

ISSN 2282-7765

ISSN 2282-7757

[online]

[printed]

Volume 2, Number 1, June 2014

Science & Philosophy

Journal of Epistemology, Science and Philosophy

Chief Editors

Franco Eugeni

Antonio Maturo

Advisory Editors

Franco Blezza

Nicolae Rambu

Ezio Sciarra

Accademia
Piceno-Aprutina
dei Velati in Teramo

Chief Editors (Editori Capo):

Eugeni Franco, Teramo, Italy
Maturo Antonio, Pescara, Italy

Advisory Editors (Consulenti Editoriali/Scientifici):

Blezza Franco, Chieti, Italy
Râmbu Nicolae, Iasi, Romania
Sciarra Ezio, Chieti, Italy

Editorial Board (Comitato Editoriale/Scientifico):

Ambrisi Emilio, Caserta, Italy
Casolaro Ferdinando, Napoli, Italy
Chitoiu Dan, Iasi, Romania
Ciarlante Camillo, Isernia, Italy
Corsi Vincenzo, Pescara, Italy
Corsini Piergiulio, Udine, Italy
Cruz Rambaud Salvador, Almeria, Spain
Daniela-Tatiana Soitu, Iasi, Romania
Delli Rocili Luciana, Pescara, Italy
Di Francesco Gabriele, Pescara, Italy
Gatto Romano, Potenza, Italy
Gerla Giangiacomo, Salerno, Italy
Hošková-Mayerová Šárka, Brno, Czech Republic
Innamorati Stefano, L'Aquila, Italy
Ispas Cristina, Reșița, Romania
Manuppella Giuseppe, Pescara, Italy
Marconi Domenico, Teramo, Italy
Maturo Fabrizio, Pescara, Italy
Migliorato Renato, Messina, Italy
Rotondo Paolo, Pescara, Italy
Savarese Elisa, Castellammare, Italy
Sessa Salvatore, Napoli, Italy
Squillante Massimo, Benevento, Italy
Tofan Ioan, Iasi, Romania
Ventre Aldo Giuseppe Saverio, Napoli, Italy
Viglioglia Maria Teresa, Melfi, Italy
Vougiuklis Thomas, Alexandroupolis, Greece
Zappacosta Agostino, Chieti, Italy

Scientific Coordinator of the student section (Coordinatore Scientifico della sezione studenti):

Casolaro Ferdinando

Editorial Manager and Webmaster (Curatore del Sito Web):

Manuppella Giuseppe

Graphic project (Progetto grafico):

Manuppella Fabio

Legal Manager (Direttore Responsabile):

Di Domenico Bruna

Publisher (Casa Editrice):

Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (A.P.A.V.)

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

Renato Migliorato

Università degli Studi di Messina
Viale della Libertà, isol. 521, 98121, Messina.
renato.migliorato@gmail.com

Sunto

Le scienze economiche, tradizionalmente fondate sul concetto di valore di scambio, riducono l'oggetto dell'economia al solo mercato e procedono secondo principi deterministico-riduzionisti. I risultati da esse prodotte sono affetti da paradossi e falliscono spesso il loro obiettivo nel mondo globale e altamente tecnologizzato. Si propone una nuova prospettiva olistica in cui ad oggetto dell'economia siano assunte le complesse condizioni di equilibrio atte al mantenimento e all'evoluzione della vita sul pianeta.

Parole Chiave: epistemologia delle scienze economiche

1. Introduzione

Storicamente, si può parlare di scienze economiche, in senso proprio, solo a partire dal momento in cui, sull'onda dei successi conseguiti dalla meccanica newtoniana, comincia a farsi strada l'idea che tutti i fenomeni possano essere spiegati e studiati nella loro evoluzione con metodi analoghi. L'idea fondamentale è che tutte le parti costitutive di un sistema interagiscano tra loro secondo poche leggi semplici e immutabili, rappresentabili in termini matematici, in modo che, conoscendo le condizioni di partenza si possa prevedere l'evoluzione del sistema in ogni momento successivo. Tre sono i presupposti chiaramente sottesi dalla classica enunciazione di La Place¹: 1)

¹ «Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso

Rigorosa concatenazione deterministica degli eventi. 2) Riassumibilità dei vincoli di casualità in un limitato numero di leggi esprimibili nel loro complesso con formule matematiche. 3) Calcolabilità, in linea di principio, delle formule che esprimono le leggi dell'universo.

Da questi presupposti segue la piena conoscibilità dell'evoluzione dell'Universo o di qualunque sua parte. Nessun limite di principio, dunque, secondo questa concezione si opporrebbe alla possibilità di prevedere ciascun singolo evento, mentre le limitazioni di fatto sarebbero sempre provvisorie, rimovibili in futuro e dovute solo al livello di complicazione del sistema. Ho volutamente usato il termine complicazione e non complessità, perché riserveremo quest'ultimo termine a qualcosa di ben diverso di cui si dirà più avanti. La conoscibilità e prevedibilità può estendersi, inoltre, anche ai casi di incertezza, quando ci si trova di fronte ad una totalità di casi individuali che non possono ragionevolmente essere esaminati uno per uno, ma distribuiti in modo casuale. Si ricorre allora alla teoria delle probabilità in virtù di un principio, corrispondente, per altro, alla comune esperienza, per cui al crescere dei casi esaminati la frequenza di un evento si approssima sempre di più alla probabilità calcolata. Ciò non muta sostanzialmente la concezione deterministica e riduzionista che ne rimane pur sempre a fondamento². I fenomeni vi appaiono sempre tra loro legati da una rigida connessione causale, traducibile in leggi semplici ed esprimibili in una o più formule matematiche. L'effettiva prevedibilità dei casi singoli è ostacolata dall'estrema complicazione e numerosità degli elementi del sistema, di cui tuttavia si può prevedere l'evoluzione globale in termini statistici.

Siamo qui all'interno di una concezione che ha dominato il pensiero scientifico in modo incontrastato fino a gran parte del secolo XX e che ancora oggi continua a costituire la base concettuale prevalente tanto di chi guarda le scienze della natura dall'esterno quanto tra quelli che le praticano nei vari settori specialistici.

Altro elemento caratteristico di tutte le teorie economiche è che esse sono fondate su un'unica grandezza fondamentale a cui ogni altra grandezza viene commisurata: il valore di scambio. È su questo quindi che va fissata innanzitutto l'attenzione, senza tralasciare una sia pur breve riflessione sul significato più generale del termine *valore*, anche in senso diverso da quello economico. Questo, infatti, in ogni sua accezione è il risultato di un processo più

racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi» (SIMON DE LA PLACE. [10]).

2 È la posizione sostenuta dallo stesso Einstein in contrapposizione alle vedute di Bohr e Eisemberg sul principio di indeterminazione secondo la classica interpretazione di Copenhagen (Cfr. [7]).

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

o meno radicale di astrazione che comporta una progressiva perdita di significato³.

Tutto ha inizio con il passaggio dall'economia fondata sul baratto all'economia monetaria⁴. Fino a quel momento, in tutte le culture in cui avvenivano scambi, ogni oggetto aveva certamente un "valore" di scambio, ma questo non era e non poteva essere qualcosa di univoco, rappresentabile con un numero e misurabile mediante una unità standardizzata come la moneta.

Il passaggio dall'economia del baratto all'economia monetaria non può essere avvenuta senza difficoltà e conflitti⁵. Non è facile, infatti, l'idea che un oggetto, a cui si associano significati ascrivibili a una pluralità complessa di bisogni reali, ma anche di fantasie, ipotesi e desideri, si possa ricondurre a una semplice entità numerica, che rimane tale, nonostante il suo materializzarsi in forma di moneta o di metallo prezioso. Il processo di trasformazione culturale, tuttavia, si afferma fino ad assumere connotazioni di assoluto e irrefutabile senso comune, grazie all'oggettività fattuale del mercato.

È questo, anzi, un dato innegabile da cui non si può prescindere, se assumiamo come modello di riferimento quello delle scienze positive e, in particolare, di scienze esatte come la fisica e l'astronomia. Se per stabilire il valore di un dato oggetto, materiale o immateriale, assumiamo il prezzo che, in un dato momento, i soggetti interessati sono mediamente disposti a pagarlo,

³ In questo senso si sviluppa, per esempio, la riflessione di Paul Feyerebend, particolarmente in "La ricerca dell'abbondanza" [8], in cui viene analizzato il processo di astrazione attraverso cui si definiscono e si strutturano i termini usati dalla scienza. Il procedimento tipico è quello della metafora in cui un termine avente inizialmente un significato concreto, e dunque ricco di implicazioni e riferimenti, ne assume uno sempre più astratto, abbandonando però la ricchezza dei significati originari, in cambio di precisione e univocità. Nel Cap. VI di *La ragione e il fenomeno* [17], prendo spunto anche dal lavoro di Feyerebend per un'analisi dei concetti generali di misura e di valore per individuarne i limiti nell'applicazione allo studio dei sistemi complessi e in particolare della biologia, dell'economia, della sociologia e della medicina.

⁴ Come tratteggiato da Derrick De Kerckhove [6], questo passaggio, determinatosi intorno al VII secolo a.C., unitamente all'adozione della scrittura alfabetica, avrebbe avuto un ruolo determinante in quella svolta epocale avvenuta in Grecia e che starebbe alla base delle forme fondamentali del pensiero occidentale.

⁵ Sebbene la tradizione vuole che ad introdurre la moneta sia stato il leggendario Creso, re della Lidia, certamente il passaggio dev'essere stato in realtà meno improvviso e più mediato. Tra l'economia fondata sul baratto diretto dei beni e l'uso effettivo della moneta in quanto tale, cioè di uno strumento di scambio convenzionale immesso nell'uso e garantito da un sovrano, vi è infatti una fase intermedia in cui oggetti diversi vengono utilizzati più o meno sistematicamente negli scambi, non tanto perché desiderati per sé stessi, ma perché appunto possono essere scambiati con altro. Ciò che, però, qui interessa non è la durata o le fasi del processo così come storicamente può essersi verificato, quanto il senso profondo del cambiamento concettuale a cui ha dato luogo. Ciò che importa comprendere, in altri termini, è la natura mentale e profondamente astratta del concetto di *valore*.

otteniamo indiscutibilmente un dato oggettivo che possiamo legittimamente assumere come misura di qualcosa. Ma se l'oggettività del sistema di misurazione è una premessa indispensabile di ogni paradigma scientifico, la sua effettiva validità non può esaurirsi in questo soltanto e deve concretizzarsi, invece, in un continuo confronto fra previsioni teoriche e dati empiricamente rilevati. La nostra critica epistemologica, quindi, non si rivolge né alla maggiore o minore significanza in sé del concetto di valore, né all'oggettività del sistema di misurazione (in questo caso fondato sulle dinamiche di mercato), bensì alla congruità delle interrelazioni ipotizzate e alla loro capacità di avere successo in vista di obiettivi riconoscibili e condivisi. Il lavoro, inoltre, si atterrà ai soli aspetti fondativi ed epistemologici delle scienze economiche, senza affrontarne le questioni più squisitamente tecniche, per le quali l'autore, in quanto matematico votato alla storia e all'epistemologia della scienza, non ritiene di possedere sufficienti competenze specifiche.

2. Le teorie economiche

L'idea che la dinamica degli scambi economici e, conseguentemente, la formazione del prezzo, seguano un percorso oggettivo di tipo deterministico, alla stregua dei fenomeni meccanici o elettromagnetici, è, come si è detto, un prodotto diretto della concezione positivista della scienza. Il discorso si sposta allora sulle dinamiche di mercato. Innanzitutto si tratta di definirne gli elementi attivi, cioè i soggetti che operano gli scambi economici e, contestualmente, una o più leggi che ne regolano i comportamenti. Ora, affinché si possa rappresentare una effettiva legge empirica, è necessario innanzitutto che i termini con cui è espressa siano traducibili in dati fenomenici operativamente riscontrabili. Ma a che livello? Se si cercasse un riscontro immediato in ciascun singolo scambio, la legge verrebbe immediatamente falsificata dal momento che, come avviene per ogni attività umana, nella decisione di vendere o comprare possono intervenire di volta in volta errori, stati d'animo e valutazioni soggettive. È necessario allora stabilire a quali termini astratti la legge enunciata intende riferirsi, a cominciare dai soggetti che si presumono operare lo scambio (venditore e compratore), fino al concetto di merce e di valore della merce, e alla scala di riferimento a cui si ritiene che la legge stessa possa essere proficuamente applicata. Se da un lato, infatti la sua riscontrabilità empirica può essere riferita solo al dato medio statistico e in presenza di un'attività di scambio sufficientemente ampia e diffusa, dall'altro la sua formulazione generale non può che riferirsi a termini singolari astratti, assunti anche in questo caso quali metafore di entità ideali. Ed è per ciò che fin dai tempi di Adam Smith, e anche prima, c'è un'entità astratta che aleggia e si va costituendo, anche se il termine che attualmente la designa, l'*homo oeconomicus*, appare solo alla fine dell'Ottocento dopo i lavori di Stuart Mill. Un essere ideale che si suppone agire

costantemente in modo da realizzare per sé il massimo utile con il minimo sacrificio.

Ma cosa si intende per “massimo utile per sé” e “minimo sacrificio”? Non ritengo né utile né opportuno, in questa sede, discutere sul carattere indeterminato e fondamentalmente soggettivo di questa e di altre formulazioni su cui, per altro, si è molto discusso in passato e si potrebbe continuare a discutere indefinitamente. Nei fatti, come avviene in ogni ambito scientifico maturo, l'oggetto di riferimento resta definito, in astratto, dalle ipotesi su di esso formulate, a condizione che ne siano univocamente determinati i termini ed empiricamente controllabili le conseguenze. Ora si è già osservato come le teorie economiche si siano sviluppate intorno ad un unico sistema dimensionale, il valore di scambio, e come questo si possa considerare sufficientemente oggettivo e rilevabile. Ciò che, invece, non appare chiaro è:

1) Se, e in che misura, le ipotesi formulate dalle teorie economiche siano empiricamente controllabili e se, e in che misura, si possano considerare convalidate. 2) Se risulta sufficientemente chiaro e condiviso l'ambito dei fatti empirici a cui si applicano e degli obiettivi in vista dei quali le stesse scienze economiche si costituiscono. Quest'ultima condizione, come vedremo, è in grado di mettere in discussione lo stesso oggetto dell'economia e di ciò che può essere considerato bene economico.

In analogia, dunque, con quanto avviene in geometria o in meccanica, il termine *homo oeconomicus* acquista il suo pieno significato nel momento in cui viene caratterizzato assiomaticamente da una legge ben definita ed esprimibile con una o più equazioni o con altri strumenti di calcolo⁶. Qui mi riferisco, innanzitutto, alle teorie classiche da cui prendono avvio le scienze economiche. Le successive elaborazioni introdurranno modifiche certo non trascurabili, come il concetto di valore marginale e la legge dell'utilità decrescente, ma i nuovi concetti introdotti modificano solo le dinamiche interne al sistema, non le basi di esso. Infatti il valore marginale non può essere visto come una unità primitiva di misura, ma sempre come un parametro derivato da quello fondamentale che resta il valore di scambio⁷.

Tuttavia l'insuccesso, talvolta clamoroso, delle teorie economiche nella loro formulazione canonica, ha determinato l'emergere di correnti di pensiero divergenti da quella neoclassica. Uno dei momenti più significativi è quello

⁶ Notoriamente ai metodi differenziali perfezionati da Von Neumann, si sono contrapposti in tempi più recenti, quelli combinatori e algoritmici della teoria dei giochi. Per questi ultimi è ancora fondamentale il lavoro di John Nash [20].

⁷ È appena il caso di sottolineare come l'idea di Adam Smith di *valore naturale* di una merce, in sé problematico e indeterminato, dissolve la propria indeterminatezza ove lo si interpreti, nella concezione neoclassica, come il valore di scambio che una merce assumerebbe in un mercato in perfetto equilibrio.

determinato dalla crisi del '29, che ha dato avvio alle teorie keynesiane con relative varianti e al concetto di Stato Sociale. Altri percorsi si sono sviluppati con l'intento di armonizzare i fatti economici con altre dimensioni della società quali quella dell'etica e della democrazia⁸.

Ciò che a me sembra di poter cogliere in tutti questi percorsi è che essi, nel rilevare l'insufficienza della basi teoriche su cui si fonda la teoria neoclassica, in realtà si limitano a mettere in gioco una più ricca galassia di esigenze, valori e istanze sociali che, nel loro insieme interagiscono con il meccanismo economico, restando però esterni ad esso, come dei vincoli che condizionano i processi economici senza, tuttavia, esserne parte. In altri termini, restano invariati il concetto di *homo oeconomicus*, la legge fondamentale del mercato e il valore di scambio come misuratore privilegiato della ricchezza. Se si vuole trovare un termine di paragone nelle scienze fisiche, questo potrebbe essere dato dalla meccanica dei sistemi vincolati, dove si presume che le leggi fondamentali siano pur sempre quelle della meccanica classica, ma si suppone che vi siano fattori esterni che limitano i movimenti possibili. Gli esiti più raffinati potranno somigliare forse all'equazione di Lorentz sulla propagazione della luce, ma non alla teoria della relatività di Einstein e ancor meno alla moderna fisica quantistica o alla stessa termodinamica. Il fatto è, come cercherò di mostrare, che in un sistema complesso in senso proprio, e non in quello banale di *molto complicato*, l'evoluzione dell'intero sistema non è deterministicamente riducibile a quella delle parti che lo compongono.

Si osserverà che tra le teorie economiche non ho citato quella di Marx e dei suoi derivati. Ma chiarisco subito che non si tratta di un'esclusione discriminatoria di tipo ideologico, né di un disconoscimento delle sue ragioni di fondo. È, invece, che poco cambierebbe rispetto alle questioni che intendo affrontare, dato che spostare l'asse del concetto di valore delle merci dal momento dello scambio (valore di mercato) a quello della produzione (quantità di lavoro), cambia certamente la prospettiva sociale e politica, ma non l'impianto metodologico ed epistemologico.

3. Paradossi del mercato

Vediamo ora come le scienze economiche così costituite vadano incontro a paradossi insanabili che ne mettono in crisi non tanto la coerenza interna degli apparati teorici, quanto la loro idoneità a rappresentare i fatti empirici che si propongono di rappresentare.

Un paradosso facilmente comprensibile è quello insito nella crescente, e di per sé inevitabile circolazione e scambio su scala globale di merci tra loro

⁸ Solo a titolo di esempio si possono citare Kenneth Arrow, Amartya Sen, Jeremy Rifkin.

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

equivalenti o, quanto meno, fungibili. Il paradosso non sta nel fatto in sé che lo scambio si verifichi, ma nella sua rappresentazione, in termini di valore economico, con cui viene registrato in termini econometrici. Supponiamo, ad esempio, che i pomodori prodotti in una regione A del mondo vengano consumati in una regione B molto lontana e quelli prodotti in B vengano consumati in A. Il risultato in termini econometrici tradizionali sarà un incremento dei profitti per le aziende trasportatrici e intermediarie, un conseguente aumento dell'occupazione e del PIL per i paesi interessati al trasporto e al transito. In termini reali il solo risultato finale sarà dato da un considerevole spreco di risorse materiali e umane (risorse energetiche, lavoro sottratto ad attività utili, perdite per deterioramento del prodotto trasportato) e una considerevole diffusione di sostanze inquinanti. Possiamo ben dire che, in questo caso, la mano invisibile sembra funzionare in senso diametralmente opposto a quanto ipotizzato da Adam Smith. Altro paradosso di facile comprensione è quello determinato dalla durata sempre più breve dei prodotti tecnologici, dovuta in parte al rapido evolversi delle tecnologie, ma anche, in larga misura, dalle scelte di marketing e dalle caratteristiche costruttive adottate. Se ad esempio, ogni famiglia fosse costretta a cambiare frigorifero ogni tre o quattro anni, il risultato in termini econometrici sarebbe di mantenere alti i livelli produttivi e occupazionali del settore e, conseguentemente, ancora una volta del PIL per i paesi produttori. Ancora una volta, però, il risultato in termini reali si traduce pressoché interamente in spreco di risorse e produzione di rifiuti.

Anche un aumento diffuso del disagio psichico, dell'ansia e degli stati di depressione, può essere registrata sui mercati in termini positivi, di crescita della produttività, dell'occupazione e del PIL, quando esso si traduce in assunzione generalizzata di psicofarmaci. Ciò almeno in rapporto al settore farmaceutico, per l'incremento della produzione e della vendita di tali prodotti. Ancora più significativo è il contributo dell'insicurezza sociale e degli stati di guerra alla produzione e vendita di armi e di sistemi di difesa. Viceversa la fine di un sanguinoso conflitto armato in qualunque regione del mondo, si può tradurre in una crisi produttiva anche grave con emergenze occupazionali⁹. Così come,

⁹ Come possiamo apprendere dall'Osservatorio di Politica Internazionale a firma di Valerio Briani [3] «L'industria della difesa italiana rappresenta uno dei comparti industriali più importanti per il sistema paese in termini di vendite, occupazione, ricadute tecnologiche, [...]». Secondo la stessa fonte il fatturato dell'industria italiana per forniture militari ammonta per il 2007 ad oltre 8 miliardi di euro di cui almeno un miliardo destinato all'esportazione. Per ovvi motivi è difficile avere dati attendibili sul fatturato complessivo dell'industria militare nel mondo ma, se ci limitiamo al solo commercio internazionale, dai dati dall'archivio SIPRI (*Stockholm International Peace Research Institute*) apprendiamo che per il 2013 le esportazioni di armi da parte dei paesi produttori ammonterebbero a oltre 25 miliardi di dollari, calcolati però come valore di tendenza rispetto ai prezzi del 1990. Il dato si riferisce ovviamente alle esportazioni legali, mentre ben poco è dato sapere sul commercio clandestino, sicuramente di grandi proporzioni. Da un'indagine giudiziaria avviata nel 1993 sembrava emergere un'organizzazione

d'altra parte, la conversione energetica alle fonti rinnovabili, che è necessaria per evitare il collasso ambientale e l'esaurimento delle risorse, non può essere priva di conseguenze nell'industria petrolifera registrate negativamente come crisi di mercato. Né si può avere una chiara distinzione tra le risorse finanziarie legali e quelle derivate da attività criminali.

Si potrebbe continuare a lungo nell'individuare situazioni nelle quali la valutazione dei parametri econometrici è in netta antitesi con qualunque obiettivo di ottimizzazione e di utilizzazione razionale delle risorse, ma, vi sono anche aspetti di più marcata incongruenza che coinvolgono la stessa definizione dell'ambito di pertinenza delle scienze economiche. Una incongruenza, che nel mondo contemporaneo sembra emergere in maniera sempre più decisiva, si ha nel momento in cui la cultura viene assunta come bene economicamente rilevante. Essa, costitutivamente, non soddisfa alla legge dell'utilità decrescente che caratterizza le teorie neoclassiche del mercato. Tale legge, infatti, presuppone che la richiesta di un bene tenda a decrescere fino a diventare nulla quando aumenta la sua disponibilità diffusa. E' questo, per esempio, il caso dell'aria o della luce solare all'aperto. La richiesta di cultura, invece, è pressoché nulla da parte di chi ne possiede pochissima, per crescere esponenzialmente quando cresce il livello culturale degli utenti. Per evitare equivoci bisogna subito precisare che qui non intendo riferirmi a singoli prodotti culturali quali può essere un determinato libro o un ben definito spettacolo, per i quali il paradosso non sembra sussistere, ma il "sistema cultura" inteso come patrimonio di singoli individui o di collettività. È per tale motivo che la cultura, intesa in quest'ultima accezione, è stata considerata, nel tempo, come qualcosa di estraneo alle valutazioni economiche e, dunque, come un bene non economico. Non si può non constatare, tuttavia, come nello stadio attuale di sviluppo tecnologico e di interrelazione mondiale, in cui il livello culturale di un popolo è direttamente coinvolto nella sua capacità produttiva, tale forma di esclusione diventi sempre più impraticabile. L'alternativa a cui si ricorre consiste allora nell'imporre surrettiziamente agli oggetti culturali i caratteri propri delle merci quotate sul mercato, puntando, a tal fine, su un fondamentale equivoco già richiamato sopra: quello di pensare alla cultura non come ad un organismo vivente che si evolve e si autocostruisce in un incessante processo autopoietico, ma come ad un insieme di elementi, di prodotti e di conoscenze isolate. La singola conoscenza o il singolo prodotto, preso isolatamente e separato dalle dinamiche complessive del sistema culturale può allora, e a ben ragione, essere trattato come una merce la cui richiesta si presenta in proporzione inversa alla sua diffusione. Su tale equivoco sono fondate le pretese di valutazione oggettiva della produzione

per il commercio di armi pesanti destinati a paesi in guerra. Avrebbe avuto centro direttivo a Messina e conti cifrati in Svizzera, e tra questi uno di ben 400 milioni di dollari [21]. Sebbene le persone indagate siano state successivamente prosciolte, le armi sequestrate e i conti correnti individuati erano tuttavia reali.

culturale, sia che si tratti di cultura di massa, di attività educative o di ricerca scientifica, e sia che gli strumenti si chiamino Auditel, test di valutazione o *impact factor*. In ogni caso gli oggetti culturali vengono così snaturati e separati dal complesso sistema linguistico-concettuale entro il quale soltanto possono acquistare significato e svolgere pienamente la loro funzione fecondatrice e riproduttiva¹⁰.

4. Mercato, evoluzione, determinismo

Un ulteriore ordine di difficoltà, forse anche più insidioso del precedente, è insito nello stesso carattere deterministico in cui è concepita la funzione del mercato. Ciò vuol dire che i fatti economici che in esso si svolgono, vengono concepiti come una successione lineare nella quale è possibile distinguere cause ed effetti e questi sono legati da precisi rapporti di causalità che determinano univocamente l'evoluzione del sistema. Come si è già detto in precedenza, la criticità di tale concezione non è solo, né tanto, nella difficoltà di determinare tutte le cause agenti sul sistema. Essa emerge, piuttosto, quando i processi evolutivi del sistema si svolgono non linearmente, ma secondo un percorso di circolarità in cui ogni elemento è allo stesso tempo causa ed effetto. Ancor più, quando in esso sono coinvolti, in modo essenziale, elementi non contemplati nella definizione del sistema: nel caso specifico non traducibili nei termini di valore di scambio, unica entità dimensionale che definisce il mercato.

Un esempio, abbastanza immediato, può essere costituito dalla relazione, apparentemente semplice, tra produttività e costo del lavoro. Al di là di tutte le complicazioni e le varianti connesse ai processi produttivi, il legame di causalità che connette questi due fattori, potrebbe apparire in sé abbastanza scontato ed empiricamente determinabile, se essi non interagissero circolarmente e in modo determinante con altri fattori, non quantificabili in termini di mercato, tra cui in primo luogo il livello di tensione sociale, gli stili di vita, gli input culturali, ecc.

Le tensioni sociali, nelle diverse forme in cui si presentano, dalla semplice rivendicazione sindacale fino allo scontro frontale e alle manifestazioni più violente come lo stato di guerra e il terrorismo, non sono certamente considerate tra le componenti dei processi evolutivi di un sistema economico;

¹⁰ Nel mio libro *La ragione e il fenomeno* [17], e in modo particolare nel VI capitolo, ho più ampiamente trattato il tema della valutazione oggettiva mostrando l'inconsistenza scientifica ed epistemologica dei sistemi adottati. Qui mi limito ad osservare come strumenti quali l'*impact factor* (C.fr. [9]), utilizzati istituzionalmente per valutare l'attività di ricerca, rischiano di ostacolare, con effetti disastrosi, la comparsa e l'affermazione di nuovi paradigmi scientifici, spingendo i ricercatori a mantenersi su territori sicuri e già ampiamente praticati. Come ampiamente mostra, infatti, l'intera storia della cultura, nessuna idea innovatrice si è imposta immediatamente e senza un lungo e faticoso percorso, spesso sotterraneo e fortemente avversato. Nell'ambito del pensiero scientifico ciò è stato ben sviluppato, ad esempio, da Thomas Kuhn di cui va citato in particolare [16].

sicuramente non rientrano nelle logiche del mercato. E tuttavia con esso interagiscono e ne condizionano l'evoluzione, così come in esso trovano alimento e input spesso decisivi in un processo ricorsivo in cui cause ed effetti si confondono fino a divenire indistinguibili.

Proviamo a immaginare ora di possedere tutti gli strumenti per costruire un modello matematico di mercato che sia sufficientemente rappresentativo di un mercato reale. Possiamo pure immaginare di usare a tale scopo un computer abbastanza potente e di disporre dei dati necessari con la massima precisione. Esso tuttavia non comprende gli elementi non economici (o non considerati tali come le tensioni sociali, ecc.) o, comprendendoli come limiti esterni, non è in grado di prevederne l'evoluzione. È assolutamente improbabile, in queste condizioni, che dopo un tempo abbastanza ampio il modello si mantenga aderente al mercato reale: il “demone” di La Place non è dunque pensabile, per l'economia di mercato, neppure sul piano teorico e ideale. Nessun modello deterministico può rappresentare con successo, in tempi sufficientemente lunghi, l'economia di mercato e la sua evoluzione.

5. Ambito dell'economia

La domanda da porre a questo punto è: qual'è l'ambito entro cui «oggi», cioè nell'attuale realtà di tumultuosa trasformazione tecnologica e di globalizzazione, possiamo individuare i fatti economici e le rispettive connessioni? E cosa intendiamo per economia? Possiamo limitarci a considerare le sole dinamiche di mercato misurabili in termini di valore di scambio?

Per definire l'ambito economico si parte, tradizionalmente, dalle seguenti considerazioni. L'uomo per organizzare la propria esistenza necessita di risorse di vario genere: alimentari, energetiche, idriche, ecc. Se le risorse disponibili non avessero limite il problema non si porrebbe¹¹. Ma poiché esse sono limitate, è necessario organizzare l'attività umana in modo da ottimizzarne l'uso ed evitare gli sprechi. Ciò vale su scala globale, come per le singole comunità o per ciascun individuo. Partendo dal presupposto che ciascun individuo tende prioritariamente a soddisfare i bisogni propri o di chi gli sta più vicino (ipotesi di egoismo innato), e poiché i bisogni non hanno un limite superiore, si innescano i processi che conosciamo e che sono governati, secondo le teorie neoclassiche, dalla legge dell'utilità decrescente.

¹¹ Già all'inizio dell'Ottocento, Thomas Robert Malthus, individuava, sia pure in forma rudimentale un problema che pur sussiste, al di là delle sue conclusioni, e non può essere ignorato: l'interdipendenza tra l'attività umana e l'oggettiva realtà naturale. Solo che egli considerava la realtà oggettiva del mondo naturale come un limite esterno e dato a priori alla vita e all'attività dell'uomo, laddove nel mondo attuale, altamente tecnologizzato e in continua evoluzione, tale limite è strettamente interconnesso con l'attività umana in modo da costituire con essa una stessa unità dinamica e indissolubile.

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

Ciò che però mi sembra il limite intrinseco e irreparabile di questa formulazione è che, se da una parte si presuppone una limitatezza delle risorse, queste tuttavia sembrano determinate da vincoli naturali e ambientali separabili rispetto all'attività economica umana. In una prospettiva deterministico-riduzionista, inoltre, gli oggetti della teoria sono dati a priori e il loro comportamento è regolato da leggi oggettive e immutabili, insite nella natura stessa degli oggetti. Un sistema è nient'altro, allora, che giustapposizione di parti e ad esse è subordinato. Un sistema è noto quando sono note tutte le sue parti.

In una prospettiva olistica, invece, un sistema complesso ha in sé la propria ragion d'essere, mentre i suoi elementi costitutivi traggono da esso la propria essenza e il proprio significato. L'evoluzione del sistema, in generale, non è determinabile solo a partire dai suoi componenti¹². Esso non è solo, né necessariamente, un aggrovigliato complesso di elementi che interagiscono tra loro: in tal caso per designarlo basterebbe il termine complicato o quello stesso di aggrovigliato. Parliamo di complessità quando dall'interazione tra i diversi componenti emerge qualcosa di diverso e di ontologicamente nuovo, non riducibile agli elementi che lo hanno generato. E' così, ad esempio, che dalle interazioni elettrochimiche in un complesso sistema molecolare emerge quella realtà nuova e irriducibile che è la vita. Allo stesso modo dalle interrelazioni tra cellule viventi di un sistema complesso qual'è il cervello, emergono il pensiero, la coscienza, la volontà, come entità nuove e irriducibili. Dall'interrelazione tra esseri pensanti, tra loro e con l'ambiente, emerge la cultura con tutte le sue articolazioni, dal linguaggio, alla politica, all'arte, alla scienza, all'economia¹³.

L'idea di fondo è allora di pensare, come riferimento ideale, un sistema economico globale come bilancio energetico complessivo in grado di mantenere la vita sul pianeta in stato di equilibrio dinamico e di garantirne una costante e

¹² Il tema della complessità è specificamente affrontato nei capitoli V e VI del mio libro *La ragione e il fenomeno* (cit.). Preliminarmente sono analizzate le difficoltà e le aporie che si presentano lungo il percorso delle varie scienze, tanto nelle matematiche quanto nelle scienze della natura e in quelle sociali. Il punto di vista *olistico* emerge così in varie forme e direzioni. Dai problemi della coerenza e della computabilità alle geometrie frattali, alle logiche *fuzzy* e alla teoria del *caos*, nel campo delle matematiche. Dall'indeterminismo nella fisica delle particelle, all'indeterminabilità dell'evoluzione di un sistema complesso nei campi della meteorologia, della biologia, degli ecosistemi, della psicologia e della sociologia (C.fr. [12], [2], [4]). Il concetto di *complessità* è quindi affrontato nella sua più generale accezione, assumendo come fondamentale riferimento i lavori e le riflessioni di Edgar Morin e della sua scuola (Cfr. [1], [18], [19]) ma affrontando anche in varie direzioni il concetto di *Emergenza* (Cfr. [5], [14]), alla ricerca di un'ontologia non metafisica della complessità.

¹³ Avverto subito che, come ho tentato di chiarire nel mio libro più volte citato (*La ragione e il fenomeno*), non si tratta di assumere posizioni su presunte essenze metafisiche delle *emergenze*. Il loro *essere*, come entità autonome e irriducibili, non può che essere riferito al significato che esse assumono rispetto all'esperienza e al vissuto umano in tutte le sue manifestazioni

progressiva evoluzione¹⁴. Come in ogni organismo vivente, ogni rottura degli equilibri dinamici può divenire irreversibile ed innescare processi patologici che si concludono con la morte dell'organismo. Ogni organismo vivente, infatti, nasce, si evolve fino all'apice della sua maturità, quindi invecchia e infine muore. Nel caso del pianeta Terra i tempi di vita sono da pensare su scala cosmica se l'evoluzione si svolge fisiologicamente, ma possono essere straordinariamente brevi in caso di morte violenta o per malattia.

6. Complessità e modelli economici

Se il bilancio energetico del pianeta costituisce il sistema di riferimento, non è pensabile, tuttavia, che esso possa essere controllato e regolato in blocco nella sua complessità e si richiede necessariamente la considerazione di una pluralità più o meno articolata di sottosistemi più agevolmente accessibili, e variamente mirati dal punto di vista della funzione, dell'estensione spaziale, dell'arco temporale di riferimento, senza dimenticare in ogni caso il momento di sintesi complessiva mirato al mantenimento dell'equilibrio globale. È da pensare, quindi a un'economia delle risorse eco-bio-geologiche del pianeta, un'economia delle risorse umane globali, una pluralità di economie continentali, nazionali, regionali, locali, tutte tra loro, però, interagenti e coordinate ai fini della compatibilità globale. Anche i singoli mercati, e lo stesso mercato globale, possono essere considerati dei sottosistemi, con proprie leggi e regole interne, che tuttavia non esauriscono l'ambito economico, e di cui vanno determinati, di volta in volta, i limiti di validità.

¹⁴ Una visione unitaria, comprensiva di tutte le interazioni tra l'attività umana e il mondo esterno da cui essa trae risorse può, in qualche modo, somigliare all'ipotesi avanzata nel 1979 da James Lovelock, secondo cui l'intero pianeta può essere visto come un organismo vivente (ipotesi di Gaia, o del pianeta vivente) [11], [13]. L'intero pianeta Terra veniva concepito, per la prima volta, come sistema unitario che si sviluppa secondo un processo organizzato e finalizzato alla propria stessa evoluzione. In origine l'evoluzione fisico-chimica determina le condizioni per la comparsa della vita anaerobica in un'atmosfera ricca di anidride carbonica e in assenza di ossigeno. Da questa originaria forma di vita ha origine la trasformazione dell'atmosfera e del suolo che, mentre rende possibile la vita aerobica vegetale, costringe gli originari organismi a rifugiarsi nel sottosuolo per non essere distrutti dall'ossigeno libero. La vita prosegue intanto la sua evoluzione fino alla comparsa dell'intelligenza e della specie umana. Ciò che però caratterizza la teoria è la totale interdipendenza dei processi, nei quali ciascun livello evolutivo e di complessità è allo stesso tempo causa ed effetto della propria stessa evoluzione. Le condizioni fisico-chimiche necessarie alla comparsa di organismi viventi sono a loro volta modificate dalla presenza degli organismi stessi creando, così, le condizioni che consentono il mantenimento della vita e gli ulteriori processi evolutivi. Con la comparsa dell'uomo, infine, questo processo di retroazione e feedback diventa gradualmente consapevole, coinvolgendo in un sistema unitario e interconnesso, tanto le funzioni fisico-chimiche del pianeta e quelle biologiche vegetali e animali, quanto le attività umane in tutte le manifestazioni: economiche, culturali, sociali e politiche. L'economia nella sua accezione corrente, limitata cioè alle attività di scambio, altro non è che un sottosistema della più complessiva economia del pianeta di cui è parte strettamente interconnessa e non separabile.

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

Ridefiniamo, dunque, l'ambito dell'economia, assumendone quale oggetto *le condizioni di equilibrio dinamico in grado di mantenere la vita del pianeta e di consentirne l'evoluzione*. Resta ovviamente inteso che ciò comprende in primo luogo la vita e l'evoluzione degli esseri umani e della loro civiltà, ma con la consapevolezza che i vari livelli non possono essere disgiunti.

Un modello che voglia rappresentare, nella sua globalità, il sistema economico così concepito, non può ovviamente limitarsi alle sole leggi che regolano gli scambi delle merci, ma dovrebbe rendere conto di tutti i fattori che contribuiscono all'equilibrio generale, così come di quelle che lo inibiscono o lo minacciano. L'analogia che, al momento, mi sembra più appropriata si può trovare allora nella termodinamica. Essa si caratterizza, in particolare, con i concetti fondamentali di entropia e di irreversibilità. Si può pensare cioè, di fare riferimento, anche qui, a tre concetti fondamentali. Chiamerò, dunque, *Energia Totale Disponibile*, l'insieme delle risorse materiali e umane che vanno dalle materie prime, al suolo, acqua, aria, risorse energetiche, ecc., fino al lavoro umano, all'organizzazione sociale e politica, alle risorse culturali. Chiamerò *Lavoro Utile* la somma delle attività umane rapportata ai loro risultati in termini di mantenimento e incremento delle funzioni vitali del sistema. Chiamerò, infine, *Entropia*, l'insieme dei fattori disgregativi, che ostacolano i processi vitali ed evolutivi. Tra questi, oltre all'esaurimento delle risorse, ai mutamenti climatici e alle crisi e turbolenze di mercato, vanno posti tutti i fenomeni di tensione e disgregazione sociale, gli stati di guerra, i fenomeni di regressione culturale. Si tratta fin qui, ovviamente, di un'indicazione molto generica, che individua solo una ricollocazione prospettica e una direzione di massima su cui poter procedere per l'individuazione di modelli realmente rappresentativi.

7. Oltre il mercato, non solo Stato.

Stato-mercato. Ecco i due termini antitetici entro cui l'ambito economico è stato confinato negli ultimi due secoli. La stessa definizione del PIL, che costituisce oggi il principale indicatore economico, è formulata per misurare il risultato globale di tutte le attività produttive che si rivolgano al mercato o che siano svolte dallo stato. Da essa restano escluse le attività rivolte a sé stessi o all'interno della famiglia, o anche rivolte all'esterno ma senza un corrispettivo monetario.

Nelle società arcaiche e in tutte le organizzazioni economiche pre-mercantili, le cose andavano diversamente, ed anche nelle fasi di crescita della stessa economia capitalistica, un'ampia fascia di attività economiche restava tacitamente, ma pienamente riconoscibile, al di fuori dal mercato. La società industrializzata moderna tende in tutti i modi a marginalizzare tali attività, sia assorbendole nel mercato, sia nascondendole o rendendo invisibile quanto di esse non riesce a metabolizzare. Così se, in passato, chi si autocostruiva un

mobile o tinteggiava le pareti di casa svolgeva un lavoro, oggi esercita un hobby; allo stesso modo, chi si occupa della casa o assiste un familiare invalido senza percepire un salario, si dice che “non lavora”.

L’espulsione dalla sfera economica dei beni e delle attività non destinate allo scambio trova storicamente il suo fondamento negli obiettivi che le analisi economiche si sono proposte nel tempo, privilegiando di volta in volta le ragioni del commercio o della produzione (in origine mercantili e fisiocratici). Adam Smith esclude esplicitamente dalla sfera economica ogni attività che, se pure utile e necessaria, non attiene a beni scambiabili sul mercato. A partire dai neoclassici, poi, tutte le proposte teoriche ruotano intorno agli equilibri di mercato come riferimento privilegiato se non unico.

Per quanto, però, tali attività siano state espulse dalle valutazioni economiche fondate sul mercato, esse mantengono, nei fatti, la loro valenza economica e incidono significativamente sull’evoluzione del sistema, contribuendo a rendere meno probabili le previsioni che non ne tengono conto. Tanto più che, se molte attività tradizionali sono oggi più marginali e meno praticabili che nel passato, nuove tendenze e nuovi fenomeni inediti si affacciano sulla scena, sconvolgendo talvolta anche le più consolidate pratiche di mercato. A tale riguardo, se si prescinde dagli aspetti più visionari dell’opera di Jeremy Rifkin, si può trovare in un suo recente libro un’ampia ed esauriente panoramica¹⁵. Mi limito qui ad una rapida elencazione delle attività più significative, tralasciando le tradizionali attività di volontariato e di impegno civile, nonché le attività di cura della casa e delle cure parentali, la cui conoscenza può essere data per scontata.

Vanno considerate innanzitutto le attività di autoproduzione, a partire da quelle tradizionali, in gran parte marginalizzate, ma che in molti casi presentano segni di ripresa e in altri costituiscono comunque una vera e propria necessità¹⁶. Ma, soprattutto, sono da considerare le attività emergenti, tra cui in primo luogo l’autoproduzione di energia sia da pannelli solari che da mini-impianti di compostaggio, anche per l’impatto che ciò può avere sulla stessa economia di mercato, oltre che nell’alleggerire il fabbisogno di reddito familiare e

¹⁵ J. RIFKIN [22].

¹⁶ Tra le attività più marginalizzate sono sicuramente il confezionamento in casa di indumenti e arredi e la produzione di prodotti agricoli per uso proprio. In quest’ultimo settore si manifestano, in molte realtà, i segni di ripresa più interessanti, con la creazione, ove possibile, di piccoli orti individuali o plurifamiliari, anche come effetto di una crescente sensibilità ecologica e di una maggiore richiesta di prodotti freschi e genuini.

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale

individuale. Altre forme significative di autoproduzione potranno affermarsi in un futuro prossimo quale risultato delle tecnologie più avanzate¹⁷.

Vi sono poi quelle attività svolte a titolo gratuito che si differenziano dal tradizionale volontariato perché, seppure dirette generalmente a finalità socialmente rilevanti, non sono, tuttavia, destinate a soggetti in difficoltà per fini puramente umanitari. Lo sviluppo più massiccio ed evidente si è avuto negli ultimi decenni sulla rete e nel campo delle tecnologie informatiche. Si tratta, innanzitutto, della diffusione di materiale informativo, culturale, multimediale: da Wikipedia, alle biblioteche digitalizzate libere, agli strumenti di formazione e di studio delle lingue, al conferimento a titolo gratuito di materiale multimediale, ad una molteplicità di siti più o meno specializzati. C'è poi il vasto settore di sviluppo del software *open source*, validamente alternativo a quello commerciale e reso disponibile gratuitamente. Si tratta di un ampio settore in continua crescita, che pur rimanendo fuori dal mercato, interagisce fortemente con esso, sia in forma concorrenziale che in forma sinergica. Ciò che ritengo importante sottolineare è come, in questa sede, sia fuori luogo chiedersi le motivazioni che spingono i singoli individui a mettere gratuitamente a disposizione il frutto del proprio lavoro. Che si tratti di spirito solidaristico, senso di responsabilità, ambizione personale, desiderio di mettersi in mostra o altro, è questione che attiene alla sociologia, all'etica o alla politica. Dal nostro punto di vista ciò che importa è la rilevazione del dato fenomenologico e le sue conseguenze sull'evoluzione complessiva del sistema.

Infine, sia pure per cenni, non si può non considerare una variegata fascia di fenomeni emergenti, di tipo associazionistico e solidaristico. Possono essere cooperative di consumo, gruppi di acquisto, banche del tempo, ecc. In esse si praticano forme di scambio di beni e servizi che possono essere visti come piccoli mercati paralleli, non interamente rappresentabili dai parametri econometrici.

Tutte le attività richiamate hanno in comune alcune caratteristiche. Esse si pongono in parallelo, e non in antitesi, con l'economia di mercato, con cui interagiscono, influenzandone in varia misura l'andamento. L'interazione col mercato, inoltre, può assumere carattere concorrenziale o di sinergia, senza che le due modalità si escludano; anzi esse, molto spesso, coesistono. In quanto rivolte alla produzione di beni e servizi normalmente scambiabili sul mercato, esse sono, in linea di massima, quantificabili in termini di valore di scambio, ma spesso portano in sé un valore aggiunto dovuto alla specificità delle prestazioni, che non è, invece, quantificabile sul mercato.

¹⁷ Nel libro citato di Rifkin, un ampio spazio è dedicato, per esempio, alle potenzialità future delle stampanti 3D, nella produzione in proprio o in gruppo, e a bassissimo costo, di una vasta gamma di oggetti d'uso anche sofisticati e tecnologicamente avanzati.

8. Entropia

L'idea di introdurre, in analogia con i modelli termodinamici, un concetto di entropia nelle scienze economiche, non è nuova. Tuttavia, non mi pare che essa sia stata sufficientemente sviluppata all'interno di una visione olistica dell'economia planetaria. Se consideriamo la vita come un processo che si sviluppa in un continuo stato di equilibrio dinamico, da cui, però, può temporaneamente allontanarsi in vario modo e in varia misura. Potremmo allora convenire di chiamare *entropia* il complesso di dati fenomenici che caratterizzano il distacco di uno stato del sistema rispetto a quello di un ideale e ipotetico stato di equilibrio ottimale. Poiché questo, però, rimane necessariamente indeterminato e indeterminabile, l'unica possibilità di valutazione, in analogia, ancora una volta con la termodinamica, è quella di valutare l'incremento di entropia determinata da una variazione di stato. In altri termini si tratta di individuare i fattori di squilibrio determinati da ciascuna attività economica. Questi possono essere valutati, a loro volta, commisurandoli all'*energia* e al *lavoro utile* necessario per riportare il sistema alle condizioni di equilibrio preesistenti. Così, ad esempio, se il complesso delle attività industriali determina alterazioni nella composizione atmosferica, nel suolo e nella biosfera, l'aumento di entropia può essere commisurato alle attività e alle risorse necessarie per ripristinare le condizioni iniziali, tenuto anche conto delle naturali capacità di ripristino del sistema. Non ha alcun senso, invece, la pretesa di assegnare ai valori entropici un valore di mercato, sulla base di ciò che i singoli e le comunità in un dato momento sono disposte a spendere. Indubbiamente anche in questo caso la misura ottenuta è dotata di un'indiscutibile carattere di oggettività, ma essa esprime solo una propensione individuale o collettiva, condizionata da fattori culturali, politici, ambientali, ma senza alcun riferimento alle reali condizioni fisiche e biologiche necessarie al mantenimento e all'evoluzione della vita.

Ciò vale, ovviamente, per tutti i fattori entropici, determinando un capovolgimento di prospettiva nel concetto stesso di convenienza economica. Nella logica di mercato è più conveniente ciò che realizza un incremento della ricchezza posseduta individualmente o collettivamente in termini di valore di scambio. Nella nuova prospettiva la convenienza è quella che determina una maggiore fruibilità di risorse. Ciò vuol dire che nella scelta tra due possibili opzioni, assieme al valore di scambio, o di mercato, va considerata, da una parte, la fruibilità di benefici non scambiabili, dall'altra il peso dei fattori entropici che ne derivano. Una valutazione che non è sempre univoca nel caso di scelte individuali correnti, come nell'acquisto di un genere di consumo. È facile rendersene conto se si pensa alla diversa attitudine individuale a fruire di beni e

servizi non commerciali e alla complessità di valutazione dei fattori entropici. Ma può diventare imprescindibile nelle valutazioni collettive, o su larga scala o quando sono implicati tempi lunghi. Così, ad esempio, posso accettare più o meno facilmente la prospettiva di un minore reddito da lavoro in relazione alla mia possibilità e propensione a soddisfare altrimenti una parte delle mie esigenze, ma se un'intera collettività deve scegliere la fonte di produzione energetica, non può prescindere dal considerare, assieme ai costi immediati, anche quelli derivanti, in futuro, da fattori entropici, quali l'inquinamento, lo smaltimento delle scorie, l'esaurimento delle fonti, gli oneri connessi alla sicurezza, soprattutto quando l'accumulo di tali fattori rischia di innescare processi irreversibili di destabilizzazione del sistema. Così, nella valutazione delle possibili forme di organizzazione e di divisione del lavoro e di ripartizione del reddito, non si può pervenire a risultati attendibili, ove si prescinde dalle tensioni sociali, da una parte, e dalle possibili compensazioni, dall'altra parte, che possono derivare da risorse fruibili fuori dal mercato.

9. Conclusione

Si è accennato al ruolo svolto nei processi economici delle attività non regolate direttamente dal mercato e agli effetti dell'attività umana sul sistema globale. Ricorrendo ad una metafora, possiamo provare a paragonare un sistema economico al complesso delle funzioni di un corpo umano. Possiamo supporre che il mercato svolga una di tali funzioni, come può essere fatto, ad esempio, da un particolare organo o apparato. Ma, per quanto necessario, nessun organo o apparato è in assoluto il regolatore di tutte le funzioni dell'intero organismo. Stimolare una particolare funzione che risulta carente può servire, ma da sola, o in misura errata, potrebbe scatenare nuovi squilibri e richiedere ulteriori compensazioni.

Così come annunciato, non voglio qui prospettare nuovi strumenti di teoria economica tecnicamente compiuti, ma solo la necessità di un mutamento di prospettiva entro cui gli strumenti già esistenti possano avere ancora validità, purché ne vengano determinati i limiti e le relazioni con altri aspetti del sistema. Ed è a partire da qui che strumenti nuovi vanno pensati ed elaborati.

Sembra abbastanza ragionevole, inoltre, che nel considerare quelli che abbiamo individuato come indicatori dello stato del sistema chiamandoli rispettivamente *Energia Disponibile*, *Lavoro Utile* ed *Entropia*, non siano più visti come grandezze unidimensionali misurabili tutti nella stessa unità di misura (valore di mercato) ma, analogamente a quanto avviene nelle scienze della

natura possano essere caratterizzati da entità tra loro incommensurabili e pluridimensionali¹⁸.

Se poi il mutamento di prospettiva ci porta, come ho tentato di delineare, ad ampliare il dominio della sfera economica, includendo in essa l'intero equilibrio delle risorse planetarie, allora l'analogia con le scienze mediche non può più essere soltanto una metafora. Al pari di ciò che si fa per un organismo vivente, si dovrà poter distinguere tra le funzioni fisiologiche delle singole parti (e nel nostro caso, in particolare, le funzioni fisiologiche del mercato) e gli stati patologici che coinvolgono l'intero sistema. Si dovrà poter distinguere tra salute e malattia e valutare le ipotesi terapeutiche con riguardo all'intero organismo e ai possibili effetti collaterali: nessuno curerebbe l'influenza con un rimedio, anche efficacissimo, ma che distrugge irrimediabilmente il fegato. Se qualcosa di simile si verifica in ambito economico, ciò è dovuto proprio al fatto di limitare questo ambito alle funzioni di un solo organo: il mercato. Che tra gli effetti collaterali vi siano gli integralismi, le guerre, il terrorismo, le desertificazioni e i mutamenti climatici, o anche solo il dilagare di tensioni e tendenze disgregative¹⁹, diventa allora "un altro discorso" perché queste cose non sono considerate "fatti economici". Si dovrà, altresì, contemplare il rischio di morte del sistema, perché la morte, esito finale, anche se lontano, di ogni processo vitale, è sempre una delle possibilità incombenti negli stati di malattia, e non basta esorcizzarla con la semplice ascrizione alla letteratura catastrofista. Il paziente può sempre optare, e in questo caso con scelta collettiva, per porre fine alla propria esistenza, ma allo scienziato rimane il dovere di renderlo consapevole della scelta.

¹⁸ Se ad es. nella fisica newtoniana una particella era caratterizzata dalla sola massa, a questa, successivamente, si aggiunge la carica elettrica e, poi, nella fisica quantistica, ancora lo *spin*. Nessuna di queste tre grandezze è esprimibile nelle stesse unità con cui sono espresse le altre e l'ultima non è neppure unidimensionale. Esse sono grandezze incommensurabili, eppure nell'evoluzione del sistema le loro azioni sono interconnesse e inseparabili.

¹⁹ Gli atteggiamenti localistici e separatisti, quelli antieuro o genericamente antipolitici, non sono che esempi tra i più attuali.

Bibliografia

- [1] A. ANSELMO, G. GEMBILLO, *Filosofia della complessità*, Firenze, Le Lettere (2013).
- [2] C. S. BERTUGLIA, F. VAIO, *Non linearità, caos, complessità*, Torino, Bollati Boringhieri. (2003).
- [3] V. BRIANI, *L'industria della difesa Italiana*, Osservatorio di politica Internazionale (Progetto di collaborazione tra il Senato della Repubblica, la Camera dei deputati e il Ministero degli Affari Esteri), n. 3, Dicembre, (2009).
- [4] G. J. CHAITIN, *Teoria algoritmica della complessità*, Giampiccherelli editore, Torino, (2008).
- [5] P. CLAYTON, *Conceptual Foundations of Emergence Theory*, in: P. CLAYTON, P. DAVIES, (Editors), *The re-emergence of emergence: the emergentist hypothesis from science to religion*, Oxford, Oxford University Press, New York, (2006), pp. 1-31.
- [6] D. DE KERCKHOVE, *Brainframes. Technology, Mind and Business*, 1991; ediz. Italiana: *Brainframes. Mente, tecnologia, mercato*, Baskerville, Bologna, (1993).
- [7] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY, N. ROSEN, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [8] P. FEYERABEND, 1999, *Conquest of abundance : a tale of abstraction versus the richness of being*, 1999; Ed. Ital. a cura di Bert Terpstra: *Conquista dell'abbondanza: storie dello scontro fra astrazione e ricchezza dell'essere*, Raffaello Cortina, Milano, (2002).
- [9] A. FIGÀ TALAMANCA, *L'Impact Factor nella valutazione della ricerca e nello sviluppo dell'editoria scientifica*. Intervento al IV Seminario Sistema Informativo per la Matematica, Lecce, 2 Ottobre (2000), <http://siba2.unile.it/sinm/4sinm/interventi/fig-talam.htm>.
- [10] S. DE LA PLACE , *Essai philosophique des probabilités*. (1812).
- [11] J. LOVELOCK, *Gaia. A New Look at Life on Earth*, Oxford, Oxford University, (1979).
- [12] E. N. LORENTZ , *Nondeterministic theories of climate change*, *Quaternary Research*. Vol. 6, (1976).
- [13] L. MARGULIS, D. SAGAN, *Slanted Truths. Essays on Gaia, Symbiosis, and Evolution*, Copernicus Books, (1997).
- [14] C. N. EL-HANI, S. PIHLSTRÖM, *Emergence Theories and Pragmatic Realism*, *Essays in Philosophy*: Vol. 3: Iss. 2, Artic. 3 (2002).

- [15] A. R. FRASER , *Ptolemaic Alexandria*, Oxford University Press (1072).
- [16] T. KUHN (1962), *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago University Press, Chicago (II ediz. (1970), Ediz. it della II ed.: *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Torino, Einaudi, (1979).
- [17] R. MIGLIORATO, *La ragione e il fenomeno. Itinerari epistemologici tra matematica e scienze empiriche*, Aracne Editrice, Roma, (2013).
- [18] E. MORIN, *La Méthode 2: La vie de la Vie*, 1980. Ediz. Italiana: *Il Metodo 2: La vita della vita*, Raffaello Cortina Editore, Milano, (2004).
- [19] E. MORIN, E. R. CIURANA, R. D. MOTTA, *Éduquer pour l'ère planétaire. La pensée complexe comme Méthode d'apprentissage dan l'erreur et l'icertitude humaines*, 2003, Ediz. Ital.: *Educare per l'era planetaria. Il pensiero complesso come metodo di apprendimento*, Armando Editore, Roma, (2005).
- [20] J. NASH, *Non-Cooperative Games*, Ann. of Math., 54, (1951), pp. 286-295.
- [21] M. PAGLIARO, *Traffico di armi: quattro inquisiti*, Corriere della Sera, 3 Sett. 1993, p. 9.
- [22] J. RIFKIN, *La società a costo marginale zero. L'internet delle cose, l'ascesa del «commons» collaborativo e l'eclissi del capitalismo*, Mondadori, Milano, (2014).
- [23] M. SECHI , *Teoria del valore. La teoria del costo di produzione e la teoria della domanda e dell'offerta*. Vol. 2: Da Walras a Pareto e Marshall, Milano, Giuffrè, (2001).
- [24] *SIPRI Arms Transfers Database* of Stockolm International Peace Research Institute, <http://armstrade.sipri.org/armstrade/page/values.php>.
- [25] A. SMITH, *La ricchezza delle nazioni*, Roma, Newton Compton Editori, (1976).
- [26] V. PARETO, *Course d'economie politique*, Lausanne, (1896).
- [27] L. WALRAS, *L'economia monetaria*, a cura di G. De Caro, Istituto della Enciclopedia Italiana, (1985).

Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea

Antonio Maturo

Department of Humanities, Arts, and Social Sciences
University "G. d'Annunzio" of Chieti-Pescara
amatur@unich.it

Sunto

Uno strumento efficace per comprendere realmente la geometria euclidea è lo studio di modelli alternativi e delle loro applicazioni. Infatti essi permettono di capire la reale portata di vari assiomi che visti dall'interno della geometria euclidea sembrerebbero scontati o addirittura inutili. Il lavoro parte da una rivisitazione dell'assiomatica di Hilbert a partire dal punto di vista più generale adottato da Albrecht Beutelspacher e Ute Rosenbaum nel loro libro del 1998 sui fondamenti della geometria proiettiva generale, definita attraverso un sistema di assiomi di incidenza.

Parole chiave: Critica dei fondamenti. Geometrie finite. Assiomi di Hilbert. Applicazioni.

1. Gli assiomi di incidenza nell'assiomatica di Hilbert

Un punto fermo nell'assiomatizzazione della Geometria Euclidea è costituito dai Grundlagen der Geometrie di David Hilbert del 1899 (ed. italiana: Fondamenti della Geometria, 1980, Feltrinelli).

Rileggiamo alcuni aspetti dell'assiomatica di Hilbert a partire dalla terminologia più generale utilizzata in (Beutelspacher and Rosenbaum, 1998; Hirschfeld 1979).

Definizione 1 Una geometria è una coppia $G = (\Omega, I)$ dove Ω è un insieme non vuoto e I una relazione in Ω , detta relazione di incidenza, tale che valgono le seguenti proprietà:

- (1) proprietà riflessiva: per ogni $x \in \Omega$, $x I x$;
- (2) proprietà simmetrica: per ogni $x, y \in \Omega$, $x I y \Rightarrow y I x$.

Se $x I y$ diciamo che x è incidente a y (in Hilbert si usa la notazione x appartiene a y).

Definizione 2 Una bandiera di una geometria $G = (\Omega, I)$ è un insieme di elementi di Ω a due a due incidenti. Una bandiera B è massimale se:

(MA1) $x \in \Omega - \{B\} \Rightarrow B \cup \{x\}$ non è una bandiera.

Definizione 3 Una geometria di rango $k \geq 2$ è una geometria (Ω, I) , con una successione finita $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k$ di k sottoinsiemi non vuoti di Ω tali che:

- (K1) $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k\}$ è una partizione di Ω ;
- (K2) ogni bandiera massimale interseca ogni Ω_i in un solo elemento.

Si scrive $G = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k, I)$. Gli elementi di Ω_i si dicono elementi di tipo i . Gli elementi di tipo 1 si dicono punti, quelli di tipo 2 si dicono blocchi, quelli di tipo i si dicono spazi di tipo i .

Nota Sia $G = (\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k, I)$ una geometria di rango k . Siano x un elemento di tipo i , y un elemento di tipo j , $i \leq j$. Per indicare che x è incidente a y useremo in seguito la terminologia geometrica usuale “ x è contenuto in y ”, in simboli “ $x \subseteq y$ ” oppure “ y contiene x ”, in simboli “ $y \supseteq x$ ”.

In particolare:

(1) Una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, è una geometria (Ω, I) con una coppia (P, B) di sottoinsiemi di Ω formanti una partizione di Ω . Gli elementi di P sono detti punti e quelli di B blocchi. Inoltre valgono le seguenti proprietà:

- (R1) ogni punto è contenuto in almeno un blocco;
- (R2) ogni blocco contiene almeno un punto;
- (R3) se A e B sono punti distinti nessuno di essi contiene l'altro;
- (R4) se r e s sono due blocchi distinti nessuno di essi contiene l'altro.

(2) Una geometria di rango 3, $G = (P, B, S, I)$ è una geometria (Ω, I) con una terna (P, B, S) di sottoinsiemi di Ω formanti una partizione di Ω . Gli

*Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della
Geometria Euclidea*

elementi di P, B, S, sono detti, rispettivamente punti, blocchi, spazi di tipo 3. Ogni bandiera massimale è formata da 3 elementi: un punto, un blocco e uno spazio di tipo 3.

In questo ordine di idee, la geometria di Hilbert è una geometria di rango 3, $G = (P, B, S, I)$ dove P è l'insieme dei punti, B è l'insieme delle rette, S è l'insieme dei piani.

Se x è un punto, y una retta o un piano, oppure se x è una retta e y un piano, se risulta $x \in y$, diciamo che x è contenuto in y ($x \subseteq y$), oppure che y contiene x ($x \supseteq y$). Teniamo conto che in geometria usualmente un punto è identificato con l'insieme formato solo da un punto, per cui la relazione di appartenenza può essere sostituita dall'inclusione.

La geometria di Hilbert è caratterizzata da 5 gruppi di assiomi:

- (Gruppo I) Assiomi di collegamento (8 assiomi);
- (Gruppo II) Assiomi di ordinamento (4 assiomi);
- (Gruppo III) Assiomi di congruenza (5 assiomi);
- (Gruppo IV) Assiomi delle parallele (1 assioma);
- (Gruppo V) Assiomi di continuità (2 assiomi).

In questo lavoro ci focalizziamo esclusivamente sugli assiomi dei gruppi I e IV, detti assiomi di incidenza.

Vi sono diverse geometrie che soddisfano agli assiomi di incidenza. Particolarmente importanti, sia dal punto di vista teorico, sia da quello applicativo sono le geometrie finite, ossia tali che Ω è formato da un numero finito di elementi.

Alcuni piani affini o piani proiettivi formati con pochi elementi sono esempi di geometrie finite che possono essere compresi anche da alunni del primo ciclo d'istruzione e che fanno capire il ruolo fondamentale dell'assiomatica.

Diamo di seguito una rilettura critica degli assiomi di incidenza di Hilbert, utilizzando però, quando occorre, una notazione diversa, utile per il seguito del lavoro.

Dividiamo gli assiomi d'incidenza in 4 gruppi, che chiamiamo:

- (a) Assiomi di collegamento fra punti e rette;
- (b) Assiomi di collegamento fra punti e piani;
- (c) Assiomi di collegamento fra rette e piani;
- (d) Assioma delle parallele.

Assiomi di collegamento fra punti e rette (in nero gli oggetti dati, in rosso quelli di cui si afferma l'esistenza)

Assioma 1 (corrisponde agli assiomi I1 e I2 di Hilbert) Dati due punti distinti A e B esiste una sola retta r contenente entrambi, ossia tale che $A \subseteq r$ e $B \subseteq r$. La retta r è indicata con AB.



Assioma 2 (corrisponde alla prima parte dell'assioma I3 di Hilbert) Ogni retta contiene almeno due punti (ossia, data una retta r esistono almeno due punti A e B tali che $A \subseteq r$ e $B \subseteq r$, e quindi tale che $r = AB$).



Assioma 3 (corrisponde alla seconda parte dell'assioma I3 di Hilbert) Esistono 3 punti non contenuti nella stessa retta (ossia, data una retta r , esiste almeno un punto P non contenuto in r).

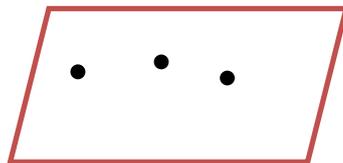


Nota. Gli assiomi precedenti implicano che esistono almeno 3 rette distinte e quindi la configurazione minimale che soddisfa gli assiomi precedenti è data dalla figura seguente, in cui una retta è l'insieme dei due punti contenuti in essa.

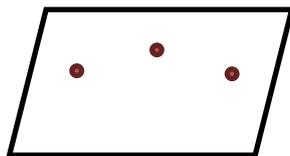


Assiomi di collegamento fra punti e piani

Assioma 4 (corrisponde agli assiomi I4 e I5 di Hilbert) Dati tre punti A , B e C non allineati (ossia non contenuti nella stessa retta) esiste un solo piano π , indicato con ABC , che li contiene, ossia tale che $A \subseteq \pi$, $B \subseteq \pi$, $C \subseteq \pi$.

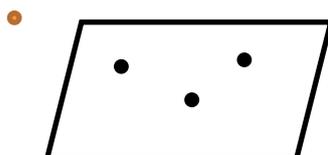


Assioma 5 Ogni piano contiene almeno tre punti non allineati (ossia, dato un piano π , esistono almeno tre punti A , B , C non allineati tali che $A \subseteq \pi$, $B \subseteq \pi$, $C \subseteq \pi$, e quindi $\pi = ABC$).

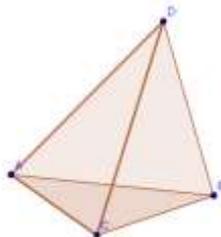


Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea

Assioma 6 (corrisponde all'assioma I8 di Hilbert) Esistono 4 punti non contenuti nello stesso piano (ossia, dato un piano π , esiste almeno un punto P non contenuto in π).



Nota. Gli assiomi precedenti implicano la configurazione minimale (tetraedro) della figura seguente, in cui una retta è un insieme di due punti e un piano un insieme di 3 punti. Vi sono 4 punti, 6 rette e 4 piani.

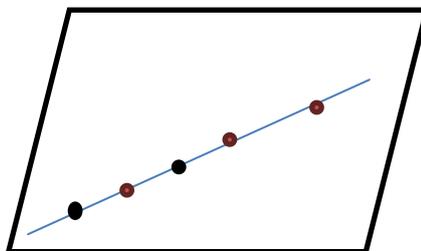


Nota. Gli assiomi di collegamento 4, 5, 6, riguardanti le coppie (punti, piani) sono gli analoghi degli assiomi 1, 2, 3, riguardanti le coppie (punti, rette). In virtù degli assiomi seguenti, di collegamento fra rette e piani, l'assioma 5 può essere sostituito dall'assioma più debole "un piano contiene almeno un punto".

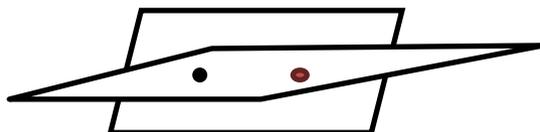
Assiomi di collegamento fra rette e piani

Assioma 7 (corrisponde all'assioma I6 di Hilbert) Se A e B sono due punti contenuti in un piano π allora tutti i punti della retta AB sono contenuti in π e si assume che la retta AB è incidente a π (e quindi contenuta in π).

Nel linguaggio geometrico, se $AB \subseteq \pi$ si usa anche dire che AB giace nel piano π .



Assioma 8 (corrisponde all'assioma I7 di Hilbert) Dati due piani α e β contenenti uno stesso punto P, esiste un punto Q diverso da P che è contenuto in entrambi i piani.



Date due rette r e s indichiamo con $r \cap s$ l'insieme dei punti contenuti in r e in s .

Assioma delle parallele

Assioma 9 (delle parallele) Siano dati una retta r e un punto P non contenuto in r . Sia π il piano contenente r e P . Allora esiste una sola retta s in π contenente P e tale che $r \cap s = \emptyset$. La retta s è detta parallela a r per P .

2. La geometria proiettiva come geometria di rango 2

Nelle geometrie d'incidenza soddisfacenti gli assiomi precedenti, il parallelismo fra rette è una relazione di equivalenza. Sia C l'insieme delle classi di equivalenza. Chiamiamo punto improprio di una retta r la classe di equivalenza a cui appartiene r , retta impropria di un piano π l'insieme delle classi di equivalenza delle rette contenute in π e piano improprio l'insieme C .

Assumiamo che:

- (1) ogni retta è incidente al suo punto improprio;
- (2) ogni piano è incidente alla sua retta impropria.

In questo ordine di idee, dalla geometria di Hilbert $G = (P, B, S, I)$ si ottiene una nuova geometria di rango 3, $G^* = (P^*, B^*, S^*, I^*)$, detta geometria proiettiva, dove P^* è l'unione dell'insieme dei punti di G (detti punti propri) e di quello dei punti impropri, B^* è l'insieme delle rette di G (dette rette proprie) e delle rette improprie, S^* è l'insieme dei piani di G (detti piani propri) e del piano improprio e I^* è ottenuto estendendo l'incidenza agli elementi impropri assumendo (1) e (2).

In questa geometria valgono gli assiomi di collegamento considerati nel paragrafo precedente, modificando però l'assioma 2 in:

Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea

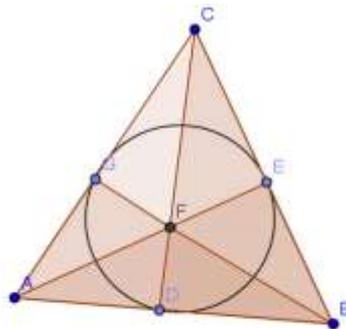
Assioma 2* Ogni retta contiene almeno tre punti (ossia due punti propri e il punto improprio).



Non vale, in G^* , l'assioma 9 delle parallele che è sostituito dal seguente:

Assioma 9* (d'incidenza) Siano dati una retta r e un punto P non contenuto in r . Sia π il piano contenente r e P . Allora, per ogni retta s per P contenuta in π , $r \cap s$ contiene un punto.

La minima configurazione del piano che soddisfa gli assiomi 1, 2*, 3, 9* è data dal seguente piano di Fano, formato da 7 punti e 7 rette.



Gli studi successivi a quelli di Hilbert (cfr. ad es. Beutelspacher, Rosenbaum 1998; Cerasoli, Eugeni, Protasi 1988; Tallini 1991; Innamorati, Maturo 1991, 1999), hanno portato ad una notevole semplificazione dell'assiomatica della geometria proiettiva classica. Infatti è stato messo in luce il fatto che, per definire la geometria proiettiva dello spazio, non è necessario introdurre nell'assiomatica il concetto di piano e quindi gli assiomi 4, 5, 6, 7, 8. Precisamente, è sufficiente partire da una geometria di rango 2, considerare gli assiomi 1, 2* e 3 e una modifica dell'assioma 9*, detto assioma di Veblen-Young, che permette di enunciare il contenuto dell'assioma 9* senza dover definire il piano.

Ciò ha permesso anche di generalizzare in maniera semplice il concetto di geometria proiettiva e di considerare geometrie proiettive in spazi ad un numero qualsiasi di dimensioni.

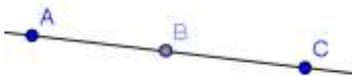
Introduciamo quindi la seguente definizione generale:

Definizione 4 Una geometria proiettiva è una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, soddisfacente i seguenti assiomi:

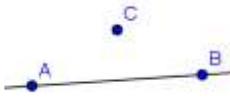
Assioma P1 (assioma della retta) Dati due punti distinti A e B esiste un solo blocco r contenente entrambi, ossia tale che $A \subseteq r$, $B \subseteq r$.



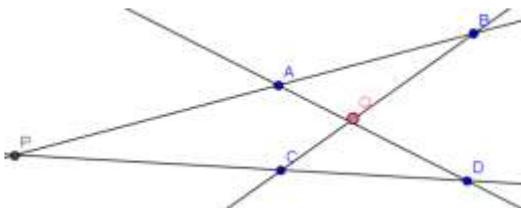
Assioma P2 (non degenerazione di un blocco) Ogni blocco contiene almeno 3 punti.



Assioma P3 (non degenerazione della dimensione) Esistono almeno 3 punti non appartenenti allo stesso blocco.



Assioma P4 (Veblen-Young) Siano A, B, C, D punti tali che i blocchi AB e CD contengono uno stesso punto P. Allora anche i blocchi AC e BD contengono uno stesso punto.



Usualmente, se vale l'assioma 1, i blocchi sono detti rette.

3. Piani affini

Il concetto più generale di piano affine si ottiene dai primi tre assiomi di Hilbert e da una forma più restrittiva dell'assioma 9 delle parallele. Precisamente si ha la seguente definizione:

Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea

Definizione 5 Un piano affine è una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, soddisfacente i seguenti assiomi:

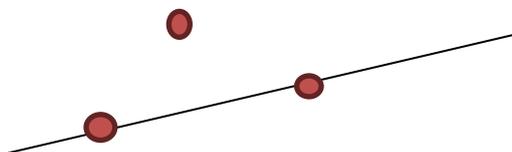
Assioma PA1 (assioma della retta) Dati due punti distinti A e B esiste un solo blocco r contenente entrambi, ossia tale che $A \subseteq r, B \subseteq r$.



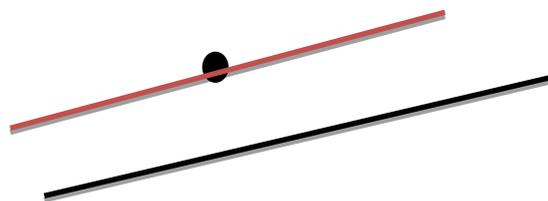
Assioma PA2 (non degenerazione di un blocco) Ogni blocco contiene almeno 2 punti.



Assioma PA3 (non degenerazione della dimensione) Esistono almeno 3 punti non appartenenti allo stesso blocco.



Assioma PA4 (Assioma delle parallele di Playfair) Se r è un blocco e P è un punto non contenuto in r allora esiste un unico blocco passante per P e non avente punti in comune con r.

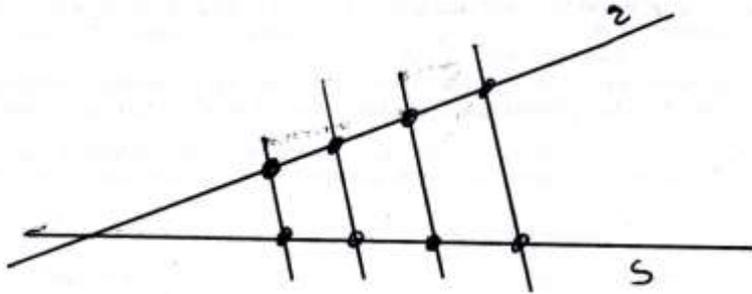


In particolare, per l'assioma PA1, i blocchi si dicono rette.

Dagli assiomi si deducono in particolare i seguenti corollari.

Corollario 1 Date due rette r e s esiste una corrispondenza biunivoca fra i punti delle due rette. In particolare se una retta ha un numero finito k di punti il numero k si indica con q e dice ordine del piano affine.

(Data una retta t che passa per un punto di r e uno di s , la corrispondenza biunivoca si ottiene considerando tutte le parallele a t .)



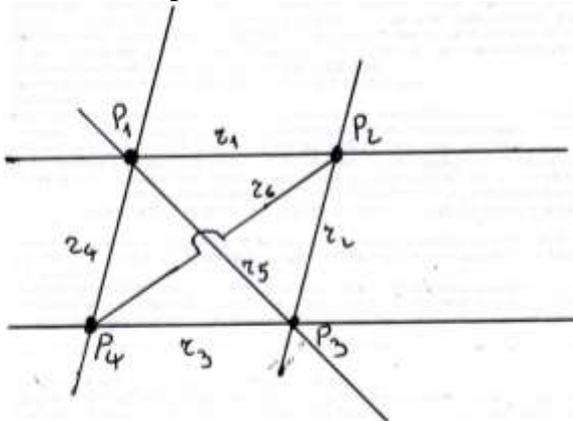
Corollario 2 Se un piano affine ha ordine q , per ogni punto P esistono $q+1$ rette uscenti da P .

(Sia t una retta che non contiene P . Le $q+1$ rette per P sono le q rette per P e un punto di t e la parallela per P a t .)

Corollario 3 Il numero di punti di un piano affine di ordine q è $v = q^2$ e il numero di rette è $b = q^2 + q$.

(Data una retta r , vi sono $q-1$ parallele a r . Contando i punti di r e delle parallele si ottiene $v = q^2$. Da ogni punto di r escono q rette diverse da r . Quindi contando tali rette, la retta r e le parallele a r si ottiene $b = q^2 + q$.)

Corollario 4 Il piano affine minimo, di ordine 2, ha 4 punti e 6 rette.



*Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della
Geometria Euclidea*

Una G geometria di rango 2 con m punti e n blocchi si rappresenta con una matrice A di tipo $[m, n]$, la matrice di incidenza di G , avente come righe i punti, come colonne i blocchi. L'elemento a_{ij} della matrice A è uguale a 1 se il punto i è contenuto nel blocco j ed è uguale a 0 in caso contrario.

La matrice di incidenza del piano affine minimo è la seguente

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6
P_1	1	0	0	1	1	0
P_2	1	1	0	0	0	1
P_3	0	1	1	0	1	0
P_4	0	0	1	1	1	0

I blocchi sono rette, ossia vale l'assioma PA1, se e solo se il prodotto scalare di due righe distinte è sempre uguale a 1.

Il prodotto scalare di due colonne di una matrice di incidenza è il numero di punti in comune dei corrispondenti blocchi. Allora, se i blocchi sono rette il prodotto scalare di due colonne distinte è uguale o a uno se le corrispondenti rette hanno un punto in comune ed è uguale a zero se tali rette sono parallele.

L'assioma PA2 equivale a dire che su una colonna si ha 1 almeno due volte. In particolare, se una retta ha un numero finito q di punti e G è un piano affine allora, per il corollario 1 su ogni colonna si hanno q unità e per il corollario 2 su ogni riga si hanno $q+1$ unità.

4. Piani proiettivi

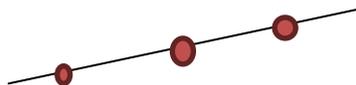
Un piano proiettivo è una geometria proiettiva in cui l'assioma di Veblen-Young è sostituito da un assioma che impone che due rette hanno sempre un punto in comune. Precisamente si ha la seguente definizione:

Definizione 6 Un piano proiettivo è una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, soddisfacente i seguenti assiomi:

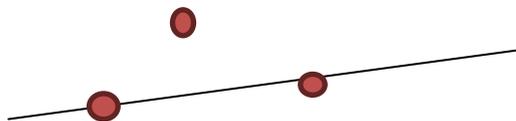
Assioma PP1 (assioma della retta) Dati due punti distinti A e B esiste un solo blocco r contenente entrambi, ossia tale che $A \subseteq r, B \subseteq r$.



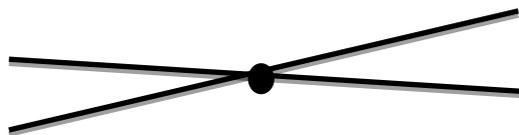
Assioma PP2 (non degenerazione di un blocco) Ogni blocco contiene almeno 3 punti.



Assioma PP3 (non degenerazione della dimensione) Esistono almeno 3 punti non appartenenti allo stesso blocco.



Assioma PP4 Se r e s sono due blocchi esiste un punto P contenuto in $r \cap s$.



In particolare, per l'assioma PP1, i blocchi si dicono rette.

Dagli assiomi si deducono in particolare i seguenti corollari.

Corollario 1 Date due rette r e s esiste una corrispondenza biunivoca fra i punti delle due rette. In particolare se una retta ha un numero finito k di punti il numero $k - 1$ si indica con q e dice ordine del piano proiettivo.

(Dato un punto P non contenuto né in r né in s , la corrispondenza biunivoca si ottiene considerando tutte le rette per P .)

Corollario 2 Se un piano proiettivo ha ordine q , per ogni punto P esistono $q+1$ rette uscenti da P .

(Sia t una retta che non contiene P . Le $q+1$ rette per P sono le q rette per P e un punto di t .)

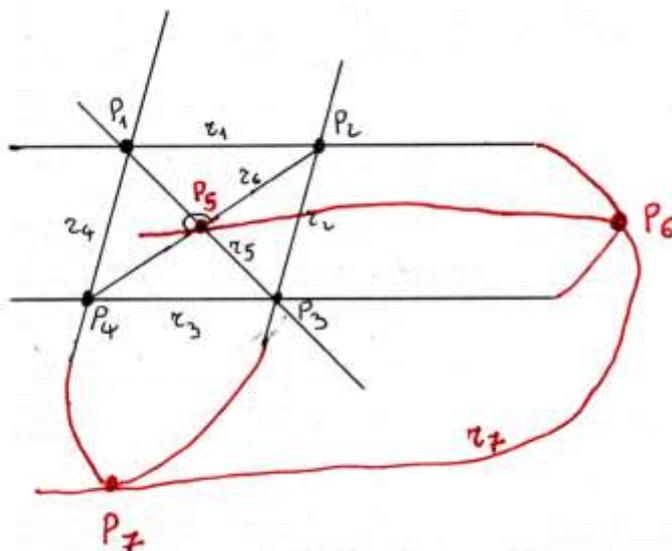
Corollario 3 Il numero di punti di un piano proiettivo di ordine q è $v = q^2 + q + 1$ e il numero di rette è $b = q^2 + q + 1$.

(Dato un punto P , le rette uscenti da P sono $q+1$. Ognuna di esse ha q punti diversi da P , per cui i punti del piano proiettivo diversi da P sono $q(q+1)$. Considerando anche P si ottiene $v = q^2 + q + 1$. Data una retta r , vi sono q rette passanti per un punto di r e diverse da r . Poiché ognuna di tali rette ha q punti

Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea

non appartenenti a r allora le rette uscenti dai punti di r e diverse da r sono $q(q+1)$. Aggiungendo r si ottiene che le rette sono in numero $b = q^2 + q + 1$.)

Corollario 4 Il piano proiettivo minimo, di ordine 3, (Piano di Fano) ha 7 punti e 7 rette. Esso si ottiene dal piano affine minimo aggiungendo i punti impropri e la retta impropria (entrambi in rosso).



La matrice di incidenza del piano di Fano è la seguente

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
P_1	1	0	0	1	1	0	0
P_2	1	1	0	0	0	1	0
P_3	0	1	1	0	1	0	0
P_4	0	0	1	1	1	0	0
P_5	0	0	0	0	1	1	1
P_6	1	0	1	0	0	0	1
P_7	0	1	0	1	0	0	1

Il prodotto scalare di due colonne di una matrice di incidenza di un piano proiettivo, numero di punti in comune delle corrispondenti rette, è uguale a 1. Il prodotto scalare di due righe, numero di rette passanti per i due punti corrispondenti, è uguale a 1.

5. Sistemi di Steiner di rette

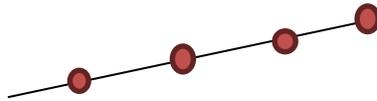
Una generalizzazione dei concetti di piano affine e piano proiettivo è quello di sistema di Steiner di rette.

Definizione 7 Un sistema di Steiner di rette $S(2, k, v)$, con $2 \leq k < v$ è una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, soddisfacente i seguenti assiomi:

Assioma SS1 (assioma della retta) Dati due punti distinti A e B esiste un solo blocco r contenente entrambi, ossia tale che $A \subseteq r, B \subseteq r$.



Assioma SS2 (numero di elementi di un blocco) Ogni blocco contiene esattamente k punti.



Assioma SS3 (numero di punti) Il numero dei punti è uguale a v.

Valgono i seguenti corollari:

Corollario 1 In un sistema di Steiner $S(2, k, v)$ per ogni punto P passa uno stesso numero di rette, dato da $b_1 = (v-1)/(k-1)$

Corollario 2 Il numero totale di rette è $b = b_1 v / k$.

Corollario 3 (Disuguaglianza di Fisher) $b_1 \geq k$.

Corollario 4 Il numero delle rette è non inferiore al numero di punti: $b \geq v$.

Definizione 8 Data una retta r e un punto P non contenuto in r le rette per P che non incontrano r si dicono **parallele** ad r.

Corollario 5 Data una retta r e un punto P non contenuto in r, il numero di rette per P parallele a r è uguale a $u = b_1 - k$.

Dal corollario 5 segue che:

- per $u = 0$ e $k > 2$ il sistema di Steiner si riduce ad un piano proiettivo di ordine $q = k-1$;
- per $u = 1$ il sistema di Steiner si riduce ad un piano affine di ordine $q = k$.

6. Applicazioni degli spazi di rette alla teoria dei giochi

In alcuni contesti economici o politici, data una geometria di rango 2, $G = (P, B, I)$, i punti si possono interpretare come giocatori di un gioco cooperativo e ogni sottoinsieme S di P come coalizione. Fra i primi e più importanti lavori sui giochi collegati alle geometrie finite si vedano, ad es. (Richardson, 1956; Shapley, 1962).

Una coalizione è detta:

- vincente se contiene tutti i giocatori incidenti a un blocco e , per ogni blocco r , contiene almeno un giocatore incidente a r . Interpretando un blocco come una società, una coalizione vincente ha il completo controllo di una società e non permette a nessun altro gruppo di avere un tale potere.
- Una coalizione è detta perdente se il suo complemento è una coalizione vincente. Interpretando un blocco come una società, una coalizione perdente non controlla completamente nessuna società e inoltre esiste una società che ha intersezione vuota con il blocco.

Si può osservare che ogni coalizione che contiene una coalizione vincente è, a sua volta, una coalizione vincente, per cui uno dei problemi più significativi è la ricerca delle coalizioni vincenti minimali, ossia di gruppi di individui che, pur non essendo maggioranze, hanno un potere economico o politico rilevante (Richardson, 1956; Shapley, 1962; Maturo 2003).

Nel caso dei piani proiettivi le coalizioni vincenti minimali sono proprio le rette. Nei piani affini sono le coppie di rette non parallele.

Un indirizzo di ricerca molto importante e ancora attuale è lo studio delle coalizioni che non sono né vincenti, né perdenti, dette coalizioni bloccanti o blocking set. Si veda ad esempio (Hirschfeld 1979; Innamorati S., Maturo, 1991, 1999; Maturo 2003). In pratica si tratta di vedere se con piccole coalizioni si riesce ad impedire che si formi un gruppo dominante.

Applicazioni recenti della teoria dei giochi cooperativi si trovano anche in lavori relativi a decisioni di gruppo, in cui si formano coalizioni per poter scegliere delle alternative convenienti (Maturo, Ventre, 2008, 2009).

Bibliografia

Beutelspacher A., Rosenbaum U., (1998), *Projective Geometry*, Cambridge University Press, Cambridge.

Cerasoli M., Eugeni F., Protasi M., (1988), *Elementi di Matematica Discreta*, Zanichelli, Bologna.

Hilbert D., (1899), *Grundlagen der Geometrie*, B. G. Teubner, Stuttgart, ed. italiana *Fondamenti della Geometria*, (1970), Feltrinelli, Milano.

Hirschfeld J.W.P., Thas J.A. (1991), *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford.

Hirschfeld J.W.P., (1998), *Projective Geometries over Finite Fields*, Clarendon Press, Oxford.

Innamorati S., Maturo A., (1991), On blocking sets of smallest cardinality in the projective plane of order seven, *Combinatorics '88*, Mediterranean Press, Cosenza, 1991, 79-96.

Innamorati S., Maturo A., (1999), The spectrum of minimal blocking sets, *Discrete Mathematics*, 208/209, 339-347.

Maturo A. (2003), Cooperative Games, Finite Geometries and Hyperstructures, *Ratio Mathematica*, 14, 2003, pp.57-70

Maturo A, Ventre A.G.S. (2008), Models for Consensus in Multiperson Decision Making. In: *NAFIPS 2008 Conference Proceedings. Regular Papers 50014*. IEEE Press, New York

Maturo, A., Ventre, A.G.S. (2009). Aggregation and consensus in multi objective and multi person decision making. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* vol.17, no. 4, 491-499.

Richardson M., (1956), On finite projective games, *Proc. American Mathematical Society*, 7 (1956), 458-465.

Scafati M., Tallini G., (1995), *Geometria di Galois e teoria dei codici*, CISU, Roma

Shapley L. S., (1962), *Simple Games - An outline of the theory*, Rand Corporation P-series Report.

Tallini G., (1991), *Strutture Geometriche*, Liguori Editore, Napoli.

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola?

Ferdinando Casolaro

University of Sannio, Benevento, Italy
fcasolar@unisannio.it

Sunto

Si propone l'organizzazione di un percorso di ampliamento del modello euclideo per l'insegnamento. Nelle ultime Indicazioni nazionali e Linee guida, relativamente alla geometria, si fa solo qualche confuso cenno allo studio di geometrie che sono alla base della Fisica moderna (geometrie sullo spazio curvo), dell'arte e dell'Architettura (proiettiva e descrittiva). Lo studio ed i risultati dei Nuclei di Ricerca Didattica istituiti nelle Università italiane negli ultimi sessanta anni portano invece a considerazioni diverse che nel presente lavoro analizzeremo.

Parole Chiave: Modifiche Riforma Gentile. N.R.D. nelle Università italiane. Geometrie non euclidee. Trasformazioni geometriche.

1. Introduzione

Nell'ambito della discussione sul tema "La geometria: Euclide, oltre Euclide", tenutasi nell'incontro del 12 maggio 2013 a Castellammare di Stabia, si è percepita l'idea che il progetto da me presentato, di ampliamento del modello euclideo alle altre geometrie sviluppatesi negli ultimi due secoli, consista nell'aggiungere ulteriori elementi - in particolare di geometria proiettiva e di geometrie non euclidee - alle proposte delle indicazioni ministeriali e linee guida.

Non è così, perché il mio obiettivo è l'inserimento di percorsi organizzati all'interno dello sviluppo programmatico della geometria euclidea

(anche secondo le Indicazioni nazionali e le Linee guida), che resta sempre il più forte strumento a disposizione del docente per educare gli allievi al miglioramento delle capacità logiche e di linguaggio ma che, dopo 2300 anni dalla formulazione di Euclide, va sicuramente ampliato all'evoluzione ed ai risultati dei secoli successivi. Ovviamente si eviterà qualche dimostrazione di teoremi pesanti ed inutili, che spesso sono proprietà evidenti.

Relativamente alla geometria proiettiva, si propone un percorso sviluppato in collaborazione con Alessandra Rotunno [1] che l'aveva già sperimentato all'Istituto d'Arte "Boccioni" di Napoli. In seguito è stato oggetto di proposta nelle classi in cui i corsisti della SICSI (SSIS-Campania) hanno effettuato il Tirocinio, per cui è stato sperimentato su percorsi naturali con la partecipazione degli alunni.

Riguardo il modello geometrico per lo spazio curvo utilizzato da Einstein per la Teoria della Relatività, ho proposto un percorso, già presentato al Congresso Nazionale Mathesis 2002 [2], anche questo sperimentato per alcuni anni e da molti giovani docenti nell'ambito del tirocinio alle SSIS.

Il progetto, nella sua globalità, è inserito nel volume degli atti della Scuola Estiva di Terni 2011 [3]; alle pagine 9-11 c'è la descrizione degli argomenti che permettono di comprendere il lavoro di assemblaggio che hanno fatto i docenti partecipanti.

2. L'evoluzione dei programmi nelle Scuole secondarie di secondo grado dalla riforma Gentile al Progetto Brocca [4]

Nel periodo 1923-1945 i programmi per le scuole secondarie di secondo grado erano rimasti fermi alla riforma Gentile. Nel 1945 una commissione nominata dai governi delle potenze vincitrici della seconda guerra mondiale formulò dei piani di studio destinati a sostituire quelli di epoca gentiliana.

Nel 1950 la comunità matematica italiana elabora nuovi piani di studio, tenendo anche conto delle esperienze maturate in altre nazioni, in particolare in Francia, Belgio ed Inghilterra [4].

Nel periodo 1950-1990 furono elaborate tre consecutive proposte di modifica della riforma Gentile.

1) 1961-1962: prima modifica alla riforma. Furono istituite delle "classi pilota", nelle quali si affrontano temi di "matematica moderna" e l'anno successivo (1963) fu nominata una commissione UMI-CIIM

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola?

(“commissione di Frascati” perché si riuniva a Frascati) che ebbe il compito di elaborare nuovi programmi di matematica per i licei.

I programmi di Frascati presentano un primo ampliamento nella trattazione della geometria, rispetto alla impostazione euclidea:

per il terzo anno si parla di piano vettoriale geometrico [2] e di gruppi delle congruenze e delle similitudini [5] del piano, per il quarto anno si passa allo spazio vettoriale geometrico e per il quinto anno si parla di spazio vettoriale astratto [2] [5].

2) 1985: seconda modifica alla riforma dei programmi di matematica: Piano Nazionale per l'Informatica (PNI), promosso nel 1985 dal ministro della PI, Franca Falcucci.

A tal fine fu costituito un comitato ristretto di cui faceva parte, per l'area matematica, Giovanni Prodi.

L'attuazione del piano ebbe inizio con la formazione iniziale di un gruppo di formatori, che a loro volta contribuivano alla formazione dei docenti in attività.

3) 1988: terza modifica alla riforma - Il ministro della P.I. Giovanni Galloni istituì una commissione col compito di procedere alla revisione dei programmi dei primi due anni dell'istruzione secondaria di secondo grado.

Successivamente la medesima commissione fu incaricata di estendere il lavoro anche ai programmi del triennio.

Coordinatore dei lavori fu nominato il sottosegretario alla P.I. Beniamino Brocca, da cui il nome “Commissione Brocca”.

Entrambi i programmi Brocca furono pubblicati dal M.P.I. e furono distribuiti ai docenti operanti nelle classi sperimentali, ma non furono mai resi disponibili al pubblico attraverso i normali canali commerciali.

I piani di studio Brocca, sempre in riferimento alla matematica, hanno recepito molte delle indicazioni dei programmi di Frascati e del PNI, in particolare ciò che riguarda la geometria, e più specificamente la geometria basata sulle trasformazioni geometriche (Giovanni Prodi).

A tal proposito, fu inserito nei piani di studio "Brocca" un progetto sulle interrelazioni tra l'insegnamento della Matematica e l'insegnamento del Disegno che teneva conto dell'utilizzo delle nuove tecnologie. Il progetto fu coordinato da Cesare Cundari¹ per il disegno e da Bruno Rizzi² per la Matematica [6].

Il progetto aveva come obiettivo:

¹ Ordinario di Disegno dell'Architettura alla facoltà di Architettura dell'Università "La Sapienza" di Roma.

² (1935-1995) Ordinario di Analisi Matematica alla facoltà di ingegneria della Terza Università di Roma.

- per il disegno, l'utilizzo delle tecniche informatiche (CAD, GET, CABRI,...) che sostituivano la rappresentazione con riga e compasso;

- per la matematica, l'esigenza di educare i docenti (successivamente gli studenti) alle conoscenze fondamentali della geometria su cui sono basate le nuove tecniche, cioè la geometria proiettiva che, negli ultimi decenni è stata di fatto (anche se non ufficialmente) esclusa dai programmi di insegnamento nelle Università.

Relativamente alla stesura del percorso di Matematica, è stato incaricato il sottoscritto, le cui risultanze sono in bibliografia [6] alle pagine 73-78; 85-118; 205-268.

3. Indicazioni emerse dai Nuclei di Ricerca Didattica. Gli orientamenti moderni

Già nell'aprile 1979, il V Convegno Nazionale della Didattica della Matematica fu in parte dedicato all'insegnamento della geometria.

Allora emersero le tendenze e le scelte dei Nuclei di Ricerca Didattica che operano in varie Università.

Il prof. Alberto Conte nella sua relazione introduttiva notava già in quella occasione, con una certa amarezza, che la geometria nelle scuole medie (attuali Secondarie di primo e secondo grado) si insegna sempre di meno.

Purtroppo ciò è senz'altro vero specialmente al riferimento nei licei scientifici, dove in particolare, la geometria dello spazio è di fatto esclusa dai programmi: e va spiegato appunto con la complessità del problema che fa preferire argomenti più facili e più di moda.

Personalmente, ritengo che la difficoltà che gli studenti incontrano nell'affrontare la geometria dello spazio, sia dovuta alla mancanza delle conoscenze di tecnica del disegno: nei licei classici e negli istituti tecnici e professionali per il commercio non è stato mai previsto lo studio di questa disciplina.

Le nuove tendenze, che in quegli anni si sono affermate nella concezione dello sviluppo della Matematica, hanno interessato anche la geometria elementare.

Si è accentuato il bisogno di rigore logico e di chiarezza di impostazione e si è sviluppata la ricerca delle idee unificanti e delle strutture algebriche che sono alla base delle varie teorie.

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola?

L'obiettivo principale nello studio della geometria elementare è stato individuato nella scoperta della struttura di spazio vettoriale insita nel piano euclideo [1].

Anzi, è stato proposto in particolare dal matematico francese Jean Dieudonné (1916-1992), di insegnare la "geometria euclidea piana" partendo dall'assioma unico:

Il piano è uno spazio vettoriale di dimensione due, dotato di prodotto scalare commutativo [1][2].

Nel testo - adottato da molti docenti negli anni '70 e '80 - "Il metodo matematico" di Lina Mancini Proja - Lucio Lombardo Radice è esplicitamente detto: la geometria euclidea è fondata proprio su un'assiomatica a base metrica; però si rinuncia a dichiarare subito in modo esplicito il sistema di assiomi, rimandando alla fine del testo il discorso chiarificatore sul metodo assiomatico e sulle diverse geometrie. Si preferisce far leva sulle capacità intuitive degli allievi e si rilevano due caratteristiche comuni alle trattazioni moderne:

1) Lo studio e la utilizzazione delle Trasformazioni geometriche con la scoperta delle strutture algebriche ad esse collegate: gruppo e spazio vettoriale [1] [3] [5].

2) La considerazione e l'utilizzazione del riferimento cartesiano.

4. Proposte di matematici stranieri

Nel paragrafo precedente abbiamo citato la proposta del francese Dieudonné di considerare il piano come uno spazio vettoriale di dimensione due. Questa convinzione era alla base dell'insegnamento della geometria in Francia e in Belgio, i cui maggiori esponenti erano rispettivamente Gustave Choquet (1915-2006) e Georges Papy (1920-2011).

La linea didattica del matematico francese Gustave Choquet ha avuto anche in Italia, negli ultimi decenni del secolo scorso, una buona considerazione per poi rientrare nel dimenticatoio.

Choquet proponeva di "Trattare prima la geometria affine basata sugli assiomi di appartenenza, di ordinamento, di parallelismo e di continuità, e in un secondo momento la geometria metrica, basata anche sugli assiomi di congruenza".

La separazione fra geometria affine e geometria metrica sembrava più favorevole per fare intendere il significato di metodo assiomatico ed anche più rispondente allo sviluppo delle capacità logiche ed intuitive dei ragazzi.

Essa però è stata introdotta in testi e programmi molto limitatamente e da pochi autori, specialmente in Italia.

Del resto già nel secolo precedente, dopo i tentativi del matematico italiano Giovanni Girolamo Saccheri ([1667](#) – [1733](#)), le discussioni sui limiti della geometria euclidea ed i principali risultati sulle geometrie non euclidee e sulla geometria proiettiva si sono avuti in Francia (Desargues, Monge, Poncelet), Germania (Gauss, Riemann, Klein), in Russia (Lobačevskij), Romania (Bolyai), ecc.

Per brevità e per i limiti di questo lavoro, cito solo, in ordine cronologico, alcune conclusioni di Gauss, Riemann, Klein che hanno trovato conferma nel secolo successivo.

Nel 1817 Gauss, che già dal 1813 stava lavorando per lo sviluppo di una geometria che non comprendesse il postulato delle parallele, in una lettera a Olbers afferma che "non è possibile dimostrare che la geometria euclidea sia necessaria per lo sviluppo dell'universo fisico; è quindi possibile costruire una altra geometria applicabile fisicamente" [2].

In riferimento alla geometria per lo spazio fisico, Riemann nel 1854 concluse la presentazione della sua tesi di dottorato affermando che:

Lo studio della geometria non si può astrarre dall'evoluzione fisica. In uno spazio in cui la curvatura cambia da un luogo all'altro per la presenza della materia, e da un istante all'altro per il moto della materia, le leggi della geometria euclidea non sono valide. Pertanto, per determinare la vera natura dello spazio fisico, si deve associare fra loro spazio e materia.

Dichiara in proposito:

"O la realtà soggiacente lo spazio forma una varietà discreta, oppure bisognerà cercare il fondamento delle sue relazioni metriche fuori di esso, nelle forze connettive che vi agiscono. Questo ci porta nel dominio di un'altra scienza, quella della fisica, in cui l'oggetto delle nostre ricerche non ci consente di entrare oggi" [2].

Relativamente alle proprietà proiettive, nel 1972 Felix Klein, con "Il programma di Erlangen", considerava le proprietà geometriche delle figure classiche rispetto a gruppi di trasformazioni [6].

Relativamente alle trasformazioni lineari, il gruppo di trasformazioni più ampio tra forme geometriche (rette, fasci di rette, piani, fasci di piani, spazi tridimensionali, ecc....) è il gruppo delle proiettività che, nel caso di trasformazioni piane (a cui noi ci riferiremo) prende il nome di "gruppo delle omografie" [3] [6].

L'idea di Klein consiste nell'applicazione della teoria dei gruppi (secondo la teoria algebrica di Galois e nella sistemazione data dopo da Jordan) alle teorie geometriche.

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola?

In tal modo, Klein presentava una teoria unificatrice che permetteva di classificare le varie geometrie che progredivano indipendentemente una dall'altra.

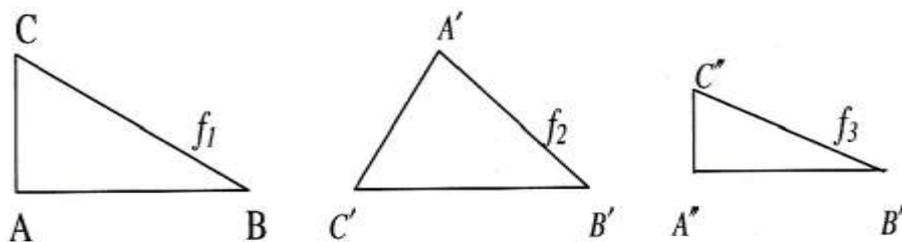
Klein osservò che nello spazio vi sono delle trasformazioni che non alterano le proprietà geometriche delle figure. L'insieme delle trasformazioni che lascia inalterate tali proprietà è detto "gruppo principale di trasformazioni", in quanto:

- componendo due (o più) trasformazioni, si ottiene sempre una trasformazione;
- esiste la trasformazione che trasforma la figura in se stessa (identità, che rappresenta l'elemento neutro rispetto alla composizione di trasformazioni);
- esiste la trasformazione inversa di una trasformazione data (esistenza del simmetrico rispetto alla composizione di trasformazioni);
- la composizione di trasformazioni è associativa.

Pertanto, l'insieme delle trasformazioni forma gruppo ("gruppo principale di trasformazioni") rispetto all'operazione di composizione (o prodotto) di trasformazioni.

Per proprietà geometriche, Klein intendeva quelle proprietà delle figure indipendenti:

- dalla posizione della figura nello spazio;
- dall'ordinamento delle sue parti;
- dalla sua grandezza assoluta.



In figura si può notare che la figura f_2 si ottiene da f_1 componendo due trasformazioni: una traslazione ed un ribaltamento; la figura f_3 si ottiene da f_1 con un'omotetia.

5. L'evoluzione nel terzo millennio

Il processo dell'evoluzione della Didattica della Matematica dal dopoguerra al 2001 (Ministero Gonella 1946 - inizio Ministero Moratti) è andato sempre nella direzione analizzata nei paragrafi precedenti con i principali matematici-pedagogisti (Lombardo Radice, Mancini Proia, Emma

Castelnuovo, de Finetti, Villani, Prodi, Speranza, Morelli, Rizzi, ecc....fino al Progetto Brocca) che, seppur con diverse argomentazioni, erano tutti convinti dell'esigenza di un modello di geometria più ampio rispetto a quello euclideo.

Negli ultimi 13 anni (in particolare con i ministri Moratti-Gelmini-Profumo) si è avuta un ritorno al modello gentiliano.

Premesso che una Comunità Scientifica che dopo 2300 anni non è in grado di modificare (o aggiungere) nulla al Modello euclideo rappresenta una Comunità scadente, voglio porre l'accento sui motivi per cui questo processo (che ritengo naturale) ha trovato ostacoli.

Cito due eventi:

1) all'inizio degli anni sessanta, il gruppo di Geometria in Italia stabilì che nelle Università si poteva fare a meno dell'insegnamento della Geometria Proiettiva. Allo stesso modo non si è mai posto il problema delle geometrie non euclidee.

PERCHE'?

Perché sul tema Proiettiva e Descrittiva era stato scritto quasi tutto; il tema Spazio curvo era considerato argomento di Fisica, per cui le pubblicazioni originali per portare avanti i propri allievi nei concorsi universitari dovevano orientarsi su temi ancora aperti, quali Topologia, Spazi grafici, Geometria combinatoria, Geometrie finite ed alcune questioni avanzate di Algebra astratta; questi argomenti sono sicuramente interessanti, con aspetti da trarre anche per la didattica di cui, nel seguito, nessuno si è posto il problema: abbiamo iniziato a porlo in questo incontro di Castellammare con Antonio Maturo e Franco Eugeni, oltre a scambi di carattere epistemologico che ho personalmente con il presidente dell'UMI, prof. Ciro Ciliberto.

Ovviamente, che il docente debba conoscere altri aspetti delle geometrie non significa riportare tutto in classe, ma avere una cultura generale per citare alcune questioni in opportuni momenti!

2) Il problema dei finanziamenti: lo studio delle NeuroScienze all'interno dei NRC (Nuclei di Ricerca Didattica), negli ultimi 15 anni, ha prevalso sull'insegnamento legato all'evoluzione del mondo geometrico e fisico. Cito una frase estratta da uno scambio di opinioni che ebbi alcuni anni fa con il Presidente di un Nucleo di Ricerca Didattica di cui facevo parte (non cito il nome per correttezza in quanto non è al corrente di questa mia missiva), da cui mi dimisi perché le questioni che si ponevano come oggetto di studio erano lontane dal mio modo di pensare (è un copia-incolla dal messaggio originale):

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola?

"Ma ormai, caro Ferdinando, le cose vanno così ovunque, e non credo che sia un male. Una volta i finanziamenti arrivavano a pioggia, e bastava raccogliersi intorno ad un gruppo anche se si condivideva poco: ora occorre un gruppo serrato che lavora insieme su obiettivi molto specifici e accreditati a livello internazionale, e se non si fa così, non c'è alcuna speranza di avere soldi".

Pertanto, l'unico avanzamento che è andato avanti negli ultimi decenni è legato all'Informatica, per cui pongo la seguente domanda: Se le aziende di computer non avessero avuto interesse a finanziare le proposte relative all'Informatica, questa sarebbe entrata nella Scuola in modo così forte?

Allora, il ripristino nelle Indicazioni Nazionali del modello gentiliano (anche se apparentemente si citano frasi del tipo "conoscenze storiche, geometrie non euclidee, teoria della relatività, probabilità e statistica...") e la convinzione che uscendo da esso si possano creare problemi agli studenti è dovuta alla nostra mancanza di conoscenza dell'evoluzione delle proposte didattiche degli ultimi 60 anni ed alla volontà accademica-istituzionale di non spostare l'asse culturale sulla reale visione dell'universo fisico-geometrico.

Bibliografia

[1] F. Casolaro, A. Rotunno (2003): "La geometria nei licei ad indirizzo artistico: interrelazioni con le discipline di arte applicata" - Presentazione in power-point del lavoro di F. Casolaro: "Le trasformazioni omologiche nella storia nell'arte, nella didattica" agli atti del II Convegno Internazionale "Arte e Matematica" - Vasto, 10 -12 aprile 2003, pagg. 129-148.

[2] F. Casolaro (2002): "Un percorso di geometria per la Scuola del terzo millennio: dal piano cartesiano ad un modello analitico su uno spazio curvo". Atti del Congresso Nazionale Mathesis – Bergamo 2002 – pag. 185-198.

[3] F. Casolaro, R. Prospero (2011): Atti della Scuola Estiva che si è tenuta a Terni nel periodo 26-30 luglio 2011. "La Matematica per la Scuola Secondaria di secondo grado: un contributo per il docente di Matematica" - Editore 2C Contact.

[4] A. Morelli (1985): "Sull'insegnamento della geometria elementare. Orientamenti moderni" - Periodico di Matematiche n. 1-2 del 1985; pag. 142-152.

[5] F. Casolaro (1992): "Gruppo delle similitudini, gruppo delle isometrie": "Progetto del M.P.I. del Dip. di Prog. dell'Univ. "La Sapienza" di Roma; "Disegno e Matematica didattica per le nuove tecnologie" - 1990-1991. A cura di Cesare Cundari: pag. 220-239.

[6] C. Cundari (1992): "Matematica e Disegno. proposte per una didattica finalizzata all'uso delle nuove tecnologie" - Progetto del M.P.I. e del Dipartimento di Progettazione dell'Università "La Sapienza" di Roma. Atti dei lavori svolti nei periodi: 11-15 dicembre 1990; 06-10 maggio 1991; 08-12 dicembre 1991.

Geometria e Relatività: Una riflessione fra Storia ed Epistemologia

Mario Innocenzo Mandrone

Università del Sannio di Benevento
Dipartimento di Scienze e Tecnologie
almavit@libero.it

Sunto

Il presente lavoro analizza alcuni aspetti fondazionali della teoria della relatività da un punto di vista storico ed epistemologico. La Relatività Generale, infatti, stabilisce l'identificazione tra lo spazio-tempo che è una varietà metrica, quindi, "a priori", non dinamica, e la materia. Ciò distingue la Relatività Generale dalla meccanica newtoniana dove lo spazio e il tempo sono invece assoluti e, pertanto, separabili dal moto e dalla materia. Il calcolo intrinseco sulle varietà, così come tutti gli approcci di natura globale che sono indipendenti dalla scelta o dal cambiamento delle coordinate locali sono quindi adatti per la descrizione di questa teoria ed essi rappresentano l'eredità matematica più significativa della Teoria della Relatività stessa.

Parole chiave: Varietà n-dimensionali; Spazio curvo di Riemann; equazioni di campo;

1. Introduzione

Nel XX secolo, la ricerca per una comprensione più profonda delle leggi della natura si è concentrata sullo sviluppo di due importanti teorie: la relatività generale e la meccanica quantistica. La relatività generale è la teoria di Einstein secondo cui la gravità è connessa alla curvatura dello spazio-tempo: la struttura matematica sottostante è la geometria riemanniana. Prima di Einstein, la struttura dello spazio-tempo era rigida, fissa dall'inizio, uno schermo fisso su cui i fenomeni fisici si svolgevano. Secondo Einstein, la struttura dello spazio-tempo è, invece, dinamica ed evolve obbedendo alle equazioni della Relatività Generale. La teoria della Relatività Generale, cui A. Einstein pervenne nel 1916

dopo una lunga ricerca che occupò le sue riflessioni dal 1905 al 1915, rappresentò per la fisica moderna una profonda rivoluzione concettuale. In essa, il campo gravitazionale è identificato con una metrica di segnatura lorentziana in uno spazio tempo quadridimensionale e le equazioni dinamiche che ne reggono la struttura sono espresse in funzione del tensore di curvatura della metrica stessa. L'influenza della Relatività Generale sulla matematica del XX secolo è stata enorme. Il ruolo centrale della geometria riemanniana nella relatività generale ha ovviamente incoraggiato lo sviluppo di questa importante area della matematica e la sua applicazione ad altri campi della matematica. L'impressione è però che questi problemi siano studiati uno per uno, in maniera separata, senza capire qual è la connessione tra di loro. Per fare un'analogia, è come guardare una catena di montagne coperta dalle nuvole. Solo le cime più alte, quelle che emergono dalle nuvole, sono visibili. Il resto delle montagne e la connessione tra le cime visibili sono nascoste alla vista dell'osservatore. Nello stesso modo, in matematica noi scopriamo delle teorie isolate, ma non la teoria completa. Questa è la sfida per la matematica del XXI secolo: cercare di rigorizzare la teoria dei campi e svelarne i misteri.

2. La Nascita Della Fisica Moderna

Le leggi di Newton sono leggi deterministiche, universali e necessarie rispetto alle quali le nozioni di spazio e tempo assumono un ruolo fondamentale ai fini della determinazione del moto, problema risolto dalla meccanica classica. A tal proposito, Newton suppose l'esistenza di uno spazio assoluto, vuoto, tridimensionale, invisibile, non modificabile dalle masse e fermo rispetto al loro moto. La rivoluzione relativistica, invece, fu il prodotto del sempre più evidente contrasto tra la descrizione del moto delle particelle elettricamente cariche nei campi di Maxwell e la descrizione del moto secondo le leggi della meccanica di Newton. Nel 1905, quando come fisico lavorava all'Ufficio brevetti di Berna, Einstein trovò la soluzione a tale problema. Dimostrò che si poteva salvare sia il principio della relatività del moto, sia il principio della costanza della velocità della luce a patto di rinunciare a ciò che si riteneva immutabile: lo spazio e il tempo assoluto. Einstein dimostrò che la meccanica classica si basava su due assunti errati: 1) che la misura del tempo fra gli eventi fosse indipendente dal moto dell'osservatore; 2) che la misura dello spazio fra due punti di un sistema di riferimento fosse indipendente dal moto dell'osservatore. Lasciando cadere questi due assunti, le contraddizioni fra il principio di relatività galileiana e il principio della costanza della velocità della luce scompaiono, perché non vale più il teorema d'addizione delle velocità. In tal modo Einstein estese la validità del principio di relatività della meccanica classica ai fenomeni elettromagnetici. Occorreva, però, rivedere profondamente le leggi della dinamica di Newton senza rinunciare al principio di causalità. Nel pensare lo spazio e il tempo come

relativi, Einstein mostrava di aver appreso la lezione del positivismo machiano. Ma la teoria della relatività speciale, col suo principio della costanza della velocità della luce, è incompatibile con la forza di gravità di Newton che agisce istantaneamente a distanze infinite. Einstein lavorò al problema per diversi anni e, finalmente, nel 1915 trovò la soluzione: la teoria della relatività generale, i cui principi venivano estesi ai moti accelerati, mentre in origine si riferivano ai soli moti uniformi (che rappresentano sempre delle idealizzazioni). Per Einstein la forza di gravità di Newton non esiste, le masse non si muovono perché attratte dalla forza di gravità ma si attraggono perché curvano lo spazio-tempo seguendo così il percorso più breve, la geodetica. La relatività ristretta metteva in discussione la natura intuitiva del concetto di tempo. Ora la stessa sorte toccava all'idea intuitiva dello spazio tridimensionale euclideo. Lo spazio di Newton veniva infatti sostituito con una nuova geometria dello spazio, un continuo spazio-temporale a quattro dimensioni, la cui geometria è non-euclidea. In tal modo, Einstein attribuiva un significato fisico alla geometria di Riemann, e poneva fine alle discussioni sui fondamenti della geometria euclidea e alle dispute epistemologiche tra la fine dell' Ottocento e l'inizio del Novecento.

3. L' approccio geometrico alla teoria della relatività ristretta

"In mathematics you don't understand things. You just get used to them"
Johan von Neumann. La Relatività si è sviluppata secondo due tappe successive che costituiscono, anche dal punto di vista epistemologico, due teorie vere e proprie: 1) la teoria della Relatività Ristretta; 2) la Teoria della Relatività Generale. La seconda, tuttavia, non può essere considerata come una semplice estensione della prima: la costruzione delle due teorie, infatti, fu guidata da due epistemologie molto diverse. Einstein ritiene insoddisfacente dal punto di vista epistemologico: a) il fatto che le sole leggi della Meccanica siano invarianti nel passaggio da un sistema inerziale ad un altro (questa considerazione condurrà alla Relatività Ristretta); b) il fatto che le leggi della Meccanica Newtoniana cambino formulazione nel passaggio da un sistema inerziale ad uno non inerziale (questa considerazione condurrà alla Relatività Generale). La teoria della relatività ristretta si fonda sul principio di relatività secondo il quale le leggi della fisica debbono essere invarianti in forma nel passaggio da un sistema di riferimento inerziale ad un altro e sull'invarianza della velocità della luce nel vuoto, cioè sulla sua indipendenza dalla velocità del sistema di riferimento. A partire da questi due principi è possibile ricavare tutti i risultati elementari della teoria: 1) L'invarianza dell'intervallo di tempo; 2) Le leggi di trasformazione di Lorentz (e quelle di Galileo come loro limite qualora la velocità della luce possa essere considerata infinita); Dal punto di vista della cinematica la demolizione

dei concetti newtoniani di spazio e tempo “assoluti” come “contenitori autonomi” rispetto ai corpi e ai campi che in essi si muovono, ha come conseguenza: a) la contrazione delle lunghezze; b) la dilatazione dei tempi c) la relatività della simultaneità di due eventi che avvengono in due punti diversi dello spazio (ovvero due eventi che accadono in due punti diversi dello spazio e risultano simultanei a un osservatore, non sono simultanei per un osservatore in moto traslatorio uniforme rispetto al primo). Di conseguenza anche le velocità, se prossime a quella della luce nel vuoto non si sommano e sottraggono nel modo galileiano-newtoniano, ma in modo tale che la velocità della luce nel vuoto non possa mai essere superata. (composizione relativa delle velocità). Dal punto di vista della dinamica le conseguenze sono ancora più sorprendenti con la comparsa della “*equivalenza massa-energia*” contenuta nella formula più famosa della Relatività: $E=mc^2$, secondo la quale “*la massa di una certa quantità di materia può essere, in opportune condizioni, trasformata in energia e viceversa*”. Quest’ultima, pari a mc^2 (dove m è la massa della particella e c la velocità della luce nel vuoto), costituisce un elemento di assoluta novità rispetto alla fisica pre-relativistica secondo la quale, invece, una particella libera in quiete non possiede energia. Per il fatto di avere una massa inerziale, ogni particella possiede dunque un’energia (dette energia di massa o energia di riposo): questo significa che, in particolare, *nella fisica relativistica la legge di conservazione della massa non può essere valida*. In una collisione tra particelle elementari, per esempio, massa ed energia cinetica possono trasformarsi l’una nell’altra con il solo vincolo che la loro somma prima e dopo la collisione rimanga costante. Un’altra importante implicazione dell’applicazione dei principi della relatività alla dinamica riguarda l’esistenza di particelle di massa a riposo nulla: la relazione energia-impulso relativistica impone che, se la massa è nulla, il suo impulso è uguale al rapporto tra l’energia della particella e la velocità della luce: $p = \frac{E}{c}$. Difatti, posto $m = 0$ nell’equazione

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1)$$

si ottiene

$$E^2 = p^2 c^2 \quad (2)$$

e quindi

$$E = pc \quad (3)$$

Mentre l’energia di una particella libera non relativistica espressa in funzione dell’impulso $E = p^2/2m$ tende a infinito per particelle di massa nulla, questo non accade nel caso dell’equazione relativistica. Così, nella relatività, anche le particelle di massa nulla possiedono energia ed impulso. Inoltre le particelle di massa nulla debbono viaggiare alla velocità della luce qualunque sia il sistema di riferimento nel quale si misura la loro velocità. Infatti se $m = 0$, da :

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v} \quad (4)$$

$$E = pc \quad (5)$$

segue che

$$v = \frac{pc^2}{E} = \frac{pc^2}{pc} = c \quad (6)$$

E' questo il caso dei fotoni, le particelle associate al campo elettromagnetico. Infine, nello studio dell'elettrodinamica relativistica, la teoria del campo elettromagnetico di Maxwell può essere completamente riformulata utilizzando il linguaggio formale dell'analisi tensoriale, esattamente come per la dinamica relativistica. A differenza di quest'ultima, tuttavia, la teoria di Maxwell non richiede modifiche per soddisfare i principi della relatività. Difatti le equazioni di Maxwell, espresse con il linguaggio dell'analisi tensoriale, sono manifestamente covarianti (cioè invarianti in forma per trasformazioni di Lorentz). In altre parole, la formulazione originale di Maxwell dei campi elettromagnetici e delle loro interazioni con le particelle elettricamente cariche, è una teoria relativistica. La Teoria della Relatività subì essa stessa una sorta di riconcettualizzazione quando Herman Minkowski (1864-1909) ne diede una rappresentazione in uno spazio tempo a quattro dimensioni detto spazio di Minkowski, in cui il tempo rappresentava la quarta dimensione che veniva ad aggiungersi alle tre dimensioni dello spazio ordinario. Lo spazio-tempo di Minkowski è una varietà pseudo-riemanniana privo di curvatura, quindi è una varietà pseudo-euclidea, definito dalla metrica $ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

$$\text{dove } [\eta_{\mu\nu}] = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Come si vede, il 4- intervallo è una quantità scalare ed è un invariante relativistico ovvero è invariante per trasformazioni di Lorentz. Quindi il valore calcolato per s^2 di due eventi è lo stesso in ogni sistema di riferimento inerziale. Creando un calcolo tensoriale tetradimensionale, egli ottenne per lo spazio tetradimensionale ciò che il calcolo vettoriale ordinario aveva ottenuto per le tre dimensioni spaziali. Improvvisamente la Fisica si stava "trasformando" in geometria. Da quel momento il ruolo della matematica nella fisica, e in particolare della geometria prenderà in un certo senso il sopravvento. A tal fine è, però, necessario introdurre strumenti matematici che consentono di trattare lo "spazio-tempo" come un continuo quadridimensionale: si tratta del formalismo delle varietà riemanniane e pseudo-riemanniane. All'interno di questo formalismo trovano la loro naturale collocazione concetti assai importanti per la

teoria della relatività come quelli di metrica pseudo-riemanniana, metrica pseudo-euclidea, equazioni tensoriali, covarianza a vista delle equazioni relativistiche. Ma una ulteriore riflessione su queste tematiche esula dagli scopi del presente lavoro.

4. La teoria della relatività generale. Approccio geometrico: “dallo spazio piatto di Minkowski allo spazio curvo di Riemann.”

“I want to Know God’s thoughts. The rest are details” - A. Einstein

La Relatività generale riesce ad estendere le leggi relativistiche, inizialmente valide solo per i sistemi in moto rettilineo uniforme l’uno rispetto all’altro, anche ai sistemi non inerziali, qualunque sia il moto degli osservatori collegati al sistema. Essa nasce in una prospettiva epistemologica ben diversa da quella dell’operazionismo iniziale della Relatività Ristretta. La Teoria della Gravitazione di Newton, la Teoria dell’elettromagnetismo di Maxwell, la Relatività Ristretta erano più che soddisfacenti di fronte ai dati sperimentali. Ma la fisica teorica era “imperfetta” da un punto di vista “logico” ed “estetico”. Ed è proprio questa imperfezione logica ed estetica che determina la scelta di un criterio di “perfezione interna”. Einstein era, in altri termini, alla ricerca di una teoria che potesse soddisfare anche ad un criterio epistemologico interno: 1) di semplicità; 2) di eleganza; 3) di unificazione. Per realizzare questo progetto Einstein si ispirò alle “considerazioni di Mach” a proposito dell’inerzia in rapporto alla gravitazione. Partendo dalle idee di Mach, Einstein giunse alla formulazione del principio di equivalenza tra il campo gravitazionale e le “forze apparenti” che compaiono nei sistemi non inerziali, principio che possiamo così enunciare :

"ogni sistema di riferimento inerziale, immerso in un campo gravitazionale uniforme, è del tutto equivalente a un sistema di riferimento uniformemente accelerato (rispetto al primo) nel quale non vi sia alcun campo gravitazionale".

Nella teoria della relatività generale, elaborata in modo puramente deduttivo e solo nel seguito confermata sperimentalmente mediante osservazioni e misure astronomiche, l’equivalenza fra i due tipi di massa rappresentò la chiave per modificare le “sacre” leggi della gravitazione newtoniana. In una conferenza tenuta a Tokio nel 1922, Einstein raccontò che “*il pensiero più felice della sua vita*” lo ebbe un giorno di autunno del 1907. Occorreva, però, uno strumento matematico adatto per introdurre il “ principio di equivalenza” entro la rappresentazione spazio-temporale a 4 dimensioni in maniera tale da generalizzare lo spazio di Minkowski della Relatività Ristretta in una nuova struttura capace di includere anche la gravitazione. Questo passaggio condusse

all'introduzione di uno spazio-tempo curvo basato sulla geometria non euclidea di Riemann (1826-1866). Comparve, a questo punto, nella fisica la “*non linearità*” delle equazioni che si ritrova a causa della curvatura dello spazio-tempo, che ora non è più euclideo.

La Relatività Generale rappresenta la prima teoria di campo a fare uso sistematico di “equazioni non lineari” (equazioni di Einstein), quello stesso tipo di equazioni che, dopo alcuni decenni, si stanno dimostrando capaci di rivoluzionare l'intero statuto epistemologico delle scienze, con la comparsa del caos deterministico e della complessità. Con la Relatività Generale e con la Meccanica Quantistica il peso dell'apparato matematico nella fisica diventa sempre più rilevante. La matematica richiesta è meno intuitiva e tecnicamente più sofisticata. La fisica si allontana sempre più dall'esperienza diretta e dal senso comune. La gravità diventa una proprietà geometrica dello spazio-tempo. La presenza di un oggetto massivo modifica le proprietà geometriche dello spazio, nel senso che tende a incurvarlo. La teoria della relatività generale è, pertanto, essenzialmente una teoria geometrica della gravitazione, vale a dire che l'azione gravitazionale esercitata da un corpo non si esplica come una vera e propria forza, ma si esercita in termini di una modifica delle proprietà metriche della geometria dello spazio-tempo circostante. La geometria in questione deve essere, in generale, la geometria di uno spazio-tempo “*curvo*”. Possiamo, pertanto, sintetizzare il nucleo della relatività generale in due enunciati: a) la traiettoria di un corpo in un campo gravitazionale adotta la forma di una geodetica dello spazio tetradimensionale; b) la relazione tra la presenza della massa e la forma dello spazio tetradimensionale è data dall'equazione di campo di Einstein.

L'equazione di Einstein è costituita da invarianti e, pertanto, mantiene la propria forma per qualunque osservatore. Se la distanza e la curvatura non dipendono dal sistema di coordinate, neppure i fenomeni fisici possono dipendere dal punto di vista scelto dall'osservatore per descriverli. Si tratta della generalizzazione di uno dei due postulati della relatività speciale secondo il quale le leggi della fisica assumono la stessa forma in qualunque sistema di riferimento inerziale. Adesso possiamo andare oltre e affermare che “*le leggi della fisica assumono la stessa forma in qualunque sistema di riferimento che consideriamo muoversi di moto accelerato*” La relatività ristretta aveva stabilito l'uguaglianza di tutti i sistemi inerziali, lasciando fuori i sistemi accelerati, che presentano forze ben individuabili con un qualunque esperimento. Questo poneva i sistemi inerziali su una posizione *privilegiata*, diversa rispetto ai sistemi non inerziali. In più, la relatività ristretta aveva mostrato che lo spazio ed il tempo devono essere trattati insieme se si vogliono ottenere risultati coerenti; il tempo era diventato una coordinata come le altre 3 e ad impedire certi movimenti in questo spazio a 4 dimensioni c'è solo il principio di causalità. In regioni dello spazio-tempo a 4 dimensioni infinitamente piccole, per le quali è

possibile un'accelerazione del sistema di coordinate in maniera da non indurre alcun campo gravitazionale, resta valida la relatività ristretta. Vale, cioè, che:

$$ds^2 = - (dx_1)^2 - (dx_2)^2 - (dx_3)^2 + (dx_4)^2 \quad (9)$$

Il valore del ds non dipende dal sistema di coordinate (da dove colloco l'origine degli assi e dal suo orientamento).

5. Conclusioni: mutamenti nel quadro scientifico ed epistemologico

Oggi siamo ancora alla ricerca di una teoria unitaria, ma il quadro delle scienze sta cambiando profondamente. Da un lato si sta perseguendo la strada dell'unificazione aperta dalla Relatività e dalla Teoria Quantistica dei campi, oggi impegnata nell'impresa non facile di "quantizzare la gravitazione". dall'altro ci si è imbattuti nel problema della "non linearità", ormai inevitabile anche a causa della stessa Relatività Generale che l'ha introdotta per prima con la comparsa della "instabilità", del "caos deterministico" e della "complessità" e non sappiamo ancora quale sarà l'esito di tutto questo. La "Relatività" ha sollevato, sin dal suo apparire, una serie di problemi concettuali che non potevano non avere delle ripercussioni filosofiche riguardo a: 1) Spazio e Tempo. 2) Relatività e oggettività. 3) Materia e Energia 4) Causalità. 5) Fisica geometrica/dinamica ed altri.

Ci troviamo, ora, di fronte a due tendenze:

- la prima che conduce a *ridurre la fisica a geometria "di uno spazio tempo"* arricchito nel numero delle sue dimensioni, interpretate con vari significati fisici.

- la seconda che conduce a diversificare i ruoli dello spazio e del tempo in una prospettiva "dinamica" nella quale entrano in gioco: a) l'instabilità, la caoticità e comunque l'asimmetria (freccia) del tempo; b) l'irreversibilità termodinamica dei sistemi in non equilibrio, tipica della complessità e del mondo biologico. Quello che ancora si può forse aggiungere a conclusione di queste osservazioni è il fatto che la scienza oggi sta cercando di superare il classico metodo del riduzionismo, che appare ormai insufficiente a far progredire la conoscenza scientifica della natura. Per la fisica, in prima istanza almeno, ciò sembra significare la necessità di non limitarsi a teorie rette da "equazioni lineari" per le quali la somma di due soluzioni è ancora una soluzione e quindi il "tutto viene ottenuto come somma delle parti". E la relatività Generale è stata la prima teoria "a esigere che la legge invariante più semplice non sia lineare, né omogenea nelle variabili di campo e nelle loro derivate". Tuttavia essa è ancora, in qualche modo, una teoria locale nel senso che, facendo uso della geometria differenziale la struttura di spazio vettoriale

Geometria e Relatività: una riflessione fra Storia ed Epistemologia

che utilizza è necessariamente locale, basata cioè sul fatto che nell'intorno di un punto ogni spazio viene approssimato da uno spazio lineare. Ma questo non è tanto un limite proprio della Relatività quanto una caratteristica di tutta la matematica che si basa sul calcolo differenziale e integrale che è per sua natura riduzionistico ????. Ma, per ora, non possediamo ancora una matematica diversa e non sappiamo ancora neppure se in futuro potremmo disporne. Senza dubbio, però, Einstein, alla luce delle nuove scoperte, distinguerebbe le sue vecchie ossessioni: tempo, spazio e gravità. Ma per procedere oltre il noto abbiamo bisogno di idee nuove... mai dimenticando che l'Universo ha essenzialmente una "*Struttura Geometrica*".

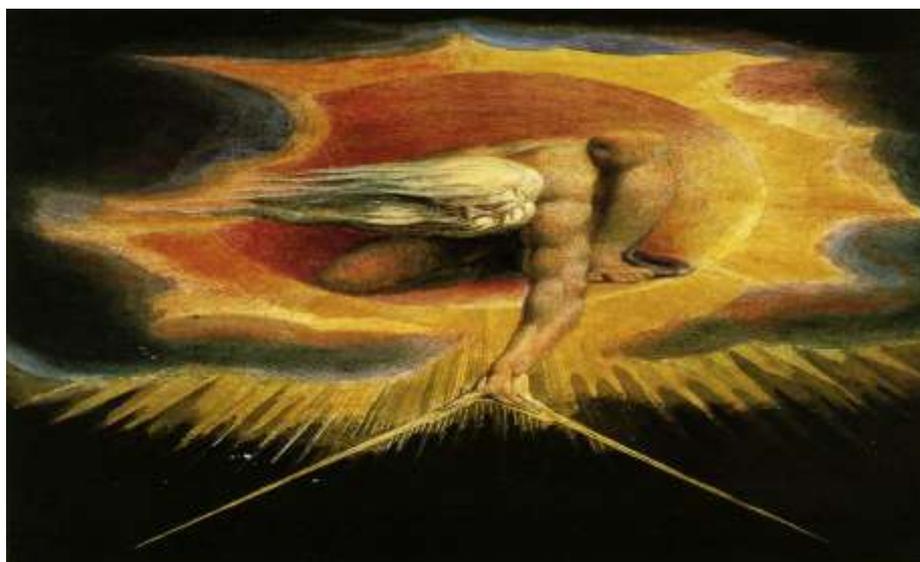


Figura 1 -William Blake "Dio crea il mondo con il suo compasso"

Bibliografia

[1] R. Bernabei et al. (2003), Dark matter search. Riv. Nuovo Cim., 26N1:1–73. astro-ph/0307403.

[2] Ashetekar, A., (1998), «Geometric Issues in Quantum Gravity», in *The Geometric Universe. Science, Geometry, and the Work of Roger Penrose*, ed. by S.A. Hugget, P. Tod, L. J. Mason, Oxford, Oxford University Press, pp. 172-194.

[3] S. Hawking (2005), L'universo in un guscio di noce, Oscar Mondadori [4] M. Francaviglia - M.Palese, I fondamenti epistemologici della Relatività Generale e la sua “ eredità matematica”- Bollettino U.M.I Serie VIII, Vol.VIII-A. Agosto 2005, 289-312.

[5] A. D. Aczel (2004), L'equazione di Dio- Il Saggiatore/Net, Milano.

[6] A. Einstein (2014), Il significato della relatività- a cura di E. Vinassa de Regny- Edizione integrale- Newton e Compton editori.

[7] E. Bellone (1994), Storia della fisica moderna e contemporanea. UTET.

[8] S. Hawking (2004), La teoria del tutto, origine e destino dell'universo, BUR, Biblioteca Universale Rizzoli.

[9] M. Dapor (2011), Relatività e meccanica quantistica relativistica, a cura di Gianluca Introzzi- Carocci Editore.

[10] F. Casolaro, (2002), Dal piano cartesiano ad un modello analitico su uno spazio curvo. Atti del Congresso Nazionale Mathesis, Bergamo 17-19 ottobre 2002, pag.185-198.

Per una lettura interattiva del territorio e della città: spazi, relazioni, morfologia urbana, modelli culturali e forme di potere economico e politico

E. Serena Sanseviero

Università G. "D'Annunzio" of Chieti Pescara
serenasanseviero@alice.it

Sunto

In questo lavoro si sottolinea la necessità di un approccio multidisciplinare integrato in grado di supportare la ricerca in campo urbano e territoriale e che possa concorrere alla conoscenza del territorio e della città per orientarne trasformazioni e sviluppo futuro. Si palesa attraverso le molteplici riflessioni la necessità di dover acquisire strumenti sofisticati e parlare, sia pure ciascuno per le proprie competenze, linguaggi più semplici e penetranti al fine di poter rispondere alla domanda sociale di conoscenza del territorio. La verifica quindi di un nuovo paradigma conoscitivo ed interpretativo dei fenomeni sociali si pone con forza, dacché alle vecchie prospettive della sociologia urbana, ma anche dell'urbanistica e dell'analisi dei sistemi territoriali, si va oggi sostituendo una visione integrata, nella quale non si valutano e non si analizzano più soltanto gli oggetti più specifici delle singole discipline ma una serie di variabili e componenti in sinergia.

Parole Chiave: Città, territorio, rappresentazione e modelli, relazioni sociali, pratiche e usi del territorio

1. Relazioni sociali e mutamenti territoriali

Le relazioni sociali e le pratiche nell'uso del territorio ne determinano il mutarsi e le differenziazioni rispetto al passato: è questo l'assunto da cui si trae spunto per poter elaborare un metodo di ricerca e rappresentazione (intesa come conoscenza) del territorio valido ai fini delle prefigurazioni su di esso degli

scenari futuri, ma valido soprattutto ai fini della comprensione della società. Allora si parte dall'assunto che il territorio è un elemento importante per la comprensione della società e d'altra parte, per molte discipline più tecniche e pratiche, è vero anche il contrario (la società è una componente saliente per lo studio e la progettazione del territorio). Quindi contro la frammentazione degli oggetti di studio le pratiche aiutano a ricomporre i pezzi, come sostiene Osti [2010]), e sono significanti (nel senso che attribuiscono significato) alla scena su cui si verificano. In molti posti i cambiamenti (le mutazioni) sono visibili perché attribuibili alle nuove o modificate strutture ed infrastrutture urbane, in molti altri bisogna investigare tra le trame della vita, anche sociale, dei fruitori ultimi. Quindi si configura un processo circolare [una relazione circolare - spazio, società, spazio, come dice Osti [2010], che vede gli oggetti di studio (la società, il territorio) di discipline diverse, la sociologia e l'urbanistica (o comunque gli studi territoriali ed urbani) diventare componenti strumentali l'uno per l'altra. Per cui forse vale la pena di sperimentare un approccio assolutamente integrato per non rischiare di giungere a conoscenze solo parziali.

E' utile alla finalità suindicata poter declinare lo spazio (che si presta a molteplici interpretazione oltre che essere oggetto di diverse definizioni) in ambiti concettuali più delimitati, quali l'ambiente, il territorio, il luogo, ambiti appunto diversi a seconda dei sistemi attivi che su di essi possono agire (e da qui quindi anche l'idea di spazio come luogo praticato di Michel de Certeau [2001] .

Per l'analisi è utile riprendere i concetti di ambiente, territorio, luogo, intendendoli quale accezioni spaziali con caratteristiche di unicità. I cambiamenti in atto, la globalizzazione suffragano una serie di approcci diversificati allo studio ed alla lettura del territorio e allo studio della società. Accanto alle più tradizionali modalità di analisi e lettura ve ne è oggi anche una (modalità di lettura) virtuale che consente l'individuazione di una miriade di luoghi, intesi appunto come spazi unici e individuali creati attraverso l'uso e la diffusione di internet. Uno spazio o luogo, quello virtuale, che nega, per sua natura, la geometria (euclidea) ma che può avere effetti tutt'altro che a-spaziali; nel rappresentare la mappa di questi collegamenti si scopre la topologia dei "bits", nodi e rami di percorsi ipertestuali fatti di visite ed accessi e caratterizzati da un modello "tridimensionale" rivoluzionario.

2. Letture interattive e multidimensionali

Come Alice attraverso lo specchio ci si ritrova in mondi paralleli dove le regole cambiano ma accadono le stesse cose: si lavora ci si incontra, si tessono relazioni sociali e si pianificano incontri culturali. Mitchell nella sua "città dei bits" invita proprio a tenere conto, (nella pianificazione della città e del territorio), di ciò che sta accadendo, considerando non solo più i luoghi e le

Per una lettura interattiva del territorio e della città: spazi, relazioni, morfologia urbana, modelli culturali e forme di potere economico e politico

persone fisiche, ma anche i luoghi e le categorie mentali ad essi collegati. E pullulano gli approcci virtuali alla lettura del territorio: un territorio può essere letto e studiato sovrapponendo ad una cartografia tradizionale (o no) una mappa della temperatura rilevata o una mappatura delle chiamate telefoniche origine-destinazione monitorate all'interno dell'area prescelta nell'arco temporale predefinito, o ancora analizzando i tempi di percorrenza per gli spostamenti casa-lavoro di determinate classi di lavoratori e così via. Analisi come queste consentirebbero di mappare ad esempio le fluttuazioni della densità demografica o monitorare per esempio i cambiamenti nei comportamenti del lavoro e del tempo libero. La portata di queste indagini è ampia e apre nuovi orizzonti e nuovi spunti metodologici interdisciplinari.

Il sociologo del territorio, laddove il suo apporto si configuri come apporto tecnico, si occupa di indagare, di elaborare e di sviluppare conoscenze mantenendo in relazione i risultati di indagini, o le indagini stesse, sorte e sviluppatasi nel quadro di discipline distanti tra loro (Hannerz 1992). Egli (il sociologo del territorio) date le mutate condizioni storiche e socio-culturali abbandona l'approccio razional-comprendivo (o deduttivo che dir si voglia) per leggere appunto il territorio secondo un paradigma "multiscalare"; una lettura simile è quella che si identifica come approccio laterale (Sansevero 2010) con cui appunto si intende descrivere una modalità di avvicinamento al territorio o alla sua conoscenza, mediante l'osservazione da diverse angolazioni. È un approccio che quindi si sostanzia nel ricorso a letture antropologiche, sociologiche piuttosto che urbanistiche o architettoniche; è un metodo di analisi che predilige "la figuratività" dei luoghi legata all'uso che i fruitori ne fanno e produce pertanto immagini visuali percettive ma anche strumenti di raffigurazione diversi ritenuti utili alla rappresentazione degli elementi osservati (installazioni, video ecc.). Utile esempi sono le indagini (USE di Stefano Boeri) che rintracciano i segni fisici e spaziali del cambiamento sociale e culturale a partire dallo spazio fisico; questo è possibile perché lo spazio urbano è oggi più che mai una metafora della società. Il prodotto di tali approcci è costituito dagli Atlanti che raccolgono sguardi diversi: quello di sociologi, artisti, architetti film-maker, fotografi, geografi proiettati congiuntamente attorno allo stesso campo fenomenologico: lo spazio urbano.

3. La rappresentazione come racconto

Tra gli approcci disciplinari attenti allo studio del territorio, tra i tratti metodologici più sensibili, c'è da annoverare i metodi di ricerca della sociologia visuale partendo dall'assunto che rendere la realtà spaziale attraverso immagini fornisce una quantità enorme di informazioni. L'uso di rappresentazioni visive del territorio è insuperabile perché assicura uno sguardo immediato sul contesto (...). Permette di monitorare quella continuità fra il tutto e le parti che le

tecniche di rappresentazione verbale rendono a fatica. Sono ottime per superare le note difficoltà delle scienze sociali che tendono a parcellizzare oppure a guardare contesti troppo generali e quindi astratti.

La rappresentazione diventa uno strumento individuale usato per raccontare di ciascuno la propria esperienza nel territorio, la propria presa di coscienza di esso. Accanto allo sguardo c'è poi lo strumento sempre attuale del raccontare l'attraversamento, l'approccio nomade di Benjamin Constant (Careri 2001), un approccio che predilige una città non stanziale, che propone l'abolizione dell'organizzazione dello spazio in funzione dell'ottimizzazione dei processi, delle routine e delle abitudini. Intendendo la vita come un viaggio infinito attraverso un mondo che cambia così rapidamente da apparire sempre un altro. "L'urbanistica, per come viene concepita oggi – afferma Constant – è ridotta allo studio pratico degli alloggi e della circolazione come problemi isolati. La mancanza totale di soluzioni ludiche nell'organizzazione della vita sociale impedisce all'urbanistica di levarsi al livello della creazione, e l'aspetto squallido e sterile di molti quartieri ne è l'atroce testimonianza". Centrale nell'estetica di Constant è il concetto di situazione cioè "l'edificazione di un microambiente transitorio e di gioco per un momento unico della vita di poche persone". L'approccio nomade di Constant in *New Babylon* e di Debord nelle sue "derive"¹ (Debord 1956; Sanseviero, Agustoni 2007) è usato per indagare un territorio ancora una volta denso e rarefatto nelle cui pieghe è possibile rinvenire i luoghi "altro" della città, quelli rimossi o gli scarti che è possibile raccontare attraverso le descrizioni letterarie che i dadaisti o i surrealisti ne facevano, ma anche visualizzarli con mappe psicogeografiche costruite sulla base del rilievo percettivo operato attraverso i luoghi o con osservazione partecipante (Sanseviero 2010).

Anche Italo Calvino [1972] ne "le città invisibili" aveva narrato di Zoe, luogo dell'esistenza indivisibile, di Ersilia dove "incontri le rovine delle città abbandonate senza le mura che non durano, senza le ossa dei morti che li fa rotolare: ragnatele di rapporti intricati che cercano una forma"; o ancora di Cloe dove le persone che passano per le vie non si conoscono. Al vedersi immaginano mille cose uno dell'altro, gli incontri che potrebbero avvenire fra loro, le conversazioni, le sorprese le carezze i morsi, Ma nessuno saluta nessuno, gli sguardi si incrociano per un secondo e poi sfuggono, cercano altri sguardi, non si fermano...

Con l'individuazione ed il riconoscimento di sistemi complessi (quale oggi ci appare la città o il territorio urbanizzato contemporaneo), diventa sempre più difficile comprendere i vari aspetti che caratterizzano i fenomeni (Maturò, Sanseviero 2004). Importante diventa allora studiare le relazioni tra le variabili,

¹ La deriva come per Debord è intesa come attraversamento di vari ambienti, senza meta e con interesse per gli incontri.

Per una lettura interattiva del territorio e della città: spazi, relazioni, morfologia urbana, modelli culturali e forme di potere economico e politico

si tratta di definire due ruoli non necessariamente distinti: quello esercitato nello spazio relativo alle aree di influenza della città e quello connesso alle attività che nel loro complesso determinano e sostengono la vita economica e sociale. “Gli elementi, le relazioni e interrelazioni da ricercare e da interpretare comportano una mole enorme di lavoro dal momento che sembra superfluo asserirlo, il territorio, la città rappresentano “l’impatto” delle strutture della collettività, il piano di proiezione dell’organizzazione, delle attività sociali, economiche, amministrative, culturali, residenziali” (Fadini 1972; Sanseviero et.al, 2009).

L’individualità dei luoghi analizzati e sensibilmente rilevati si trasmette nelle abitazioni e nella città non attraverso la storia e le preesistenze ma attraverso i materiali, i colori del paesaggio urbano, la morfologia del sito, le pieghe del terreno. Tutto riesce a combinarsi ed a parlare alla nostra sensibilità e della nostra sensibilità.

L’identità dei luoghi “è una nozione dinamica, sempre in trasformazione”; i luoghi e le città hanno identità mutevoli, molteplici. Nella ricerca dell’identità l’oblio e la cancellazione si coniugano con la modificazione e la ricostruzione. Non esiste identità definitiva, assoluta, l’identità che ci viene dal passato è anch’essa il risultato di una continua modificazione. Porsi di fronte a ciò con un atteggiamento conservativo porta al “narcisismo” della contemplazione e alla paralisi. Nell’identità di oggi troviamo le tracce del passato e quelle del futuro o segni della continuità e quelli della differenza.

4. Conclusioni

In conclusione si può sostenere che le diverse modalità di analisi delle azioni/interazioni, spazio-società ed i modelli metodologici, le diverse modalità di lettura proposte non vadano lette ciascuna per sé con il riconoscimento di quanto l’una o l’altra riescano ad evidenziare di una realtà complessa; ma l’esigenza è quella di analizzarle, e quindi attraverso un processo di astrazione smontarle nella loro autoreferenzialità, per poi sintetizzarle, sovrapponendole, ed integrarle. Il fine di una così lunga operazione è quello di poter avere sia una rappresentazione e contemplazione dei modi e dei tempi del territorio urbano, ma anche e soprattutto una lettura diacronica profonda. Una lettura che non si fermi solo in superficie (magari affiancando immagini diverse) ma che superando appunto la staticità delle antiche prospettive e la bidimensionalità delle immagini attuali possa giungere a comprendere anche la terza dimensione, “la profondità e lo spessore” dato dalle relazioni e dal fare umano immerse come sono nella quarta dimensione, il tempo che giunge a modificare sullo stesso palinsesto le altre tre. Questa dimensione è quella di un osservatore che si trova immerso in uno spazio quadridimensionale e che appunto ha a disposizione, per studiare i fenomeni, oltre le tre canoniche dimensioni geometriche, anche il tempo.

Bibliografia

- Augé M, (2009), *Nonluoghi. Introduzione a un'antropologia della surmodernità*, Elèuthera, Milano.
- Calvino I., (1972), Le città invisibili, "Supercoralli" e "Nuovi coralli" n. 182, Einaudi, Torino.
- Careri F., (2001), *Constant. New Babylon, una città nomade*. Testo & Immagine Torino.
- De Certau M. (2001) *L'invenzione del quotidiano*, traduzione di M. Baccianini, prefazione di A. Abruzzese e postfazione di D. Borrelli, Edizioni Lavoro, Roma
- Debord G., (1956), *Theory of the Dérive*, Les Lèvres nues, Paris.
- Fadini A., (1972) Il concetto si struttura e di modello, in AAVV, *Metodologia Urbanistica, ricerca operative, modellistica urbana*, Guida, Napoli
- Hannerz U. (1980), *Exploring the City: Inquiries Toward an Urban Anthropology* - Traduzione in Italiano *Esplorare la città* (Il Mulino, 1992)
- Lynch K., (2010), *L'immagine della città*, a cura di Paolo Ceccarelli, Marsilio Editori, Venezia
- Maturo A., Sanseviero S. (2004): *Aspetti di un processo valutativo e decisionale complesso: consenso concertazione, condivisione* in Franchino-Maturo-Ventre-Violano "La Gestione Integrata delle Risorse naturali: strategie, processi, modelli decisionali " Ed. Goliardiche pagg. 228-237
- Osti G., (2010) *Manuale di Sociologia*, Il Mulino Editrice
- Sanseviero S. Agustoni A. (2007) *Tempo, spazi, distanze e luoghi* pag. 21-22 in *Sociologia dello Spazio, dell'ambiente del territorio* (Eds. Agustoni et al.), Franco Angeli Milano
- Sanseviero S. Maturo A. Ventre A. (2009) *Metodi e approcci valutativi per un sistema culturale-turistico del Vallo di Diano* in *Atlante del Cilento* a cura di Carmine Gambardella - Maggio 2009 Napoli – Edizioni Scientifiche Italiane
- Sanseviero S. (2010) *Rilevare l'anima della città: la rappresentazione dei rapporti tra organizzazione dello spazio, morfologia urbana, modelli culturali e forme di potere economico e politico* Recensione al libro di Marichela Sepe *Rilievo Sensibile rappresentare l'identità per promuovere il patrimonio culturale in Campania*, *Journal of Social Housing* Volume 1, n. 1 pagg. 97-105

Market research in social and in solving problems of uncertainty

Sara Casolaro

Director of Marketing Service Center (CDV) of Naples
sarabanda79@gmail.com

Abstract

This work is a result of the author's great experience in the market researches field. Mixing both theoretical and practical aspects, it analyses market research as a useful tool to take decisions when uncertainty is dominant, in the light of the social changes occurred over the last 15 years.

Keywords: uncertainty, market researches, social changes.

1. Introduction

This discussion focuses on two key issues: market research analysis of issues related to uncertainty, the social changes over the last 15 years and their impact on the market and methods of investigation.

2. The market research analysis of issues related to the uncertainty

What is a market research?

A manufacturing company or a company of provision of services will face a problem of uncertainty at some point in his life. I will refer to a private company in this article because it is the most common case, but the customer can be in the same way a public body or a non-profit organization, a celebrity or a political leader, in general, anyone seeking a review by a population detected on the basis of a sample, which is then analyzed and summarized through statistical methods. For example, is it convenient to launch a new product/service? Would a company be successful by expanding its gamut of products or increasing its range? Further on, what is the degree of satisfaction of its customers (*customer satisfaction*)? What is the image of a product for its consumers? Which message

is convenient for a new advertising campaign? How to improve a service? How to make customers faithful? What additional services to offer its customers? These and other questions lead companies to invest their time and money on a *market research*, which is the gathering of all those necessary information to get a response as trustworthy as possible which helps the applicant to make a decision.

Of course, the problems to be analyzed may be various and are still more different depending on the time of life when the company is at a certain time. It is clear that a new firm need to get different news than a thriving business -not to mention the fact that a new or small company is unlikely to have enough budget to deal with a large amount of expenditure such as that required for a market research!

The phases of a market research

It is difficult to divide the complex world that we are dealing here into clear-cut phases, as it involves an infinite series of intermediate steps which would be laborious and tedious to rigidly schematize in a list.

However, the “path” that extends from the observation of uncertainty up to its solution it through a decision inevitably goes through some basic steps.

Objectives and definition of the problem (uncertainty): it is quite clear that any decision starts from a goal that has been fixed in advance, but, as it may seem trivial, it is essential to examine with great clarity what the answer that we seek is and what the best way to get it. Only with a clear idea you can choose the best formula for investigation and the most efficient way to achieve the survey.

Sampling: it must provide the best representation of the reference population. In fact, errors in sampling often lead to distortions or gaps in the final outcome, so we realize too late that we conducted an essentially useless or even incorrect analysis.

The questionnaire: it should be structured in a clear, concise, simple and direct way. Questions must be of quick understanding, without digressions that lead to be on the wrong track and made in such way to solicit the level of attention of the interviewee, in order to get sincere and in topic answers, avoiding the other person to provide false information in order to early conclude or, worse, to take leave the interviewer unceremoniously. Even in this case, therefore, a badly structured questionnaire leads to biased results and makes the study invalid.

Gathering: the research is now ready to go and begins with the actual execution of the survey, which consists in contacting and interviewing people that are suitably selected in the previous phase of recruiting, according to the targets dictated by the sample.

Market research in social and in solving problems of uncertainty

Coding and data processing: the collected information is then encoded, ie converted into digital form for analysis in the data processing, through appropriate statistical techniques.

Decision. The results are then displayed in a detailed report and delivered to the client of the research, with a detailed explanation of all salient information.

Methods of research

Market research is classified according to various criteria. However, in practice it is customary to adopt the categorization that is based on the structured or exploratory approach which divides *qualitative* and *quantitative* survey.

A qualitative research, usually preliminary to the quantitative one, proposes an in-depth analysis of consumer behavior, studying reasons and criteria. The researcher explores in depth the reasons of a certain attitude, urging the respondent through the formulation of hypotheses and spontaneous questions, links, ideas and emotional associations of thought. In this phase, the trace of the questionnaire is not rigidly structured but developed in points that the interviewer is to investigate, even in relation to the answers given by the interviewee. Often respondents are chosen equally between users and non-users of a certain product/service, in order to obtain a more complete response, which examines in depth the strengths and weaknesses and possible improvements to be made. In substance, it is important to catch the reasons of those who do not use the product in order to study and understand the possible strategies to transform the *non-user* (or *potential client*) in a real client.

The qualitative instruments mostly used are:

- *focus groups*, which are meetings in which a sample belonging to a specific target freely expresses opinions about a certain product or service, expressing its attitude towards the use of it. Usually each group consists of 8-10 people but the number can vary between 5-6 (mini-groups) and 12 persons and may provide a format in which the customer-client attends himself the meeting;
- *in-depth* (or *motivational*) *interviews*, which have the same goals and use the same methods of focus but through individual interviews or with a maximum of 2 people (*duos*);
- *projection techniques*, a term borrowed from psychology, in which a group of people is being subjected to a series of stimuli to develop ideas that initially have no connection with the goods/services covered by the research and only later are adapted to it. Therefore, the debate is arranged in a totally unstructured and imaginative way as the invention of a story, to observe behaviors and reactions of every participant, each of which shall be abstracted as an actor in the adventure that was born and developed during the meeting.

Is adopted in this case, a technique called *funnel technique* that goes from general to specific, as the moderator starts from a situation completely out of context of marketing, allowing the creativity of each respondent to create groups of images and thought, and then attach these representations to the specific

subject of the study, by compelling the discussion to the topic, just like a liquid in a funnel.

The quantitative survey, on the contrary, analyzes the statistical dimension of the phenomenon, that provides a quantitative information, in fact -for example, the percentage of respondents who adopt a certain attitude instead than another.

This category includes questionnaires with closed questions in general, as phone calls, face-to-face interviews with computer (online, CAPI, CATI, etc).

Of course, what's to come out of the quantitative phase of the research is purely statistical data, while qualitative research can investigate the results, considering the emotional aspects that underlie the choices of consumers. It is in the qualitative phase that we will study the product/service to identify its strengths and weaknesses, analyzing its real and potential market.

In fact, as mentioned above, in addition to the user target, there is another area in the market that could be gained from a company through appropriate marketing strategies. Even in this case the research market comes to our rescue and helps us get ideas and gather suggestions from consumers with the added advantage of allowing the company to be close to the customer and relate to it with innovative communication techniques.

3. The social changes over the last 15 years: impact on the market and methods of investigation.

In years of great cultural and social, such as the 90s and early new millennium, it was inevitable that the consumption habits of the people underwent substantial changes. This trivial consideration helps us to consider the different approach that we adopt today compared with the one adopted in the past also in the methodologies relating to market research, beginning with the new criteria for recruiting respondents.

Speeding up of events: effects on the habits of consumers

The application of technology to communication systems and the rapid technological development have led to an extraordinary speeding up of events. If we consider only the internet phenomenon, the huge growth in use of the mobile phone, the ever increasing specialization in all sectors of the economy, and if we add that globalization has dictated tastes and trends especially in these recent years, we are not surprised about the fact that today it seems to exist a whole generation between a 20 and a 30 aged man.

Market research in social and in solving problems of uncertainty

We should also mention the liberalization of economy, with the related phenomenon of privatization, which led to changes in mentality and language in those who produce goods such as in those that use them.

The fact is that consumer habits have changed, just like their approach to the market, which brought the company to be faced with different problems. For example, in 1999 I carried out a survey on the use of the Internet, particularly of search engines. It was not at all easy finding people who were familiar with the then nascent Google, Virgilio, Yahoo, Altavista etc.

Just imagine the same research today: as well as the extremely easiness that would be in recruiting people (the Internet is daily bread for individuals of all ages), it is unlikely to be relevant to know how they make use of search engines, or at least the research would have a different approach, since the web is used for all different needs, especially among young people.

Social changes: consequences on the ways of recruitment

Even the social changes have affected the way of obtaining the samples. Think of Viagra: at the end of the 90s a study was carried out on the blue pill, then at a stage of launching. Tracking down those who used it and, above all, convincing them to come and tell their experience required great effort. Today the situation is different. Obviously this does not mean that men are used to disclose their intimate problems today, but certainly sexual habits and general way of thinking about certain issues go towards a greater freedom. In addition, it is now possible to create databases, such as client profiles with their permission as dictated by the laws to protect privacy, making the access to certain information more fluid. Thus, to organize a focus group on private concerns, it is sufficient to contact the referring physician who can provide names of patients corresponding to the profile required by the target of the survey, without making direct screening embarrassing both the interviewee and the interviewer.

Technology and new forms of implementing surveys

I conclude this discussion by analyzing a further evolution of market research occurred in recent years: the support of PC in conducting surveys.

Even before the advent of the Internet, the computer was used in carrying out interviews to allow a more rapid analysis of results. Interviews called CAPI (Computer Aided Personal Interviewing) and CATI (Computer Aided Telephone Interviewing) have been used for many years to achieve greater precision and clarity in the survey (avoiding, for example, errors in recording the answers), and to allow a neater storage of information.

However, in the last 5 years or so, the use of online interviews has spread more and more in this field. These mean that survey have been carrying out entirely via web: the interviewee will compile the questionnaire by accessing a web page where he finds structured questions and answers, with appropriate

filters which automatically switches from one section to another in case of non-relevance of a topic.

This methodology has significant and numerous advantages, including reducing the time and especially the cost of running (just think about the saving of all the paper documents and related shipping costs), a greater easiness in analyzing the results and a better warranty anonymity. Nevertheless, there are risks to be taken into account, primarily related to a more indirect relationship with the interviewee, and consequently the difficulty to be sure that the respondent is really the person who has been contacted.

Apparently, though, market research companies little care of this disadvantages, and perhaps online interview is now preferred by these companies (at least this is my impression), probably attracted by the savings in terms of resources and time. On the other hand, there being great rigour about data privacy issues, even in a survey carried out by traditional methods the accuracy of personal information provided by respondents is by no means assured.

4. Conclusions

The market is just one of many useful tools for solving problems related to uncertainty, but what makes it interesting, in my opinion, is its intrinsic capacity to link many areas of interest, ranging from science to social subjects to the stochastic field, thereby creating a world of diverse skills.

Everything written in this paper is mainly the result of the wide experience that I gained in years of practice, since I have been working in this field for over 10 years, and in relation to the changes that I discussed above I had the chance to witness a continuous evolution of methods and results.

This, coupled with my education in economics and statistics, has ignited in me the desire to tackle a perhaps overworked topic, accompanied by some personal reflections and with the purpose (which I hope has been successful) to expose more practical concepts that, as theorized, may not be rigidly schematized.

References

Robin J. Birn, “*The Effective Use of Market Research: How to Drive and Focus Better Business Decisions*”, Kogan Page 2004;

Ivano Casolaro, “*L’entropia nella comunicazione*” – pubblicazione di tesi di Master presso l’Università di Teramo sul sito www.apav.it, pagg. 12-19 e pagg. 29-36;

Amedeo De Luca, “*Le ricerche di mercato. Guida pratica e metodologica.*”, Franco Angeli 2006.

Science & Philosophy, Volume n.2, Issue n.1, 2014

Contents

Articoli in lingua Italiana

Renato Migliorato

Nuove prospettive epistemologiche per l'economia globale 3

Antonio Maturo

Le Geometrie Finite: uno strumento per una migliore comprensione della Geometria Euclidea 23

Ferdinando Casolaro

La Geometria oltre Euclide: L'evoluzione della geometria negli ultimi 150 anni ha modificato la nostra cultura. Lo sa la Scuola? 39

Mario Mandrone

Geometria e relatività: una riflessione fra storia ed epistemologia 49

E. Serena Sanseviero

Per una lettura interattiva del territorio e della città: spazi, relazioni, morfologia urbana, modelli culturali e forme di potere economico e politico 59

Papers in English language

Sara Casolaro

Market research in social and in solving problems of uncertainty 65

Published by Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (A.P.A.V.)