in occasione dell'apertura del Corso di matematica presso il Collège de France nel lontano 29 dicembre 1842: «Devo ringraziare le persone compiacenti che raccolgono le mie lezioni, …. Da me a voi …, tutto può dirsi. Sembra che uno solo parli, qui: errore, anche voi parlate. Io agisco e voi reagite, io insegno e voi m'insegnate…", per, poi, salutarvi ricordando i

10 COMANDAMENTI PER L'INSEGNANTE DI G. POLYA (1971)

1. Abbi interesse per la tua materia.
2. Conosci la tua materia.
3. Conosci i modi secondo i quali si impara: il migliore modo per imparare una cosa è scoprirla da soli.
4. Cerca di leggere sul viso degli studenti, cerca di capire le loro aspettative e le loro difficoltà; mettiti al loro posto.
5. Dai loro non soltanto informazioni, ma anche sapere come, attitudini mentali, abitudine al lavoro metodico (non dare solo definizioni, teoremi, dimostrazioni di teoremi; fornisci anche metodi e strumenti)
6. Fai loro imparare ad indovinare.
7. Fai loro imparare a dimostrare.

8. Cerca quegli aspetti del problema in questione che possono essere utili per problemi futuri, cerca di mettere in evidenza lo schema generale che sta dietro la situazione concreta presente.
9. Non rilevare subito il tuo segreto, fallo indovinare dagli studenti prima di dirlo, fai loro scoprire da soli quando è possibile
10. Suggeriscilo, non forzarlo.

Bibliografia

Alcuino di York (2005), Giochi matematici alla corte di Carlo Magno, Problemi per rendere acuta la mente dei giovani, ETS, Pisa

Bachmakov M. (2008), La matematica del Club Olimpico Kangourou, Edizioni Kangourou Italia (Tradizione a cura di B. Mastracchio)

Boyer C., (1976), Storia della Matematica, ISEDI, Milano.

D’Amore B. (2001), Elementi di didattica della matematica, Pitagora, Bologna

De Finetti B. (1967), Il saper vedere in matematica, Loescher

Devlin K. (2000), Dove va la matematica, Bollati Boringhieri, Torino

Frabetti C. (2016), La matematica della natura, la natura della matematica, Hachette

Gardner M. (2001), Enigmi e giochi matematici, trad. it. Rizzoli

Lucchetti R. (2001), Di duelli, scacchi e dilemmi, La teoria matematica dei giochi, Paravia

Moscovich I. (2016), Matemagica, Rizzoli, Milano (Traduzione Mauro Gaffo)

Stabler E. (1990), Il pensiero matematico, Universale scientifica Boringhieri, Torino

Peiretti F. (2012), Matematica per gioco, Longanesi e C., Milano

PISA (2012), Problem Solving Framework in PISA 2012, OECD Pub. 2013

Polya G. (1967), Come risolvere i problemi di matematica, Feltrinelli, Milano

Polya G. (1971), La scoperta matematica. Capire, imparare e insegnare a risolvere i problemi, Feltrinelli, Milano (nuova edizione UTET Università di Torino, 2016)

Mondo Matematico e Dintorni, Vol 1, No 1-2 (2018), 99-114

Un modello di metodologia didattica per progettare

Renata Santarossa

Dipartimento di Architettura, Università “Federico II”,
Via Forno Vecchio, 36 - Napoli
renata.santarossa2@unina.it

Sunto

Questo lavoro è particolarmente significativo sotto il profilo metodologico-didattico per la funzione formativa che assume il metodo scientifico per la costruzione di attività didattiche che rafforzano la motivazione.

Il metodo scientifico, nella progettazione dei percorsi formativi, permette agli studenti di non fruire passivamente della conoscenza e nel contempo vuole essere la risposta ad un modello organizzativo scolastico immobile della prassi didattica. Si tratta di costruire delle attività partendo dalla osservazione di un fenomeno, utilizzando, poi, dati sperimentabili, osservabili e controllati dagli strumenti di spiegazione, previsione e verifica (meccanismi di controllo).

La costruzione e l’uso di un modello scientifico sono attività che possono assumere un potente valore formativo per l’insegnamento di tutte le discipline. Quando si utilizza il metodo scientifico bisogna tener presente che deve sviluppare negli studenti l’operatività, pertanto è importante che il docente progetti e organizzi le attività ad un livello astratto, ipotizzi il percorso formativo che intende seguire partendo dalla ricerca dei termini e dei loro significati per poi predisporre i collegamenti (i saperi) tra gli oggetti formalizzati. In questo modo è possibile che lo studente raggiunga una conoscenza della realtà oggettiva, non falsificabile e condivisibile. I modelli cognitivi sono pertanto oggetti concreti da manipolare, che sviluppano le capacità di astrazione stimolando, per analogia, la ricerca di altre strutture che apparentemente si presentano differenti tra loro. Per il docente progettare le attività formative utilizzando il metodo scientifico significa seguire una successione ordinata di fasi didattiche: fase ipotetica e fase deduttiva ed essere in grado di organizzare le conoscenze, prevedere i risultati e valutare i limiti ed i livelli di accettabilità dell’ipotesi (progettazione).

Il percorso cognitivo che è possibile individuare nell’attività didattica che segue, fornisce allo studente un valido strumento mentale in quanto, staccandosi sempre di più dall’oggetto (in senso figurato), lo percepisce oggettivamente e dunque acquisisce conoscenza della realtà oggettiva, affidabile, verificabile e condivisibile.

Parole Chiave: Metodo scientifico**.** Modelli cognitivi. Oggetti della conoscenza. Conoscenza oggettiva. Inerzia cognitiva.

1. Introduzione

Il metodo scientifico con cui il docente costruisce i percorsi didattici, presuppone la conoscenza di un insieme di teorie dell'apprendimento e metodologie didattiche utili per realizzare il successo formativo di ciascuno studente. L'obiettivo di questo lavoro è quello di realizzare un modello formativo rivolto ad analizzare, studiare, comprendere, quantificare ed elaborare il grado di conoscenza/competenza raggiunto dal soggetto in formazione.
Esso si realizza nelle seguenti fasi:

I. Contestualizzazione, identificazione e analisi degli oggetti della conoscenza e degli eventi da utilizzare;
II. Fase di osservazione e di scoperta per classificare gli oggetti della conoscenza;
III. Laboratorio per individuare le categorie; esse consentono di attribuire delle caratteristiche e proprietà comuni agli oggetti;
IV. Costruzione dei significati della conoscenza (formulare ipotesi);
V. Verifica formativa.

Tra le più importanti abilità che uno studente dovrebbe acquisire durante la sua esperienza scolastica c'è sicuramente quella di sapersi confrontare con la realtà e saperla interpretare. Si tratta di una abilità-capacità realmente complessa; in effetti è la sintesi di diverse competenze e conoscenze che lo studente deve essere abile ad attivare contemporaneamente in matematica, nelle scienze, nella fisica, nella biologia, nella chimica, nell'economia… e che permettono di avere un quadro generale di riferimento nel momento in cui si dovranno studiare i fenomeni reali.
Ogni interpretazione, ogni teoria scientifica, ogni schema concettuale, viene oggi definito attraverso un modello che rappresenta in maniera concreta una parte della realtà, resa in tal modo esplorabile e comunicabile.
Un modello è una rappresentazione parziale del reale, di cui vengono messi in risalto gli aspetti significativi.
Nell'area scientifica ogni contenuto e ogni idea è nei fatti rappresentata e formalizzata da un modello (modelli atomici, modelli di reazioni chimiche, modelli di astronomia, modelli di strutture di cristalli, ecc.)
L'uso dei modelli è un importante metodo di indagine scientifica; il modello rappresenta un tentativo di spiegazione, ossia una ipotesi.
In questa attività viene utilizzato un procedimento di indagine, strettamente connesso al concetto di *esperimento* che si rappresenta con il metodo scientifico o ipotetico-deduttivo, sviluppato da Galileo, sul quale si incentra il processo di modellizzazione.
Il sapere può essere definito come una vasta mappa di modelli in continuo sviluppo e in connessione tra loro. Poiché le scoperte scientifiche sono in continua evoluzione la costruzione di modelli si svolge attraverso successivi arricchimenti nel tempo. Una stessa realtà può essere "modellizzata" facendo uso di strumenti differenti; ad esempio

si utilizzano modelli di tipo iconico se si vuole far cogliere le proprietà di un oggetto attraverso le immagini. Così si arriva direttamente a ciò che si vuole descrivere.
Si usano modelli di tipo analogico quando una caratteristica viene modificata in modo proporzionale al variare della proprietà rappresentata, si usano modelli di tipo simbolico quando si trattano valori quantitativi, adatti ad esprimere rapporti e variazioni.

2. Esempio di Attività

Alla scoperta dei segreti della natura

Abilità	**Conoscenze**	**Collegamenti**
Affinare le capacità di orientamento e sensoriali attraverso l'osservazione della Natura. Riconoscere le piante di un ambiente. Riconoscere e individuare l'algoritmo in un ragionamento.	La biosfera e la funzione dei suoi componenti. Classificazione delle piante. Conoscere la funzione degli organi delle piante.	Scienze Educazione all'ambiente Laboratorio linguistico Laboratorio scientifico Laboratorio di matematica

Contesto

Nell'investigazione della natura gli antichi non avevano certo trascurato l'osservazione e l'esperienza: Aristotele era stato anche sotto questo aspetto un maestro. Poi, soprattutto nel corso del Medioevo, aveva finito per prevalere l'idea che la conoscenza trovasse la sua naturale forma di espressione nel commento dei testi antichi (principio di autorità). Solo lentamente ed a prezzo di notevoli battaglie, tra il Cinquecento ed il Seicento i moderni riuscirono ad imporre una nuova filosofia della storia (progresso) ed un nuovo modo di considerare la conoscenza scientifica: il metodo sperimentale.

L'attività è adatta particolarmente ai bambini del primo ciclo che, nell'investigare la natura, rafforzeranno la consapevolezza delle loro capacità creative (inventare fiabe, leggende di fiori ed alberi), di manipolazione, ad esempio legata al giardinaggio, in un contesto di gioco e attività ludiche e di simulazione (essere una farfalla, essere…).

Ipotesi didattica

I bambini saranno guidati alla scoperta dei fenomeni naturali del "mondo scientifico" partendo proprio dal mondo della natura. L'esperienza sensoriale (dei cinque sensi) che i bambini faranno partecipando ad una escursione didattica, favorirà un comportamento indagativo e osservativo, che si cercherà di far assumere loro, affinché, attraverso questa esperienza reale, abbiano sempre più conferme del proprio modo di sentire.
Distinguere i colori, cogliere le sfumature dei colori, essere attenti alle differenze tra le tante forme che ci offre la natura; toccare con mano la consistenza degli oggetti della natura: cortecce, fiori e foglie; scoprire odori e profumi di fiori ed erbe aromatiche, costituiscono delle abilità percettive che si affinano nel tempo. I livelli percettivi inoltre, caratterizzano l'apprendimento.
Quando si osserva un ambiente naturale, generalmente si è favorevolmente colpiti dalle cose grandi, invece risulta essere anche molto interessante scrutare il microambiente, ossia avere la possibilità di avvicinarci a quegli esseri animali o vegetali che non sono facilmente visibili, ma che contribuiscono come tutti gli altri alla vita e pertanto non possono essere ignorati. Dove vivono gli insetti, dove si nascondono, come si riproducono? Come fanno quelle piante che si sviluppano sotto terra a crescere? Come si può comprendere il codice biologico legato alla complessità di vita degli esseri viventi?
Si cercherà di dare una risposta a tutte le domande. Si cercheranno allora le conoscenze che faranno da supporto all'attività. Saranno conoscenze opportunamente selezionate e riferite agli obiettivi cognitivi che si intendono conseguire. Devono essere conoscenze "in attesa" ossia sempre presenti nelle immagini mentali del bambino, affinché possano essere continuamente riprese e rafforzate ed ampliate nel corso delle successive esperienze scolastiche.

3. L'insegnante programma una escursione didattica.

Osservazione e scoperta
Passeggiando in un bosco, oppure andando all'Orto Botanico gli alunni potranno osservare i colori, il comportamento degli insetti, la loro postura o livrea, la forma e lo sviluppo delle piante presenti.
L'obiettivo di questa esperienza è che i bambini comprendano quale meccanismo ha trovato la Natura per preservarsi.
Metodi particolarmente efficaci in questi casi, risultano essere le conversazioni descrittive e educative, soprattutto quando si richiede il passaggio dalle idee di senso comune a quelle formali o comunque disciplinari.
Questa fase iniziale è rivolta esclusivamente a guidare gli alunni all'osservazione: al come osservare, che cosa osservare e quindi a fare delle deduzioni.

Ha senso attualizzarla solo se si ha la disponibilità di poter organizzare una visita guidata all'Orto Botanico, oppure qualunque altra escursione didattica in ambienti naturali: un bosco, la riva di un fiume, le pendici di un vulcano……, un ambiente in cui i bambini possano camminare, vedere, toccare, in qualche modo "vivere" direttamente l'esperienza di integrazione con il mondo della natura.
Queste occasioni sono importanti per arricchire le conoscenze che i bambini posseggono in modo pregresso, perché fanno parte del loro vissuto e perché acquisite con il solo uso dei sensi.
L'attività si costruisce proprio a partire dalle idee comuni dei bambini e gradualmente si arricchirà di contenuti man mano che l'insegnante riterrà opportuno integrarla con le conoscenze disciplinari riferite al contesto culturale della classe.

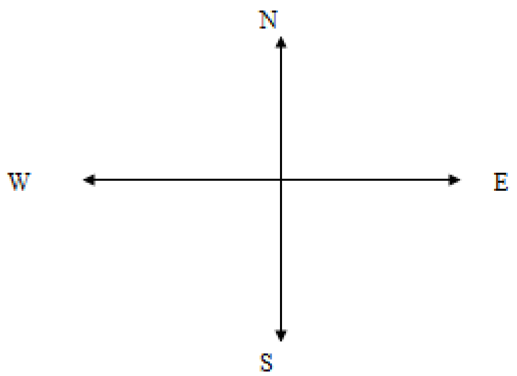
Osservazione - esplorazione
L'insegnante predispone una scheda che deve essere una guida all'osservazione ed esplorazione.

CONSEGNA

L'insegnante divide la classe in gruppi (tanti quanti sono i possibili percorsi da fare), ad ogni gruppo assegna un percorso.
Si richiede:
capacità organizzativa (per la distribuzione dei compiti);
orientamento;
capacità espositiva (trovare i termini giusti per dire ciò che si vede…).
In questo caso può sembrare eccessivo dare una consegna vincolante e con richieste È specifiche, soprattutto se la classe non ha ancora affrontato questioni di botanica o di zoologia. una strategia che adopera l'insegnante per fare in modo che l'alunno sappia di che cosa deve servirsi e si predisponga all'uso. Per quanto riguarda la capacità espositiva, l'intento non è quello di pretendere l'uso di una terminologia specifica, ma quello di sollecitare lo sforzo intellettivo dei bambini affinché possano ricercare il termine più adatto.

SCHEDA

Costruisci una mappa del luogo che andrai ad esplorare.
(Aiuto: potresti per esempio annotare oggetti, cose, punti di riferimento che aiutino ad individuare la tua posizione all'interno del…)



- ❖ Quali colori predominano?
- ❖ Quali piante incontri?
- ❖ Vedi qualche paesaggio? Se si, puoi riconoscere il paese?
- ❖ Esiste qualche fiume o ruscello?
- ❖ Quali sono gli odori che senti? Li sai associare a qualcosa che vedi?
- ❖ Vi sono piante molto grandi?
- ❖ Osserva i **fusti** delle piante che incontri.

Discussione in classe
La discussione segue l'ordine delle domande della scheda. I bambini avranno modo di esprimersi, ma non sempre troveranno il termine appropriato, chiameranno allora "cose" di cui posseggono una conoscenza sensibile, altri riusciranno a ricordare qualche termine specifico, forse perché è lo stesso che si adopera nel linguaggio naturale.
Generalmente, quando i bambini hanno troppe cose da dire, come in questa esperienza, generano confusione e discorsi poco chiari. L'insegnante, allora, dopo aver fatto parlare tutti, rimette in ordine le idee e alla lavagna fa scrivere tutti i termini utilizzati. Nel corso della discussione in classe i bambini dovranno rendersi conto di aver usato termini appropriati e altri non appropriati, quindi separeranno gli uni dagli altri.
Discutere sulle parti di una pianta non è semplice perché la struttura di una pianta è articolata, allora sarà opportuno capire quali sono i concetti che la classe già possiede e su questi poi costruire le nuove conoscenze.
Per esempio, pensate di voler spiegare il fusto partendo da una definizione:
Il fusto è la struttura portante delle piante; serve a sostenere le foglie all'altezza e nella posizione adatta ed a trasportare l'acqua ed i sali minerali dalle radici alle foglie, nonché la linfa da queste a tutto il corpo superiore della pianta.
Quale apprendimento potrebbe generare il rigore di una definizione che con la sua rigidità non consente commenti? È possibile pensare che tutti possano aver compreso il significato del termine leggendo dal libro di testo o ascoltando la definizione dalla voce dell'insegnante?

L'apprendimento si genera solo se il bambino collabora mentalmente, emotivamente e fisicamente alla costruzione dei significati, di ciò che apprende ponendosi delle domande; più che dalla definizione, l'apprendimento risulterà facilitato dall'acquisizione del concetto di fusto mediante la sua funzione.
Per questo è importante, nella fase esplorativa, che i bambini siano guidati, abbiano dei riferimenti per far convergere le loro energie intellettive verso le questioni oggetto delle domande.
La discussione in classe può anche prendere in esame fotografie particolarmente interessanti che inducono a ricordare dettagli dell'escursione fatta.
Ad esempio, una fotografia di alberi ad alto fusto come la seguente, potrebbe essere lo spunto per introdurre le parti di una pianta.

All'oggetto indicato in figura il bambino associa il nome: fusto. Solo dopo aver condiviso con tutta la classe il significato del termine "fusto", sarà possibile passare ai particolari del fusto, anche con l'aiuto del libro, su cui sicuramente abbondano le immagini descrittive.
Al termine l'insegnante potrebbe chiedere: "Immagina di dover spiegare ad un tuo compagno di aver visto una pianta con un fusto altissimo ma il tuo compagno non sa che cosa è il fusto. Tu cosa gli diresti?"

Laboratorio per la costruzione dei significati

Dopo la fase esplorativa, occorre ritornare sugli argomenti trattati e guidare gli alunni verso un apprendimento più istituzionalizzato. Per fare ciò l'insegnante deve canalizzare l'apprendimento verso la costruzione dei significati dei concetti fondamentali che consentono un primo approccio alla conoscenza del mondo vegetale. Il mondo della Natura è un argomento molto vasto e complesso da conoscere nella sua totalità; infatti concorrono molti ambiti disciplinari ad ogni livello di istruzione. La formalizzazione in classe assume tutta la sua valenza didattica se l'interazione alunno-insegnante sviluppa un aspetto ben preciso della conoscenza su cui si vuole focalizzare l'attenzione. L'insegnante potrebbe predisporre un promemoria costituito da parole chiave che conducono al nodo della conoscenza da trattare.
Le capacità di osservazione ed esplorazione mobilitate dall'escursione didattica, la discussione in classe e la costruzione dei significati nel laboratorio, sono metodologie che si servono di tecniche della comunicazione per sollecitare idee, per guidare le stesse

verso un processo di deduzioni a catena il cui prodotto finale è la costruzione dei significati dei concetti oggetto dell'apprendimento. La fase della formalizzazione serve per riprendere l'intero processo, riorganizzarlo secondo una logica sequenziale e predisporre l'allievo alla costruzione del modello di apprendimento mediante un processo induttivo di generalizzazione.

4. Apprendimento guidato

- Quali specie animali e vegetali occupano questo territorio?
- L'obiettivo di questa domanda è di far emergere quale relazione intercorre tra organismi animali e vegetali e clima, esito di processi di competizione tra specie diverse.
- Quali sono i fattori che permettono la presenza e la crescita di organismi animali e vegetali?
- In quale misura l'attività dell'uomo ha agito sulle specie e/o sui fattori ambientali?

Ogni domanda viene prima discussa in classe, sotto la guida dell'insegnante e successivamente elaborata dal singolo alunno. La prima domanda è il risultato dello studio delle specie animali e vegetali incontrate nel corso dell'escursione didattica. La seconda, invita a pensare alle correlazioni tra ambiente e fenomeni atmosferici e natura del suolo, alla necessità delle risorse (radiazione solare, acqua, nutrienti) per la sopravvivenza di tutte le specie. L'ultima domanda invita a riflettere sulle attività umane che danneggiano la natura. L'esistenza di tagli netti di fusti, di piante allineate tutte uguali, tracce che fanno pensare al pascolo di animali, opere che fanno pensare al drenaggio o deviazione fluviale…
Le risposte dei bambini sono particolarmente significative; sono risposte spontanee che vengono date per associazione di idee ed elaborate secondo quanto il loro senso comune conosce dell'argomento. L'intervento didattico permette una rielaborazione più scientifica delle risposte, sia per quanto riguarda l'uso dei termini specifici, sia per quanto riguarda la descrizione di un fenomeno.

Discussione in classe delle risposte al questionario

L'abilità del docente, in questa fase, consiste nel far convergere la discussione verso l'analisi delle condizioni ambientali che consentono la vita degli esseri viventi sia animali che vegetali: aria, luce solare, acqua, terra, e definire le interrelazioni fra questi ambienti per introdurre il concetto di biosfera.

Queste indicazioni saranno utili per guidare la classe alla costruzione del concetto di biosfera.
Per commentare le risposte del questionario, introduciamo una lezione con discussione guidata:
Pensate a quella parte di terra che corrisponde al luogo della escursione didattica, in cui avete avuto modo di constatare che esiste la vita sia animale che vegetale. Secondo voi ci sono sempre le condizioni ambientali che permettono lo sviluppo della vita?
La classe risponderà sicuramente sì, c'è …, …. e … … Qualcuno risponderà in maniera esauriente, altri no perché potranno non ricordare che esiste anche una vita vegetale, allora non prenderanno in considerazione la terra. Quelli che rispondono correttamente sono consapevoli del fatto che in un ambiente naturale esistono più vite di diversa natura e quindi anche le piante, le quali per vivere hanno bisogno della terra. In realtà si vuole far rispondere alla seguente domanda.

Dove vivono le specie viventi?
La discussione deve convergere verso il concetto di ambiente vitale. Ad esempio il termine **ambiente**, come tanti altri termini scientifici che vengono impropriamente usati nel linguaggio comune, qui assume un significato molto preciso, infatti è riferito a tutto ciò che può influire positivamente sul comportamento di un organismo o specie vivente: l'insieme degli elementi luce solare, aria, acqua, terra.

Quali piante vivono nell'ambiente che abbiamo visitato?
Una domanda del genere non è fatta per avere risposte dettagliate e precise, anche perché i bambini non sarebbero in grado di darle, ma bisogna avere fiducia nelle risorse intellettive dei bambini i quali certamente ricorderanno il nome di qualche pianta o animale che hanno sentito pronunciare in casa. Queste risposte sono molto importanti, sono utili per capire quali concetti e quali teorie vanno meglio organizzate e sistemate. Indicano in qualche modo all'insegnante, qual è il passo successivo da fare.

È chiaro che i nomi delle piante non sono noti a tutti, allora bisogna utilizzare delle carte geografiche, o, se esistono, opuscoli della zona visitata purché attendibili dal punto di vista scientifico.
Conosciuti i nomi delle piante, l'attività procede prendendo in considerazione un testo scientifico, di cui è in possesso l'insegnante, ricercando dei caratteri distintivi delle piante, focalizzando l'attenzione sulla loro struttura (caratteri distintivi, forme…) e condizioni di vita (clima, fioritura, riproduzione, …). Questa attività eseguita dagli stessi alunni assume una forte valenza formativa. Occorre munire la classe di tutti gli strumenti reali e virtuali e specificare nel dettaglio la consegna.

Attività di gruppo.
Un'attività di gruppo è indicata per questa esigenza: organizzare piccoli gruppi ed assegnare a ciascuno lo studio di una pianta, ad esempio la quercia, il limone, la ginestra, la carota.
Non bisogna sottovalutare la scelta delle piante, affidandola magari all'entusiasmo dei bambini. La progettazione dell'attività deve prevedere anche questo tipo di elenco. Se le piante su cui far studiare gli alunni appartenessero ad una stessa specie, non si potrebbero generare quelle discussioni che mobilitano l'intelletto verso le funzioni intellettive (analogie, differenza, confronto, …) deputate all'apprendimento.

SCHEDA DI GRUPPO
Vi affido una pianta: la…….
Creare un dossier (foto, testi, aneddoti, fiabe…) in cui si parla della pianta di…………………………con particolare riferimento alle sue parti fondamentali (radice, fusto, rami, foglie, fiori, frutto) e alla funzione che ciascuna di esse assume in relazione all'ambiente.

Socializzazione dei risultati.
Successivamente all'attività di gruppo, ciascun gruppo presenterà agli altri la pianta avuta in *affidamento.* Si parlerà delle parti fondamentali delle piante, sarà naturale operare per confronti e analogie, relativamente alla struttura, alle forme delle foglie, alla consistenza dei rami, al colore, alle caratteristiche delle radici, alla commestibilità o non commestibilità, al colore dei fiori, e alle funzioni di ciascuna delle parti di cui si è discusso.
Si conclude con una lezione in cui si formalizza tutto quello che si è fatto, facendo sentire l'esigenza di classificare e catalogare le piante, perché non tutte le piante studiate hanno la stessa forma, non tutte hanno le stesse foglie, non tutte hanno lo stesso colore….
Per fissare l'apprendimento, ogni bambino illustra i vari tipi di piante, classificandole per ordine, classe, divisione; ne disegna tutti i dettagli (radice, fusto, rami, foglie, fiori, frutto…).

5. Laboratorio creativo

L'idea ispiratrice del laboratorio creativo è:
"*il fanciullo non distingue il mondo psichico dal mondo fisico.... ci si deve aspettare che consideri vivi e coscienti un gran numero di corpi che per noi sono inerti… questo fenomeno lo indicheremo col termine di animismo. …il pensiero infantile parte dall'idea di una vita universale come da un'idea madre. …l'animismo non è il prodotto di una costruzione ponderata del pensiero del fanciullo. È un dato primitivo e solo per differenziazioni successive la materia inerte è distinta dalla vita…"*
["La rappresentazione del mondo nel fanciullo" J. Piaget]
L'insegnante propone alla classe la lettura della storia di Luigi Capuana *"L'albero che parla"*[1]
La storia di Capuana serve per alimentare la fantasia dei bambini e offrire loro anche un modello di riferimento per inventare una loro storia.
La classe ha molti elementi di conoscenza per pensare ad una pianta come ad un essere umano che per vivere ha bisogno di aria, acqua, luce e terra. Si propone allora la seguente attività:
Il laboratorio creativo è un luogo fisico (può essere all'aperto, in aula …) in cui i bambini, sotto la guida dell'insegnante devono creare una favola, dando anima a tutti i personaggi, si tratta allora di stabilire:

-il titolo- tema della storia ("…………");

-quanto lunga deve essere (il n° di pagine da scrivere);

-l'ambiente;

-gli interpreti;

-la sceneggiatura.

Questi elementi sono sufficienti per cominciare la storia.
L'insegnante comincia con il dire e far scrivere sul quaderno la prima frase. Invita la classe a pensare ad una seconda frase di senso compiuto e logicamente collegata alla prima. Si condivide il risultato. Si scrive ……. Si procede sempre con lo stesso metodo fino ad arrivare ad una conclusione.
Questo metodo predispone l'alunno ad una partecipazione non solo emotiva, ma anche intellettiva, in cui la fantasia, la conoscenza e la realtà fisica, si fondono.

Verifica

Descrivi e interpreta il luogo che hai visitato con la classe…………. utilizzando tutte le conoscenze ed il materiale prodotto nel corso delle attività, con gli strumenti adatti (altimetro, termometro…) e secondo i dettagli che seguono. Infine, discuti i risultati.

[1] https://www.liberliber.it/online/autori/autori-c/luigi-capuana/tutte-le-fiabe/pagg32-35 del pdf

Indicazioni generali per la prima fase: descrizione
(scrivi un pensiero accanto ad ogni voce)

Presentazione

- data del rilievo………….
- luogo: nome della località, Comune, Provincia…………….
- rilevatore: ……………… (sei tu)
- altre indicazioni relative alla località (localizzazione cartografica, ….) ……

Ambiente fisico

- altitudine (m s.l.m.) ……………
- esposizione generale e locale…………………
- pendenza (specificando se indicata in valori percentuali o in gradi) …………
- geologia (per conoscenza diretta o ricorrendo a carte) ………
- morfologia (ad es.: parte bassa di un pendio uniforme, fondovalle, terreno accidentato per massi affioranti, terreno terrazzato, etc.) …………
- presenza di frane (per la posizione del soprassuolo descritto rispetto alla massa di terreno in movimento), presenza di erosione (diffusa, incanalata), crolli di pietre, tracce di valanghe e di precipitazione della neve…………
- tracce di passaggio di mezzi meccanici (trattori etc.)……………
- tracce di pascolamento di animali selvatici e/o domestici (calpestio, scortecciamenti, boscamento, escrementi, ecc.) ………..

Gli elementi descrittivi offrono una serie di opzioni o di stime che riguardano caratteristiche generali di un bosco, di gruppi di piante.

Indicazioni generali per la seconda fase: interpretazione
Caratteri del soprassuolo

- *bosco*
  gruppo di pochi alberi, gruppo di grandi dimensioni, soprassuolo esteso, distribuzione orizzontale degli alberi;
  boschi puri o misti: a gruppi, regolare, casuale, in filari etc. verticale degli alberi presenza di alberi isolati con dimensioni nettamente superiori a quelle della maggioranza degli altri alberi.
- *condizioni dello strato arbustivo*
  determinazione dell'età di alcune piante (mediante conta degli internodi, o degli anelli se sono disponibili ceppaie tagliate di recente).

La fase di descrizione e quella di interpretazione sono due fasi distinte.

Nella redazione di una relazione di questo genere, l'interpretazione segue la discussione, essa tiene conto di una valutazione congiunta dei dati ottenuti durante la prima fase e viene esposta nella discussione dei risultati.

Scheda di laboratorio: le impronte digitali degli alberi

La particolarità delle piante arboree che crescono nelle aree a clima temperato è quella di formare per ogni stagione vegetativa, un anello di accrescimento.
Il periodo vegetativo degli alberi corrisponde ai mesi primaverili ed estivi durante i quali la pianta cresce in altezza e larghezza.
L'aumento delle dimensioni è determinato dalla formazione di un nuovo legno il quale assume una colorazione diversa a seconda del periodo in cui viene generato.
Il legno primaverile ha una colorazione più chiara.
Il legno estivo assume una colorazione più scura per lo spessore delle pareti delle cellule legnose.
Tra il legno chiaro e quello scuro, possiamo distinguere gli anelli ed è questo che ci permette di conoscere l'età degli alberi.
Per conoscere l'età di un albero, si parte dal centro contando il numero degli anelli del tronco.
Condizioni ambientali anormali come, ad esempio, una prolungata siccità, possono causare la cessazione dell'accrescimento e la formazione di "falsi anelli", mentre l'attacco di insetti o del gelo causa dei segni come ferite nel legno. Quando gli effetti stagionali che si riflettono sulla larghezza degli anelli, si verificano su individui di una stessa vasta area geografica, è possibile datare eventi climatici di una certa importanza storica.

L'albero va dal dottore per farsi visitare:

- ACCRESCIMENTO SCARSO-Cinque anelli stretti indicano anni di limitato accrescimento: è probabile che si siano verificate ripetute defogliazioni da infestazione di insetti.
- CRESCITA DI CICATRIZZAZIONE-Durante ogni periodo di accrescimento stagionale, il nuovo legno si è esteso al di là della lesione, lasciando un chiaro segno negli anelli di accrescimento.
- DANNI DA INCENDIO-Il fuoco, diffuso in foresta dai venti, ha gravemente bruciato un quadrante del tronco. Il processo di cicatrizzazione è proseguito per dieci anni, coprendo alla fine la cicatrice con legno sano.
- VIGORE GIOVANILE-L'albero giovane, piantato in un ambiente favorevole, cresce continuamente, moltiplicando gli incrementi annuali.
- MIDOLLO-Spesso è difficile, se non impossibile, scorgere su una sezione di un tronco maturo il midollo, che può a volte presentarsi come una zona di pochi millimetri.
- SICCITA'-Una drastica scarsità di acqua, durata per diversi anni, ha limitato l'accrescimento, e si sono formati solo degli anelli estremamente stretti.
- ACCRESCIMENTO NORMALE-Mentre da un lato l'albero stava riparando i danni provocati dall'incendio, il resto della circonferenza dell'albero stesso cresceva normalmente. Gli anelli di accrescimento sono uniformi e di larghezza moderata.

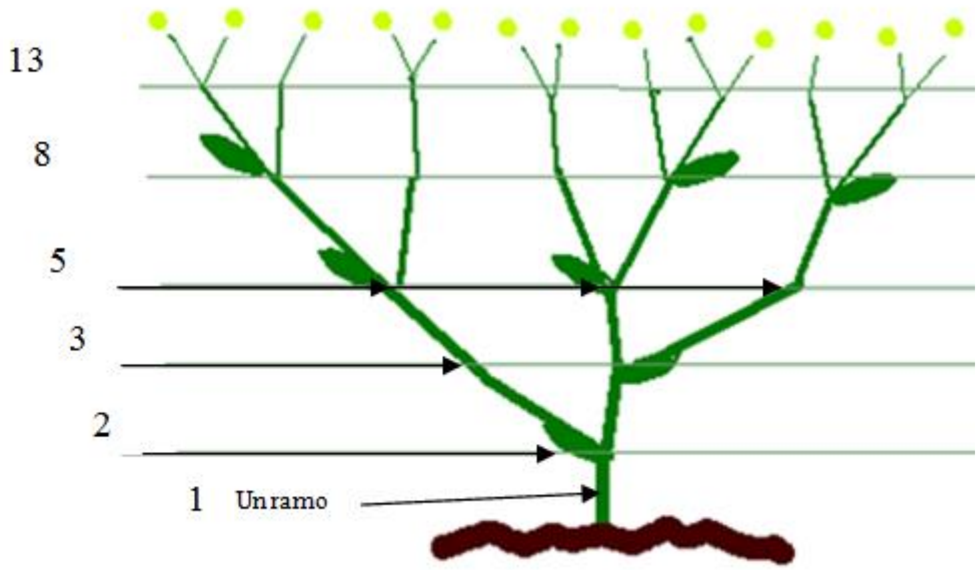
- LEGNO DI CANASTRO - Disposto a incrementi abbastanza larghi, il legno di tensione è una risposta alle condizioni avverse.
- MALATTIE - L'accrescimento può essere stato gravemente ostacolato da malattie o da insetti, o dall'attacco di funghi alle radici o alle foglie. Un'eccessiva competizione per accaparrare acqua e sostanze nutritive con alberi vicini può aver provocato questo disegno.

La classe viene portata in una zona di disboscamento per analizzare i tronchi degli alberi ed applicare ciò che in laboratorio hanno appreso dalle illustrazioni e dai disegni eseguiti.

Una relazione di laboratorio completa l'attività.

Scheda di matematica: Le piante conoscono i numeri?

Osserviamo questo disegno



Achillea ptarmica

Questa pianta cresce con una regola ben precisa: fra tutti i rami che si riproducono, c'è sempre uno che non si riproduce, tranne il primo.
Ai bambini si consegnano delle bacchette colorate affinché riproducano il disegno e comprendano il meccanismo della crescita dell'achillea.
L'obiettivo è quello di far acquisire l'algoritmo, ossia un comportamento mentale che si ripete sempre allo stesso modo.
Quindi si chiede:

La crescita di questa pianta quale schema segue?

Si tratterà di scrivere: dopo un mese la pianta da 1 ramo ne avrà 2
Dopo un altro mese da 2 rami ne avrà 3, dopo un altro mese 5, dopo un altro mese 7…….

Sapresti calcolare dopo 1 anno quanti rami nuovi avrà la pianta? Facciamo il conto….

La successione di numeri che il bambino troverà si chiama successione di Fibonacci.
Un pisano, di nome Leonardo, detto Bigollo, conosciuto anche col nome paterno di "fillio Bonacci" o Fibonacci, figlio d'un borghese uso a trafficare nel Mediterraneo, visse fin da piccolo nei paesi arabi e apprese i principi dell'algebra, il calcolo, dai maestri di Algeri, cui era stato affidato dal padre, esperto computista.

6. Conclusioni e prospettive di ricerca

Nel corso delle lezioni, generalmente i docenti manifestano continue lamentele per le questioni di didattica che si verificano nella classe; sempre più diffusa è la constatazione che gli studenti non hanno capacità attentive, ascoltano distrattamente, dimenticano facilmente, manifestano inerzia cognitiva, manifestano disinteresse per le conoscenze.
Conseguenza di questa insoddisfazione diffusa è la semplificazione dei contenuti difficili: si presenta la disciplina con contenuti frammentati, si tagliano le parti più complicate. Quando lo studente mostra poco interesse per la disciplina si cerca di motivarlo con artifici retorici, effetti speciali, battute, come ultima ratio si fa ricorso alle tecnologie multimediali. Purtroppo l'approccio dell'insegnante addestratore, non è più attuale, la scuola contemporanea deve essere organizzata secondo le moderne teorie dell'apprendimento che contribuiscono al rinnovamento dei metodi di insegnamento e delle pratiche di apprendimento.
Pertanto questa prima attività, così proposta, per il docente che vuole mettersi in gioco, ha la valenza di un supporto didattico che può essere rielaborato secondo le considerazioni (ipotesi) proprie del docente in relazione ai prerequisiti della classe di riferimento. È da considerarsi una sfida per il docente che deve superare i propri ostacoli, ossia il pregiudizio di ritenere che i propri allievi siano dotati di un minor numero di risorse utili per apprendere contenuti più complessi e articolati.

Bibliografia

Marzia Bizzarro, Lorenzo Caligaris, (2017), *I processi cognitivi nell'apprendimento. Modelli e applicazioni nella clinica e nella didattica*, Erickson, Trento.

Karl Popper (1972), *Conoscenza oggettiva. Un punto di vista evoluzionistico*, Armando, Roma.

Di Mauro Marcantoni, Rosa Angela Fabio, (2008), *L'attenzione. Fisiologia, patologie e interventi riabilitativi*, Franco Angeli, Milano.

Santo Di Nuovo, (2006), La *valutazione dell'attenzione. Dalla ricerca sperimentale ai contesti applicativi*, Franco Angeli.

Luigi Capuana, *Tutte le fiabe*, Progetto Manuzio, www.liberliber.it

Istruzioni per gli autori

Chi desidera inviare un articolo per la Rivista Mondo Matematico e Dintorni deve seguire i seguenti criteri per il formato:

(1) L'articolo deve essere in formato doc o docx, carattere Times New Roman, 12 p, il titolo in carattere Times New Roman, grassetto, 18 p.

(2) I margini sono di 3 cm sotto, sopra, a destra e a sinistra. L'interlinea è multipla 1,15 p

(3) L'articolo deve essere diviso in paragrafi numerati, di cui il primo è una introduzione e l'ultimo una conclusione. I paragrafi vanno separati da due interlinee. Il titolo di ogni paragrafo è in carattere Times New Roman, grassetto, 14 p.

(4) Ogni articolo deve avere una lunghezza minima di 6 pagine e non deve superare, di regola, le 14 pagine.

(5) Dopo l'ultimo paragrafo va inserita la bibliografia. Almeno 4 fra libri e articoli nella forma cognome, nome (anno), titolo dell'articolo, titolo del libro o rivista, editore, città.

(6) La bibliografia non va numerata. I riferimenti bibliografici nel testo devono avere la forma (cognome dell'autore, anno).

(7) Non mettere note bibliografiche a piè di pagina. Tutta la bibliografia va messa alla fine.

(8) I disegni vanno fatti con programmi di elaborazione grafica (non in Word) e salvati in jpg o in png; vanno poi inseriti nel testo all'interno di una tabella.

(9) L'articolo deve essere inviato in formato doc o docx ed in formato pdf per il controllo dell'impaginazione e deve avere un numero pari di pagine.

Istruzioni più dettagliate possono essere scaricate dalla pagina web della Rivista sul sito www.apav.it.

Tutti gli articoli ricevuti saranno esaminati da due revisori che invieranno il loro parere sulla pubblicazione ed eventuali proposte di correzioni ai direttori editoriali.

Gli articoli possono essere inviati ad uno dei seguenti indirizzi email:

antmat@libero.it

giuseppemanuppella@gmail.com

lucianadr@live.it

matematicaedintorni@libero.it