

ISSN 2282-7765

ISSN 2282-7757

[online]

[printed]

Volume 4, Number 2, December 2016

Science & Philosophy

Journal of Epistemology, Science and Philosophy

Chief Editors

Franco Eugeni

Antonio Maturo

Managing Editor

Fabrizio Maturo

Advisory Editors

Franco Blezza

Nicolae Rambu

Ezio Sciarra

Accademia
Piceno-Aprutina
dei Velati in Teramo

Chief Editors (Editori Capo):

Eugeni Franco, Teramo, Italy
Maturo Antonio, Pescara, Italy

Advisory Editors (Consulenti Editoriali/Scientifici):

Blezza Franco, Chieti, Italy
Râmbu Nicolae, Iasi, Romania
Sciarra Ezio, Chieti, Italy

Managing Editor:

Maturo Fabrizio, Pescara, Italy

Scientific Coordinator of the student section (Coordinatore Scientifico della sezione studenti):

Casolaro Ferdinando

Editorial Manager and Webmaster (Curatore del Sito Web):

Manuppella Giuseppe

Graphic project (Progetto grafico):

Manuppella Fabio

Legal Manager (Direttore Responsabile):

Di Domenico Bruna

Publisher (Casa Editrice):

Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (A.P.A.V.)

Editorial Board (Comitato Editoriale/Scientifico):

Ambrisi Emilio, Caserta, Italy
Casolaro Ferdinando, Napoli, Italy
Chitoiu Dan, Iasi, Romania
Ciarlante Camillo, Isernia, Italy
Corsi Vincenzo, Pescara, Italy
Corsini Piergiulio, Udine, Italy
Cruz Rambaud Salvador, Almeria, Spain
Daniela-Tatiana Soitu, Iasi, Romania
Delli Rocili Luciana, Pescara, Italy
Di Francesco Gabriele, Pescara, Italy
Gatto Romano, Potenza, Italy
Gerla Giangiacomo, Salerno, Italy
Hořková-Mayerová Šárka, Brno, Czech Republic
Innamorati Stefano, L'Aquila, Italy
Ispas Cristina, Reșița, Romania
Manuppella Giuseppe, Pescara, Italy
Marconi Domenico, Teramo, Italy
Migliorato Renato, Messina, Italy
Paone Fiorella, Chieti, Italy
Rotondo Paolo, Pescara, Italy
Savarese Elisa, Castellammare, Italy
Sessa Salvatore, Napoli, Italy
Squillante Massimo, Benevento, Italy
Tofan Ioan, Iasi, Romania
Ventre Aldo Giuseppe Saverio, Napoli, Italy
Viglioglia Maria Teresa, Melfi, Italy
Vincenzi Giovanni, Salerno, Italy
Vougiuklis Thomas, Alexandroupolis, Greece
Zappacosta Agostino, Chieti, Italy

The Logic of Probability: A Trip through Uncertainty

Massimo Squillante¹, Maria Incoronata Fredella², Maria Grazia Olivieri³, Gaetano Vitale⁴

¹ Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
squillan@unisannio.it

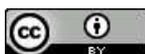
² Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
mariaincoronata.fredella@gmail.com

³ Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
mgolivieri@unisannio.it

⁴ Università degli studi di Salerno, Via Giovanni Paolo II, 84084 Fisciano SA
gvitale@unisa.it

Received on: 12-12-2016. **Accepted** on: 25-01-2017. **Published** on: 01-2-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.281



© Massimo Squillante et al.

Abstract

In real life we have to deal with uncertainty, imprecision and vagueness. Many ideas were introduced and studied in detail to manage with these problems. Now we briefly expose the main formal concepts which describe non-ideal situations, i.e. Probability, Statistics and Fuzzy Logic.

Probability has recent origins with respect to other branches of mathematics which have deep roots in the past, like geometry or algebra.

We may say all this started with Antoine Gombaud, Chevalier de Méré (1607–1684), who asked Blaise Pascal (1623–1662) about gambling with dice. The correspondence between Pierre de Fermat

and Blaise Pascal, which began in 1654, initially on these questions, led to the introduction of basic concepts, i.e. probability and expectation. Only in 1657, Christian Huygens in "De Ratiociniis in ludo aleae" proposed a first systematic study of the new branch of mathematics. However, the need of an axiomatic construction of the theory of probability arose to analyze more general and complex situations than gambling. A strong formalization was supplied by the monograph "Foundations of the theory of probability" (1933) by Andrey Nikolaevich Kolmogorov. Statistics represent the most popular application of probability theory, providing research tools in several areas, including physical and natural sciences, technology, psychology, economics and medicine. Statistics are the bridge that connects experimental data to the mathematical theory behind itself.

Fuzzy logic, sometime confused with probability, wants to express and formalize all the sentences which are not true or false at all; the philosophical idea is that "everything is a matter of degree" (Zadeh).

Keywords: Uncertainty, Probability, Statistics, Fuzzy Logics

Sunto

Nella vita reale ci si trova di fronte a molte situazioni caratterizzate da incertezza, imprecisione, vaghezza. Sono state introdotte diverse modellizzazioni per il trattamento di tali concetti e problemi. Ci proponiamo di esporre sinteticamente alcuni lineamenti fondamentali di Probabilità, Statistica e Fuzzy Logic.

La probabilità ha origini recenti rispetto alle altre branche della matematica che hanno profonde radici nel passato, come la geometria o l'algebra.

Possiamo dire che un passaggio iniziale importante si è avuto con Antoine Gombaud, Chevalier de Méré (1607-1684), che pose a Blaise Pascal (1623-1662) una questione riguardante il gioco dei dadi. La corrispondenza tra Pierre de Fermat e Blaise Pascal, che ha avuto inizio nel 1654, su questioni simili, ha portato all'introduzione di concetti di base, come probabilità e aspettativa. Successivamente Christian Huygens, in "De ludo Ratiociniis in aleae", ha proposto un primo studio sistematico della nuova branca della matematica. Tuttavia, la necessità di una costruzione assiomatica della teoria della probabilità sorse per l'esigenza di analizzare situazioni più generali e complesse rispetto al gioco d'azzardo. Una forte formalizzazione è stata fornita dalla

The logic of Probability: A Trip through Uncertainty

monografia "Fondamenti della teoria della probabilità" (1933) di Andrey Nikolaevich Kolmogorov.

La statistica rappresenta l'applicazione più popolare della teoria della probabilità, fornendo strumenti di ricerca in diversi settori, tra cui le scienze fisiche e naturali, la tecnologia, la psicologia, l'economia e la medicina. In un certo senso essa rappresenta il ponte che collega i dati sperimentali con la teoria matematica.

La Logica Fuzzy, da non confondere con la probabilità, si occupa del trattamento formale delle proposizioni di cui non si può affermare senza ambiguità che siano vere o false; l'idea filosofica è che "tutto è una questione di gradualità" (Zadeh).

Parole Chiave: Incertezza, Probabilità, Statistica, Fuzzy.

1. Un Percorso Sterrato...

Il martedì non si dà principio all'arte. E neppure il venerdì; se diciassette, poi, è possibile si manifesti l'eptacaidecafobia (ovvero, la 'paura' del numero '17'): è buona prassi, a questo punto, chiudersi in casa e attendere il termine dell'infelice combinazione numerico-temporale, nella speranza di scongiurare infausti avvenimenti.

Quando, da dove e perché nascono i nostri convincimenti irrazionali? Ci viene in aiuto, nella risposta, il concetto di *thauma* nell'accezione aristotelica, che vede alternarsi un significato primario di *sgomento*, di fronte al divenire di tutte le cose con quello di *stupore* e *meraviglia*, davanti ad un mondo da scoprire. Il divenire a cui si fa riferimento è quello di cui l'uomo non può conoscere l'evoluzione a priori, la cui imprevedibilità genera il significato di *thauma* in *fobos* (paura). La paura, dunque, suggerisce Aristotele, costituisce il principale stimolo degli individui al pensiero filosofico e all'azione per la ricerca della *aletheia* (rivelazione, verità) rispetto all'incerto.

Scriverà più avanti Blaise Pascal nel Pensiero n 72, 1669-70 (edizione Brunschvicg):

La nostra condizione ci rende incapaci sia di conoscere con piena certezza come di ignorare in maniera assoluta. Noi voghiamo in un vasto mare, sospinti da un estremo all'altro, sempre incerti e fluttuanti. Ogni termine al quale pensiamo di ormeggiarci e di fissarci vacilla e ci lascia; e, se lo seguiamo, ci si sottrae, scorre via e fugge in un'eterna fuga.

Nulla si ferma per noi. È questo lo stato che ci è naturale e che, tuttavia, è più contrario alle nostre inclinazioni. Noi bruciamo dal desiderio di trovare un assetto stabile e un'ultima base sicura per edificarci una torre che s'innalzi

all'infinito; ma ogni nostro fondamento scricchiola, e la terra si apre sino agli abissi. Non cerchiamo, dunque, né sicurezza, né stabilità.

La nostra ragione è sempre delusa dalla mutevolezza delle apparenze; nulla può fissare il finito tra i due infiniti che lo racchiudono e lo fuggono.

La proiezione delle ansie in un mondo irrazionale, sin dalle civiltà pre-elleniche dell'area egea e orientale, condurrà alla ricerca di verità, metafisiche e fisiche, che facciano da guida lungo un cammino teso verso risposte all'apparenza rassicuranti rispetto all'ignoto.

<<Cosa c'entra quello che sappiamo o non sappiamo con le leggi che governano il mondo? La domanda è legittima, e la risposta è sottile>>, sentenza Carlo Rovelli in 'Sette brevi lezioni di fisica'.

L'ignoto, l'incertezza degli eventi, la variabilità degli stessi e delle relative osservazioni, hanno accompagnato l'uomo in un percorso che attraversa la storia e l'evoluzione del suo pensiero rivolto al bisogno ancestrale di governare un potere misterioso, un potere in grado di favorire un evento positivo o di scongiurarlo uno negativo. La natura finita dell'uomo non lo rende capace di comprendere le cause dei fenomeni, non almeno nell'immediato e non nella loro interezza. Ed ecco così sovrapporsi strati culturali di credenze, riti, magie, predizioni, forme e convinzioni religiose (in un linguaggio variabile nel tempo e nello spazio). Accertata l'attendibilità delle più accreditate ipotesi etimologiche, emerge come perfino il nome della città di Benevento (in origine *Maloenton*) che ospita l'Ateneo sannita non si sottragga, all'influenza della pratica di riti propiziatori, riflesso della volontà, da parte dell'uomo, di imbrigliare l'ignoto, con i suoi rischi legati all'incertezza, ed ingraziare la sorte. Questa sconosciuta.

Ebbene, se questa è la nostra condizione, possiamo in qualche modo venire a patti con essa e governarla. Se non si può effettuare una scelta senza sottomettersi all'incertezza, non vi è altra possibilità che affrontarla. Le divinazioni, le predizioni lastricano la strada che conduce alle *previsioni* o, forse più correttamente, ai *tentativi* di previsione.

Ci interroghiamo sul futuro e cerchiamo nei fenomeni naturali (la cui misura rappresenta il 'dato') i segni di ciò che ci aspetta. Il passaggio di testimone dalla pratica divinatoria allo studio di previsione rigoroso e razionale, avviene intorno al secolo XVII. In un clima di fermento scientifico e filosofico Bacone (1561-1626), con *Novum Organum*, nel 1620 dà il la ad un metodo sperimentale basato sull'osservazione sistematica dei fenomeni finalizzata all'estrapolazione dei concetti generali che spieghino la natura. Con Galileo (1564-1642) si fa strada la sperimentazione basata, però, su ipotesi di lavoro, e tradotta in leggi matematiche 'universalmente' valide. Una nuova e più completa visione dell'universo fa capolino nel '*Discorso sul metodo*' di René Descartes (1596-1690). È il momento in cui la superstizione cede il posto alla ragione, unico 'potere' dato all'uomo per distinguere il vero dal falso e

giudicare il bene. La verità scientifica si costruisce sulle evidenze. Fioriscono le scienze teoriche, separate per la prima volta dalle arti meccaniche, con conseguente istituzione di nuove cattedre. In Italia nascono l'Accademia Nazionale dei Lincei, a Roma (1603), e l'Accademia del Cimento a Firenze (1657); a Londra, nel 1660, la Royal Society, a Parigi l'Académie des Sciences (1666) dove non troveranno posto le arti, la metafisica, la teologia e la morale.

Tra i più rilevanti prodotti della rivoluzione delle scienze, il *calcolo delle probabilità*, nato per mano di Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665), più tardi rivisto da Christian Huygens (1629-1695), è di certo quello che tra magia, filosofia, religione e logica, come una barca sospinta da venti di tempesta, riprendendo l'antica metafora, ancora annaspa tra la casualità, la causalità e l'accadimento degli eventi, tra la loro prevedibilità e l'esperienza soggettiva. Questa, vincolata alla nostra natura finita ancora combatte contro la paura dell'ignoto e siamo solo “*Nel mezzo del cammin*”...

2. La Probabilità e *Cet Instinct Obscur*

Che cosa significa decidere?

Al di là delle complesse definizioni forniteci dalla letteratura, decidere significa scegliere l'alternativa ritenuta più favorevole tra le opzioni possibili.

Il punto è proprio questo: a volte due alternative sembrano ugualmente favorevoli, o ugualmente sfavorevoli, oppure una delle opzioni ha alcune conseguenze positive e altre negative, o, ancora, una scelta comporta un grande cambiamento.

In alcune situazioni decidere non è semplice: significa mettersi in gioco, fare una scelta rinunciando a tutte le altre possibilità, imparare a capire cosa per noi è davvero importante in quello specifico momento della nostra vita. Nel decidere un investimento economico o il luogo dove trascorrere le vacanze, nello stipulare un mutuo o nel fornire un parere professionale, ci affidiamo soprattutto all'intuizione o, più semplicemente, al *buon senso*. Tale buon senso è il frutto della nostra esperienza passata che ci guida, attraverso innumerevoli scorciatoie, nel risolvere problemi in tempi brevi e, molto spesso, con informazioni insufficienti.

Il decisore, purtroppo, non è in grado di considerare simultaneamente l'insieme delle informazioni disponibili, le alternative, le conseguenze; egli deve fare una selezione e scegliere quelle che ritiene importanti, in quel momento, al fine del raggiungimento del suo obiettivo.

La qualità della decisione dipende, quindi, dalla qualità con la quale tali informazioni vengono elaborate e, più precisamente dalla quantità, dalla

completezza e dell'affidabilità delle informazioni raccolte e dalla capacità di elaborazione razionale di tali informazioni. Purtroppo la qualità e la quantità delle informazioni, al crescere della complessità dei problemi, sono spesso insoddisfacenti; nonostante i sistemi di automazione e l'informatica, che rendono presente "ora e subito" qualsiasi tipo di informazione, sembra che i dati non bastino mai per decidere. La capacità di scegliere, tra tutte le informazioni disponibili, le informazioni giuste per decidere in tempi brevi è sempre di più una capacità critica del buon decisore.

L'incerto permea la nostra vita.

Siamo incerti sui risultati del nostro operare e, a maggior ragione, su quegli eventi che non dipendono dal nostro operare. Siamo incerti sulle ipotesi di cui tener conto quando effettuiamo le nostre scelte, in quanto esse dipendono da una analisi degli accadimenti passati e da come riteniamo che essi influenzino il futuro. Siamo incerti sui valori di grandezze fisiche, sia prima di aver effettuato le misure che dopo. E anche quando gli eventi del futuro ci appaiono certi è spesso solo perché non ci preoccupiamo dei dettagli. Sicuramente il Sole tramonterà domani, ma è meno sicuro il minuto esatto in cui ciò avverrà. Tuttavia nessuno di noi è normalmente interessato a tale precisione. Esattezze del genere non esistono nemmeno nella fisica, considerata normalmente la regina delle "scienze esatte". E proprio il fisico per antonomasia dell'immaginario collettivo, Albert Einstein, scriveva sull'argomento, sostenendo che:

"As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality." ("Quando le leggi della matematica si riferiscono alla realtà, non sono certe, e quando sono certe, non si riferiscono alla realtà.")¹

Prendere decisioni è un impulso vitale in generale dell'individuo che si lascia, molto spesso, guidare dalla probabilità anziché basarsi sul primordiale flight or fight.

Il calcolo delle probabilità, come teoria matematica, nasce per tentare di affrontare l'incertezza nel modo più razionale possibile. Le sue origini non sono particolarmente nobili, dal momento che si collocano tra i tavoli dei giochi d'azzardo, di dadi o di carte, che di questa nuova teoria scientifica costituirono il primo laboratorio. Ma già in questa prima fase il legame della probabilità col problema della scelta di fronte all'incertezza è subito evidente: le questioni da cui presero le mosse Galileo, Pascal, Fermat per fondare il calcolo delle probabilità, riguardavano proprio quale fosse il comportamento più adeguato che i giocatori avrebbero dovuto tenere nei diversi giochi d'azzardo considerati.

¹ Albert Einstein (27 gennaio 1921) *Geometrie und Erfahrung*, versione estesa di una lezione tenuta presso l'Accademia Prussiana delle Scienze di Berlino.

The logic of Probability: A Trip through Uncertainty

Si può dire che la probabilità costituisce uno dei settori più vivaci della ricerca matematica contemporanea.

Essa, come misura di eventi aleatori, trova applicazioni vastissime, è diventata una componente essenziale della meccanica statistica e della genetica di popolazioni, e nelle scienze del comportamento ha ispirato modelli di scelta razionale in condizioni di incertezza (von Neumann e Morgenstern, 1944). Esistono diverse impostazioni della probabilità.

La prima definizione di probabilità, dovuta a Laplace, secondo la concezione classica, considera la probabilità $P(E)$ di un evento E uguale al rapporto $\frac{m}{n}$, tra il numero m dei casi favorevoli al verificarsi di E e il numero n dei casi possibili, quando tutti i casi siano giudicati ugualmente possibili:

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

Il numeratore m è minore, o al più uguale, al denominatore n , ne segue che la probabilità è un numero compreso tra 0 e 1:

- se $m = 0$, ossia non vi sono casi favorevoli al verificarsi dell'evento E , la probabilità $P(E) = 0$, è quindi nulla;

- se $m = n$, ossia tutti i casi sono favorevoli al verificarsi di E , la probabilità $P(E) = 1$.

La definizione classica consente di calcolare effettivamente la probabilità in molte situazioni. Inoltre, è una definizione operativa e fornisce quindi un metodo per il calcolo. La sua caratteristica essenziale è la condizione che tutti i casi in cui il fenomeno può manifestarsi siano giudicati ugualmente possibili, cioè che abbiano la stessa probabilità di verificarsi, quindi nella definizione si usa lo stesso concetto che si vuole definire.

Per superare la circolarità della definizione è stato introdotto il principio della ragione insufficiente, detto successivamente principio di indifferenza, che asserisce che “in mancanza di ragioni che permettano di assegnare probabilità diverse a ciascuno degli eventi elementari, questi devono essere considerati ugualmente possibili”.

Ad esempio, se non vi sono ragioni per affermare che un dado sia irregolare, si accetta che ogni faccia si possa presentare con la stessa probabilità. Presenta quindi i seguenti aspetti negativi, non irrilevanti: si applica soltanto a fenomeni con risultati equiprobabili; presuppone un numero finito di risultati possibili; la definizione è circolare perché utilizza la nozione di probabilità (eventi equiprobabili) per definire la probabilità stessa.

Nell'Ottocento, per poter calcolare la probabilità di eventi aleatori, che la definizione classica non consentiva di valutare, si sviluppa l'impostazione *frequentista*, o *statistica*. Essa si applica quando sull'evento si possono eseguire, nelle stesse condizioni, tante prove quante si vogliono oppure quando

di un fenomeno sono disponibili tavole di rilevazioni statistiche (come le tavole di mortalità e di sopravvivenza di una popolazione).

Secondo questa impostazione, per conoscere la probabilità di un evento si deve ricorrere all'esperimento.

È importante notare che, per un cultore di questa impostazione, non ha senso calcolare la probabilità di un evento mediante una singola prova, ma, eseguendo un grande numero di prove, si riscontra una regolarità che permette di assegnare una valutazione di probabilità che l'evento si verifichi.

L'impostazione frequentista è basata sulla definizione di frequenza relativa di un evento.

Si definisce frequenza relativa di un evento in n prove, effettuate tutte nelle stesse condizioni, il rapporto $\frac{k}{n}$, tra il numero k delle prove nelle quali l'evento si è verificato e il numero n delle prove effettuate:

$$f = \frac{k}{n} \quad \text{con } 0 \leq f \leq 1.$$

Anche la frequenza è compresa tra 0 e 1, ma occorre notare che:

- se $f = 0$, non si può dire che l'evento è impossibile, ma che non si è mai verificato in quelle prove;
- se $f = 1$, non si può dire che l'evento è certo, ma che, in quelle prove, si è sempre verificato.

Si deve osservare che il valore di f non dipende solo dal numero n delle prove fatte, ma per uno stesso n può variare al variare delle prove.

Ad esempio, lanciando 100 volte una moneta si presenta testa per 55 volte. Effettuando altri 100 lanci la faccia testa generalmente si presenta un numero diverso di volte, ad esempio 48. Pertanto la frequenza relativa per il primo gruppo di lanci è $55/100$, mentre per il secondo gruppo è $48/100$.

È interessante constatare che, pur variando secondo il gruppo di prove, la frequenza $\frac{k}{n}$ al crescere di n tende a stabilizzarsi intorno a un valore. Questo fatto era già stato rilevato dai demografi del XVII e XVIII secolo nello studio della frequenza di decessi e delle nascite maschili in una popolazione.

Importante è sottolineare la seguente comparazione: per fenomeni in cui si può calcolare la probabilità ricorrendo alla concezione classica, si nota che, all'aumentare del numero delle prove, la frequenza tende generalmente ad avvicinarsi alla probabilità calcolata a priori.

Sono, infatti, di importanza storica gli esperimenti di Buffon e Pearson sul lancio di una moneta, i quali portarono i due studiosi a enunciare, per eventi in cui la probabilità può essere calcolata secondo la concezione classica, la cosiddetta legge empirica del caso: "In una serie di prove ripetute un gran numero di volte, eseguite tutte nelle stesse condizioni, la frequenza tende ad assumere valori prossimi alla probabilità dell'evento e, generalmente,

The logic of Probability: A Trip through Uncertainty

l'approssimazione è tanto maggiore quanto più grande è il numero delle prove eseguite.”

La legge empirica del caso permette di formulare la seguente definizione frequentista di probabilità per eventi ripetibili: "La probabilità di un evento è uguale alla frequenza relativa in un numero di prove ritenuto "sufficientemente elevato".

Il campo di applicazione dell'impostazione frequentista è molto vasto perché la definizione può essere applicata a fenomeni di cui si posseggano dati statistici rilevati in passato in condizioni analoghe.

In generale, tutto il campo delle assicurazioni è basato su questa concezione di probabilità. Altre notevoli applicazioni riguardano la medicina, l'economia, la meccanica quantistica e, in generale, tutte le scienze per le quali si possono utilizzare metodi statistici. In particolare, il naturalista Gregor Mendel (1822–1884), con i suoi esperimenti sullo studio della riproduzione dei piselli odorosi (*Lathyrus odoratus* L.), elaborò le prime leggi sulla trasmissione di caratteri ereditari mediante il calcolo della probabilità. Non trascurabile, per importanza ed attualità, l'applicazione delle probabilità alla gestione del rischio.

È importante osservare che la probabilità nella concezione classica è un numero determinato *a priori*, invece nell'impostazione frequentista è un numero calcolato *a posteriori* sulla base di una raccolta dati e di un'elaborazione statistica degli stessi.

Entrambi i metodi di valutazione della probabilità sono detti oggettivi, per distinguerli dalla probabilità secondo l'impostazione soggettivista.

L'impostazione *assiomatica* della probabilità venne proposta da Andrey Nikolaevich Kolmogorov nel 1933 in *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Va notato che la definizione assiomatica non è una definizione operativa e non fornisce indicazioni su come calcolare la probabilità.

Si assume che ogni evento nello spazio campionario Ω sia associato a un numero reale $P(E)$, chiamato probabilità di E . Questo numero soddisfa le tre seguenti condizioni:

- la probabilità è un numero non negativo: $P(E) \geq 0$;
- la probabilità dell'evento certo è unitaria: $P(\Omega) = 1$;
- dati due eventi A e B mutuamente esclusivi, allora $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Si osserva che, come conseguenza degli assiomi precedenti, necessariamente, $P(E) \leq 1$.

I tre assiomi introdotti da Kolmogorov sono coerenti con la definizione empirica fornita da Von Mises e con la definizione classica enunciata da Laplace.

Le impostazioni precedenti della probabilità a cui abbiamo accennato mostrano dei limiti di applicabilità come può essere mostrato considerando i seguenti quesiti.

Qual è la probabilità per un diplomato di trovare un'occupazione entro un anno?

Qual è la probabilità che la squadra di calcio X vinca il campionato?

Qual è la probabilità che entro l'anno 2018 sia scoperto un vaccino per la cura di una grave malattia?

Per eventi come quelli indicati non è possibile valutare la probabilità né secondo la concezione classica, perché non si possono determinare i casi possibili e i casi favorevoli, né secondo l'impostazione frequentista, perché *gli eventi non sono ripetibili*.

In questi casi si può dare una stima della probabilità legata allo stato di informazione secondo la seguente definizione di probabilità nell'impostazione *soggettivista*.

La probabilità $P(E)$ di un evento E è la misura del *grado di fiducia* che un individuo coerente attribuisce, in base alle proprie informazioni e alle proprie opinioni, al verificarsi dell'evento E .

Queste valutazioni di probabilità sono soggettive, ossia possono variare da individuo a individuo, ma è importante che sia rispettata la coerenza.

Per fissare il concetto di coerenza, Bruno de Finetti (1906–1985), uno dei principali attori di questa rivoluzione del pensiero, già in *'Probabilismo'* (1931), afferma in maniera provocatoria che la probabilità non esiste. Almeno non nell'accezione classica. Egli si ricollega alle scommesse e scrive: “La probabilità di un evento E , secondo l'opinione di un certo individuo, è il prezzo p che egli ritiene equo attribuire all'importo unitario esigibile al verificarsi di E .”

La probabilità è quella somma p che l'individuo è disposto a pagare per ricevere €1 nel caso che si verifichi E , ma, per coerenza, egli è disposto ad accettare la scommessa inversa, ossia ricevere p e pagare €1 al verificarsi di E .

In questa impostazione la probabilità è un numero reale compreso tra 0 e 1. Infatti se l'evento è giudicato impossibile il prezzo $p = 0$, se l'evento è giudicato certo il prezzo è $p = 1$ e negli altri casi risulta $0 < p < 1$.

Il campo di applicazione dell'impostazione soggettivista è, praticamente, illimitato; quando prendiamo una qualsiasi decisione, anche inconsciamente, attribuiamo alle varie alternative una certa probabilità. Naturalmente persone diverse, anche in possesso della stessa informazione, possono prendere decisioni diverse secondo la differente opinione di ciascuno.

3. La Statistica: dal Dato al Modello. Un Ponte tra la ‘Realtà che Percepriamo’ e la ‘Realtà che Potrebbe Essere’; il Caso del Rischio Sismico

Tra il *dato*, che rappresenta il fatto o la realtà che siamo capaci di percepire e misurare, e il *modello*, ossia la realtà come potrebbe essere nel suo insieme, fa da collegamento la statistica. Essa, infatti, lega due aspetti fondamentali che caratterizzano la conoscenza del sapere umano: l’osservazione (ovvero l’esperienza) e l’astrazione matematica (esercizio della ragione).

Nel mondo della statistica il dato e il modello si confrontano in un contesto reale, caratterizzato dalla ‘variabilità individuale’ degli elementi costituenti un *insieme* osservato (tale variabilità rappresenta le differenze tra gli elementi del *tutto* rispetto a uno o più caratteri).

Dal momento che l’oggetto della materia di studio è rappresentato dalle proprietà dell’insieme, il suo focus si sposta necessariamente verso la ricerca di ‘invarianti’, o ‘costanti caratteristiche’ (valori medi, misure di disuguaglianza, indicatori della forma distributiva, parametri di relazione tra variabili), non trascurando il fatto che ogni costante statistica rappresenta una sola proprietà dell’*insieme*: quella analizzata.

A dare la misura e il senso delle caratteristiche di un insieme è una molteplicità di indicatori, ad esempio, un valore medio si deve sempre accompagnare al grado di allontanamento dei valori mediati da esso (la variabilità). Inoltre, lo scarto tra le situazioni individuali di una popolazione e la media per essa calcolata esprime la distanza tra distribuzione reale e distribuzione modellata, così, una media aritmetica delle differenze assolute tra i singoli valori e il loro valor medio offre una misura della disuguaglianza.

Nei diversi campi del sapere, e non, è in crescendo il confronto con i metodi e il linguaggio statistico: la capacità di raffrontare la descrizione (o misura) di un fenomeno con una stima della sua attendibilità è di fondamentale importanza per il metodo con il quale, ad esempio, la scienza trae conclusioni mirate al più alto grado di affidabilità permesso, partendo dalle regolarità sperimentali.

Marco Li Calzi, ne “La matematica dell’incertezza” (2016) scrive: *“Proviamo a immaginare il mondo come una stanza chiusa a chiave e malamente illuminata, della quale cerchiamo di indovinare l’arredamento sbirciando dal buco della serratura. In fase esplorativa, ciò che intravediamo suggerisce le ipotesi di lavoro.”*

Fa capolino, ancora una volta, il concetto di incertezza che, come visto, rappresenta l'elemento distintivo tanto dell'individuo quanto della specie. Un concetto, che attraversa più Paesi, e parla lingue diverse, tutte, però, convergenti verso un termine: 'dato'.

Nella gestione dei rischi, in generale, dei rischi naturali, in particolare, a traghettarci nell'insidioso mondo dell'incertezza è il concetto di 'pericolosità'.

Prendiamo, ad esempio, il significato di 'pericolosità' nella nozione di rischio sismico.

Gli approcci di studio possono essere mirati a una *predizione deterministica* e/o a una *previsione probabilistica* dei terremoti, ossia: ad una dichiarazione deterministica per la quale un terremoto futuro accadrà (o non accadrà) in una particolare regione geografica, in una certa finestra temporale ed entro un intervallo di magnitudo, oppure ad una probabilità che tale evento accadrà.

Il primo caso rappresenta, di fatto, l'optimum teorico, ma la natura trova sempre il modo per sfuggire a leggi lineari, così, le complesse geometrie delle sorgenti sismogenetiche, la natura caotica dei processi di rottura, le variazioni in scala delle forze che agiscono sulle faglie e l'interazione di queste con ulteriori forze dovute a cause differenti, rappresentano soltanto alcuni dei fenomeni che conferiscono al metodo deterministico un carattere di difficile attuazione. Allo stato attuale, il sapere scientifico non conduce ad una predizione affidabile dei terremoti.

Qualsiasi informazione sul verificarsi di un sisma reca in sé grandi incertezze, pertanto tale informazione può essere valutata solo in termini di probabilità. Ci si affida, così, alla previsione probabilistica, la quale mira a quantificare l'informazione circa l'eventuale accadimento di terremoti futuri.

Bisognerà, dunque, partire dal dato (o esperienza) e il dato, in questo caso, altro non è che individuazione (con relativa delimitazione) delle aree a comportamento omogeneo dal punto di vista della sismicità (zone sismogenetiche); ciò sarà possibile soltanto se saranno note le distribuzioni spaziali e temporali dei terremoti (grazie all'esame dei cataloghi storici), le geometrie e le caratteristiche delle strutture geologiche (faglie) superficiali e profonde, e i movimenti recenti che queste hanno accomodato.

Ma quando entra in gioco la statistica? Essa interviene, appunto, nel concetto di 'sismicità', che rappresenta la storia sismica di un territorio.

Nel 1954 Gutenberg e Richter proposero una relazione statistica che lega il numero di eventi sismici, in un intervallo di tempo prefissato, all'intensità (o magnitudo) registrata, tale relazione è nota come legge di occorrenza o legge di Gutenberg-Richter ed è espressa come segue:

$$\log N(I) = a - bI$$

The logic of Probability: A Trip through Uncertainty

dove:

N è il numero di eventi,

I l'intensità macrosismica,

a e b rappresentano costanti dipendenti dal territorio considerato,

b, che è una caratteristica della sorgente sismogenetica, indica la pendenza della retta che rappresenta graficamente la legge.

La legge chiarisce come a frequenza maggiore si verificano eventi di bassa magnitudo, al contrario di quelli aventi un periodo di ritorno breve.

Definita la sismicità attraverso la frequenza e l'energia con cui i terremoti si verificano in una data area e attribuendo un valore di probabilità del verificarsi di un evento tellurico che superi una soglia di intensità di nostro interesse, si ottiene, seguendo il criterio di Cornell, e calcolando, quindi, gli effetti provocati in relazione alla distanza dalla sorgente, la *pericolosità sismica*.

La pericolosità è uno dei principali fattori del *rischio sismico*, definito come la misura dei danni attesi, in un intervallo di tempo, per un'area caratterizzata da una nota sismicità e da un determinato grado di resistenza delle costruzioni e di antropizzazione. O, più semplicemente, come l'esito il prodotto della combinazione tra la pericolosità, la vulnerabilità e l'esposizione.

Carl Nilsson Linnaeus (1707-1778) affermava: <<*Nomina si nescis, perit et cognitio rerum*>> (*Se non conosci i nomi, muore anche la conoscenza delle cose*), qualche anno più tardi in 'Palombella rossa' (1984) un furioso Nanni Moretti, inveendo contro un'incredula e sprovveduta giornalista, poco avvezza alla forma, urlava: <<*le parole sono importanti!*>>.

A tal proposito, si menziona di seguito un interessante intervento sulla prevenzione del rischio sismico a cura di Emanuela Guidoboni, la quale con un originale approccio al problema, si sofferma sull'analisi dell'etimo, giocando con le lingue francese, inglese e italiana, e giungendo ad una curiosa coincidenza.

Guidoboni, inizia la sua analisi osservando che il termine *Aléa sismique*, in francese, conserva il latino *ālĕa [aleā]*, *aleae*, sostantivo femminile I declinazione, *dado*. In sanscrito (chiave di volta nella comprensione delle variazioni fonetiche delle parole nelle lingue indoeuropee, in relazione alle fasi più antiche della storia d'Europa e del vicino Oriente) il termine *aksah* associa al significato di *dado* quello di *sorte*, e nel medio francese compare, infatti, *hazard* da *zahr* (f. voce arcaica), che traduce, appunto, *dado*.

Il passaggio all'inglese, dal quale paradossalmente importiamo il termine nell'uso comune, avviene in maniera naturale: *Seismic hazard* (dal medio francese).

In italiano, invece, ci si riferisce a due termini: il primo è *açardum* (di origine latino medievale), riferito al XIII secolo che traduce azzardo, qui ritorna a-

zahr, tradotto nel 1665 in azzardoso; il secondo termine di riferimento è *periculum* che si traduce in tentativo, prova oppure in rischio, pericolo.

Ed ecco che l'architettura del discorso e dell'itinerario qui proposti collassa su un dado, leitmotiv tra le righe di un diario di viaggio ancora aperto, il cui punto di arrivo della prima tappa coincide con il punto di partenza, ossia: l'angoscia di non sapere, il dubbio di una sorte assoggettata ad un dio ludopatico e la speranza che il nostro 'istinto oscuro' ci conduca ad una verosimile definizione del rapporto tra casualità e causalità.

4. Logica Fuzzy e Vaghezza

La logica fuzzy, spesso confusa con la probabilità, vuole esprimere e formalizzare tutte le frasi che non sono del tutto vere o del tutto false; Zadeh, fondatore della logica fuzzy, spiega in sintesi che "everything is a matter of degree", ponendo attenzione alle sfumature.

L'idea che porterà poi alla nascita della logica fuzzy è stata introdotta da Jan Łukasiewicz in "On determinism" che nel 1946 affermò: "I am entitled not to recognize the principle of bivalence, and to accept the view that besides truth and falsehood exist other truth-values, including at least more, the third truth-value"; proponendo di non restare ancorati alla logica classica aristotelica, ma di considerare anche quei gradi di verità che non sono assoluti. Partendo da questa idea, ha avuto origine una pletora di formalizzazioni e le idee di logiche non-standard con speculazioni pratiche e filosofiche, tutte racchiuse sotto il nome di logiche fuzzy.

Si noti che la logica fuzzy fu principalmente motivata dalla necessità di descrivere, in forma formale e computabile, le conoscenze formulate da esperti in termini vaghi, utilizzando il linguaggio naturale. Questa motivazione può essere chiarita con un esempio fornito da Kreinovich: quando si parla ad un medico, è molto probabile che non dirà "se una cisti è superiore a 7 mm di diametro e il suo colore è a 500 nm, assumere 250 mg di una medicina" ma piuttosto "se una cisti è abbastanza grande e il suo colore è rossastro, allora somministrare al paziente una piccola dose di una qualche medicina". Oggi, con la sua poliedricità di funzioni, la logica fuzzy ha ormai assunto un ruolo fondamentale e cruciale nello sviluppo dell'intelligenza artificiale ed in altre applicazioni, come ad esempio i sistemi di controllo in ingegneria, l'elaborazione di immagini, riconoscimento fisiognomico, la diagnosi medica, ottimizzazione, analisi delle politiche pubbliche, analisi di mercato e molte altre.

References

Baldi P., (1998), *Calcolo delle probabilità e statistica*, McGraw Hill Education

E. R. Caianiello, P. E. Eklund, M. Squillante, A. G. S. Ventre, (1989) *Formalism and Implementations of C-calculus*, Computational Intelligence, A. Martelli, G. Valle (Editors), Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 15- 26

Canova P., Rizzuto D., (2016), *“Fate il nostro gioco”*. Add. Ed. Torino

De Finetti B., (1931), *Probabilismo*, Libreria Editrice Franco Perrella S.A., Napoli- Città Castello

De Finetti B., (1967), *Il “saper vedere” in matematica*, Loescher

De Finetti B., (1970), *Teoria delle probabilità*, Einaudi

Li Calzi M., (2016), *“La matematica dell’incertezza”*, il Mulino Editore

Łukasewicz J, (1946), *On Determinizmie*, trad. ingl. “On Determinism”

Maldonato M., (2015), *Quando decidiamo. Siamo attori consapevoli o macchine biologiche?*, Giunti Editore

Manara C.F. (1997), *Matematica e incertezza*, Milano, KOS

Monari P., (2012), *Giochi d’azzardo e probabilità*, Editori Riuniti

Nocenzi M., (2002), *Vivere l’incertezza: sociologia, politica e cultura del rischio ambientale nelle insicurezze da inquinamento elettromagnetico*, Franco Angeli Editore

Squillante M., Fredella M. I., Vitale G., Olivieri M.G.

Rovelli C., (2014), Sette brevi lezioni di fisica, Adelphi Editore

Scozzafava R.,(2001), Incertezza e probabilità, Zanichelli

M.Squillante, A.G.S. Ventre, (1992) Generating Fuzzy Measures, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 165, 2, 550-555

Vergineo G.,(1985), Storia di Benevento e dintorni, Benevento, Gennaro Ricolo Editore

Weisse Neil A., (2008), Calcolo delle probabilità, Pearson

From Homo Habilis to Homo Rationalis through Analytic Perception and Mathematics

Domenico Lenzi ¹, Roberta Lenzi ²

¹ Department of Mathematics and Physics
Salento University of Lecce, Italy
domenico.lenzi@unisalento.it

² Gioia Mathesis Lecce, Italy
lrobi.len@gmail.com

Received on: 12-11-2016. **Accepted** on: 11-01-2017. **Published** on: 01-2-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.282



© Domenico Lenzi et al.

Abstract

Starting from the stage of “Homo habilis” man has gained - in the course of about two million years during which he has undergone a gradual evolution from the initial animal stage - its status as “Homo rationalis”. However, not all individuals are able to satisfactorily activate the skill of reasoning. It is undeniable that a fundamental step towards this activation is the development of mathematical skills, which are a common heritage of all human beings. Hence the need for more concrete and better coordinate didactic approaches, ultimately leading to the basic concepts of this discipline, which has an essential role in the acquisition of rationality.

Keywords: phylogeny, ontogeny, perception, Homo habilis

Sunto

A partire dall’Homo habilis, l’uomo ha conquistato – nel corso di circa 2 milioni di anni, in cui si è progressivamente allontanato da uno stadio

bestiale – il suo status di Homo rationalis. Però non tutti gli individui sono in grado di attivare in modo soddisfacente le abilità di ragionamento. È innegabile che una tappa fondamentale verso quest’attivazione sia costituita dallo sviluppo delle abilità matematiche, che sono patrimonio di ogni essere umano. Da ciò deriva la necessità di impostazioni didattiche più concrete e meglio coordinate, da cui far scaturire in modo comprensibile i concetti fondamentali di tale disciplina, che ha un ruolo essenziale per l’acquisizione della razionalità.

Parole chiave: filogenesi; memoria di specie; Homo sapiens sapiens; percezione

1 Introduzione

Nel corso di circa 2 milioni di anni – a partire dall’Homo habilis, prima traccia del genere umano – l’uomo ha conquistato il suo status di Homo rationalis, come a volte viene detto.

Però non tutti gli individui sono in grado di attivare in modo soddisfacente la capacità di ragionamento, che nel corso dei millenni ci ha fatto passare da una condizione vicina alla bestialità a uno stadio in cui molti credenti ravvisano una parvenza di divinità, al di là del brano biblico che vede l’uomo come immagine del Creatore: « Dio creò l’uomo a sua immagine, a immagine di Dio lo creò [...] » (Gen. 1,26-27). Un passo su cui gli esegeti si sono impegnati dando le interpretazioni più disparate, a volte fantasiose, spesso dimenticando la facoltà più eccelsa che possa caratterizzare un essere pensante: la razionalità.

Ed è innegabile che una tappa fondamentale verso questa facoltà sia costituita dallo sviluppo delle capacità matematiche di base, che sono patrimonio di ogni essere umano, ma che inizialmente affiorano in modo diverso dalla “memoria di specie” di ciascun individuo. Da ciò deriva la necessità di impostazioni didattiche più concrete e meglio coordinate, da cui far scaturire in modo comprensibile i concetti fondamentali della matematica; disciplina che – insieme a una disposizione mentale di tipo analitico – ha un ruolo fondamentale non solo come supporto per le scienze esatte, ma anche come strumento essenziale per l’acquisizione delle abilità di ragionamento.

Perciò sarebbe opportuno intervenire al più presto per dare sostegno a una naturale tendenza verso il numero tipica di ogni bambino sin dai suoi primi anni di vita. Tuttavia, il percorso filogenetico che ha riguardato la matematica è abbastanza recente rispetto agli altri che hanno interessato l’evoluzione del genere umano. Donde la necessità di approcci a questa disciplina che siano accompagnati da attività e pratiche didattiche in grado di attivare quella parte di matematica che è in ciascuno di noi sin dalla nascita. E sotto questo punto di vista, l’educazione alla percezione analitica può svolgere un ruolo

fondamentale, essendo essa – a sua volta – favorita dalla presa di coscienza delle prime proprietà aritmetiche.

2 L’Homo Mathematicus

Mentre con l’*Homo sapiens*, comparso più di 100 mila anni fa, sarebbe iniziato lo sviluppo del linguaggio orale ¹, durato circa 50 mila anni, per le capacità aritmetiche generalmente si risale all’apparizione dell’*Homo sapiens sapiens* (circa 50.000 anni fa) con interessanti reperti – quali incisioni di tacche su ossa lunghe di animali, che fanno pensare a rudimentali rappresentazioni numeriche – insieme alla comparsa del pensiero astratto e a rappresentazioni di tipo non iconico, di cui si può riconoscere il significato solo in conseguenza di ben precise convenzioni.

Però, dobbiamo far presente che recentemente l’antropologo Fiorenzo Facchini, dell’università di Bologna, ci ha segnalato – cosa pressoché ignorata dagli storici della matematica – che alcuni anni fa è stata rinvenuta in una grotta vicina alla città di Krapina (in Croazia, 50 km a nord di Zagabria) la parte anteriore di un cranio di un *H. neanderthalensis* risalente a circa 120 mila anni fa, in cui sono presenti incisioni che potrebbero essere di tipo numerico. Attualmente il reperto è conservato nel museo neanderthalensis di Krapina.

Tuttavia, ci sono studiosi che fanno risalire le prime vere attività aritmetiche all’avvento del periodo neolitico (circa diecimila anni prima di Cristo). E ciò, in qualche modo, proprio per questa sorta di “giovanilità” dell’*H. mathematicus*, fa capire perché in molti individui ci possano essere delle difficoltà nell’approccio alla matematica.

Mentre le prime abilità a comparire in un bambino si concretizzano, fin dalla nascita, nella comunicazione attraverso pianti, sorrisi e altri atteggiamenti corporei; poi, all’età di circa un anno, il bimbo si solleva sulle gambe. Invece il linguaggio orale ha un lungo percorso preparatorio di circa due anni, coerentemente col fatto che il cammino verso l’oralità è iniziato più tardi.

Gli aspetti filogenetici fugacemente tracciati sembrano dare conferma alla famosa affermazione di E. H. Haeckel “l’ontogenesi ricapitola la filogenesi” ², intendendosi con *ontogenesi* lo sviluppo di un individuo.

Le abilità fisiche ricordate precedentemente sono del tutto naturali e non

¹ Comunque, antecedentemente le caratteristiche fisiche dell’*H. sapiens* – ma anche dell’*Homo Neanderthalensis*, una specie diversa ma a suo tempo pressoché contemporanea all’*H. sapiens*, derivata anch’essa dall’*H. erectus* – avrebbero già consentito una comunicazione orale.

² A dire il vero, Ernst Heinrich Haeckel – biologo, zoologo e filosofo tedesco (1834/1919) – si riferiva soprattutto allo sviluppo embrionale.

hanno bisogno di insegnamenti diretti, poiché un bambino potrebbe sollevarsi sulle sue gambe spontaneamente; anche se ciò non è facile, dato che lo stimolo dovuto all'inserimento in una comunità umana è fondamentale. D'altro canto, anche il parlare non ha bisogno di insegnamenti specifici, anche se il vivere tra persone che parlano è essenziale.

Invece le abilità aritmetiche per essere attivate hanno bisogno di interventi particolari, che sarebbe bene mettere in atto ben prima di quanto avvenga ora. Naturalmente, non si potrà prescindere dalla strategia del “*learning by doing*” teorizzata dal pedagogista J. Dewey, secondo cui quando il bambino agisce e opera, allora capisce e impara più facilmente.

Si tratta di una metodologia didattica che ha ispirato anche la nostra Maria Montessori. E come non riconoscere in quel “by doing” il fare dell’*Homo habilis*? Un “doing” che ha consentito al nostro progenitore di generalizzare i suoi risultati, confrontarli con altri e giungere, col tempo, al pensiero astratto.

Per quanto riguarda la matematica, qualcuno potrebbe obiettare che in fondo non c'è tutta questa fretta di tediare i bambini con cose che poi impareranno facilmente. Tuttavia, pur prescindendo dalla loro ansia di imparare, sappiamo che quel “facilmente” non vale per tutti. Anzi, molti bimbi poi si trovano ad avere notevoli difficoltà.

In verità, ci sono abilità che se non vengono attivate al più presto, poi è molto difficile recuperarle. Per esempio, tutti abbiamo avuto modo di renderci conto della difficoltà di alcune popolazioni nel pronunciare la lettera *r*. Un professore cinese, che è in Italia da più di venti anni, non è in grado di emettere quella lettera; invece suo figlio, che ha imparato a parlare qui da noi, ha una *erre* formidabile. Inoltre, sono ben note le difficoltà che gli analfabeti adulti incontrano nell'imparare a leggere e a scrivere. Per non parlare di quanto sia difficile apprendere una lingua straniera dopo una certa età. Tuttavia, anche le stesse capacità di sollevarsi sulle proprie gambe e di parlare possono risultare problematiche, se non vengono attivate per tempo; come è stato accertato col ritrovamento dei cosiddetti *bambini-lupo*, che avevano trascorso la prima parte della loro vita allo stato selvaggio.

Perciò per l'avvio ai primi elementi di aritmetica non è mai troppo presto. Inoltre, il partire per tempo contribuisce a ovviare ai molti casi di discalculia – sempre più frequenti – consentendo di educare i bambini alla cosiddetta *percezione analitica*. Una facoltà che consiste nel tener conto, se necessario, di tutti gli elementi di una qualsiasi informazione/rappresentazione, senza trascurare nessuno di essi.

In tal modo si eviterebbero situazioni incresciose come quella di una bambina di 5 anni e mezzo a cui furono mostrati l'indice e il medio di una mano, chiedendo quale numero fosse così rappresentato. La piccola rispose *tre*. E avendole precisato che si trattava del *due*, quella rispose che lei il *due* lo rappresentava col pollice e l'indice.

Ebbene, la bimba aveva semplicemente completato la rappresentazione recepita sul momento – che non faceva parte del suo bagaglio di conoscenze – aggiungendo inconsciamente il dito pollice e concludendo che le era stato mostrato un *tre*, ricorrendo a un’immagine di cui aveva già avuto esperienza. In definitiva, ella si era servita della cosiddetta **percezione globale**, di cui parleremo nel prossimo paragrafo.

3 La Percezione

Spesso nel nostro modo di percepire le cose entrano in gioco situazioni evidenziate dagli studi sulla “psicologia della forma” (“gestalt”), secondo cui noi tendiamo a un’organizzazione globale di ciò che ci si presenta (percezione globale), come se quello che riceviamo volesse tratteggiare una forma, che può apparirci anche incompleta, come nelle costellazioni astronomiche che abbiamo finito col chiamare *Grande Carro* (l’Orsa Maggiore) e *Piccolo Carro* (l’Orsa Minore); poiché in tal caso si verifica un fenomeno di completamento di ciò che ci appare, che va sotto il nome di *chiusura*. Il che si contrappone a situazioni in cui si tende a ignorare dei particolari – che pure potrebbero essere importanti – nella convinzione che quelli ricevuti siano sufficienti a interpretare correttamente l’informazione che ci giunge.

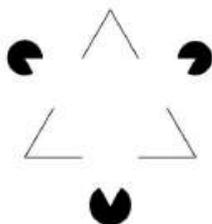


Figura 1 Esempio di chiusura



Figura 2 Esempio di chiusura

Qui sopra abbiamo due esempi di *chiusura*. Infatti, in Figura 1 sembra di vedere anche un triangolo capovolto; mentre in Figura 2, oltre alla stella, abbiamo due pezzi che percepiamo come un rettangolo allungato posto al di sotto della stella, e due frammenti che percepiamo come uno spicchio di luna situato al di sotto del rettangolo. Allo stesso tipo di fenomeno è riconducibile il fatto che si riesca a riconoscere una persona anche se ha cambiato pettinatura o ha gli occhi coperti dagli occhiali, in quanto i suoi tratti caratteristici sono rimasti immutati, onde l’alterazione di alcuni particolari risulta essere ininfluenta.

Segnaliamo, però, i pericoli che un uso acritico del fenomeno della chiusura può determinare. Infatti, se non si favorisce anche l’abilità di esaminare un messaggio in modo analitico, quando sia necessario, possono sorgere vari inconvenienti; come il fatto che il destinatario a volte è in grado di elaborare solo parte dell’informazione trasmessa, quella che riesce ad acquisire

più facilmente, tralasciando particolari che invece potrebbero essere importanti. Oppure tralasciando aspetti che, trascurati a livello cosciente, possono essere assimilati in maniera dannosa a livello inconscio, come succede nei messaggi pubblicitari.

In riferimento alla percezione globale legata alla visione – in cui sembra essere tendenzialmente prevalente – riportiamo il seguente passo (Carlino, 2013, da cui abbiamo ricavato anche le figure presentate in questo paragrafo): « Il cervello costruisce l'immagine, partendo da un dato sensoriale che è meno ricco dell'immagine. Generalmente, nell'immagine che si forma sulla retina non c'è abbastanza informazione per specificare cosa essa rappresenti del mondo circostante. In altre parole, ci sono diverse scene reali che possono produrre una determinata immagine retinica. E l'occhio è ben lungi dal poter risolvere da solo questo problema; perciò cerca aiuto dal cervello [...]. Tuttavia, nemmeno il cervello più intelligente può dare risposta al problema, poiché l'informazione retinica è insufficiente. Però esso può fare delle assunzioni sulla base di ciò che ha già appreso. [...] Perciò la percezione è influenzata cognitivamente; e ciò porta a un'opportuna elaborazione dell'immagine retinica. »

Naturalmente, in questi casi l'interpretazione di un messaggio (in particolare, di una rappresentazione) spesso finisce con l'essere del tutto soggettiva, senza riuscire a corrispondere alle intenzioni del mittente. Ciò avviene anche in relazione all'atteggiamento mentale e al contesto in cui si inserisce il messaggio ricevuto, che perciò può risultare ambiguo; come nelle figure 3 e 4.

Bruner e Minturn, 1955



Figura 3 13 oppure B ?

Jastrow, 1900



Figura 4 anatra o coniglio?

Purtroppo, la percezione globale – per certi aspetti utilissima – se non coesiste con la percezione analitica può finire con l'affievolire la capacità di ragionare. Infatti, spesso ci si limita a cogliere fuggacemente e in maniera incompleta le prime informazioni che si acquisiscono; traendo poi da esse delle conclusioni che possono risultare errate.

La predisposizione a una percezione unificante proprio perché innata, la si ritrova non solo negli adulti; ma anche nei bambini, i quali sono portati a

From Homo Abilis to Homo Rationalis through Analytic Perception and Mathematics

esaminare la natura che li circonda in modo globale (cioè, nel suo insieme, sincreticamente).

L'inclinazione dei bambini verso questo tipo di percezione – uno dei due pilastri fondamentali della conoscenza – ha indotto in alcuni studiosi l'equivoco secondo cui anche l'approccio alla lettura debba essere di tipo sincretico (*metodo globale*), presentando ogni parola nella sua interezza, come se fosse un logo, un marchio.

Il fenomeno della chiusura facilita una lettura più rapida, dovuta al fatto che essa avviene sia con piccoli salti di lettere in alcune parole, sia con piccoli salti di parole. Tale tendenza al completamento è legata a un atteggiamento di fronte a ciò che leggiamo, che – per ragioni di brevità e di minor dispendio: una sorta di riflesso innato in ogni individuo – noi cerchiamo di *catturare* nella sua interezza attraverso alcuni elementi peculiari che colpiscono più di altri la nostra attenzione; pur sapendo che le parole hanno una loro costituzione analitico/alfabetica che si realizza con un andamento grafico da sinistra verso destra. Onde siamo di fronte a una forma di unitarietà che in realtà è frutto di una sintesi che è innescata – in termini di chiusura, nel senso della psicologia della forma – da quegli elementi caratteristici.

Ma ciò può indurre a credere che la comunicazione possa avvenire sempre in modo semplificato. Il che può indurre a privilegiare forme che tendono all'immediatezza espressiva, determinando un impoverimento di quelle capacità linguistiche che sono state una molla fondamentale per il progresso umano; impoverimento e regressione verso forme di comunicazione abborracciate e approssimative, che a lungo andare potrebbero affievolire la nostra capacità di comunicare, accrescendo quella babele che spesso impedisce agli uomini di comprendersi anche quando parlano la stessa lingua.

Talora capita che il significato che le parole esprimono letteralmente sia in aperto contrasto con quello si vuol dare: "*Sei stato proprio bravo! Meriti un premio!*". Se questo è detto con voce dura e con volto accigliato, allora esprime un rimprovero e non certo un complimento. E il comprenderlo, più che essere indice di intelligenza – cosa che, a torto, spesso si è portati a pensare – è il segno che l'asprezza dei suoni rende le parole una variante del "grugnito" di lontani antenati. Per cui non conta ciò che le parole dicono, ma la durezza della voce e del viso. Ne consegue che in realtà un eccessivo uso di questo tipo di linguaggio può causare un'involuzione, una regressione sul piano dell'attività comunicativa e della razionalità. E senza un'appropriata educazione all'uso del linguaggio il rischio che si corre – come paventato da Umberto Eco una ventina di anni fa – è che un domani si giunga ad avere due classi di individui: i "nuovi padroni", che avranno piena padronanza dell'uso del computer e dei suoi linguaggi, e saranno in grado di accedere a forme di comunicazione di livello elevato; e gli altri, i nuovi schiavi videodipendenti, il cui tipo di comunicazione sarà quella degli spot televisivi, apparentemente più

snella ed espressiva, ma tipica di moderni Lucignoli e Pinocchi che si illudono di aver raggiunto il paese dei balocchi. Il che ci porterebbe fatalmente verso uno stadio evolutivo che lo stesso Eco etichetta come “Homo stupidus stupidus”.

Ma quando intervenire affinché il bambino a poco a poco comprenda l'importanza di un esame di tipo analitico delle informazioni acquisite? A nostro avviso il periodo è proprio quello della seconda infanzia – dai 2/3 anni ai 6 – in cui le capacità cognitive sono in pieno sviluppo e in maniera del tutto naturale; senza che certi aspetti del linguaggio – per altro importantissimi, ma che possono risultare deteriori, come si è cercato di far vedere, se non sono opportunamente guidati – irrompano prepotentemente, mettendo in pericolo l'educazione alla razionalità del bimbo. Parliamo di un'età in cui il linguaggio è del tipo “pane al pane e vino al vino”, senza sottintesi, retropensieri e metafore; che, del resto, per essere usati in modo adeguato, hanno bisogno di essere guidati e incanalati correttamente.

In proposito ricordiamo un bambino, Luca, che qualche anno fa era agli inizi della prima elementare. Un giorno – si era verso la fine delle lezioni e la sua classe era ormai incontenibile – la maestra si alzò minacciando: « Volete che vi mandi dal direttore? ». Luca candidamente rispose di no e l'insegnante lo espulse. Quando, all'uscita, vide la madre, il piccolo si gettò piangendo tra le sue braccia dicendo: « Io dal direttore non ci volevo andare. Perché dovevo rispondere di sì? ».

4 Aritmetica e percezione analitica: una sinergia significativa

Nella prima metà del secolo scorso fu dato particolare risalto alle ricerche di Jean Piaget (psico-pedagogista svizzero, da molti considerato il fondatore dell'epistemologia genetica). Egli è particolarmente famoso per le sue ricerche sugli stadi dello sviluppo cognitivo – da lui teorizzati e certamente degni di attenzione – che però lo hanno portato a pensare che su di essi non si possa intervenire in alcun modo. In definitiva, per il Piaget, i fattori esterni (ambiente, rapporti sociali o altro) possono favorire lo sviluppo cognitivo, ma non ne possono essere la causa.

Ora, sul fatto che quegli stadi, per altro caratterizzati da stadi intermedi, siano ciascuno essenziale per il successivo concordiamo senz'altro. Tuttavia una certa perplessità deriva dalla rigidità attribuita ai loro tempi di successione e dal fatto che si pretenda che influenze esterne (affettive, educative, didattiche ...) non possano essere determinanti da un punto di vista qualitativo, contribuendo a una più celere e significativa acquisizione di quegli stadi.

From Homo Abilis to Homo Rationalis through Analytic Perception and Mathematics

Gli atteggiamenti eccessivamente rigidi del Piaget hanno indotto molte nazioni a fissare intorno ai 6/7 l'inizio dell'obbligo scolastico, lasciando i bambini indifesi di fronte all'irruzione di forme linguistiche spesso deteriori – come quelle a cui si è accennato precedentemente – in combinazione con una percezione globale che risulta estremamente dannosa in mancanza di una percezione di tipo analitico.

In proposito, qui ricordiamo un esperimento particolarmente significativo diretto dal Piaget. Esso riguarda Simon, un bambino di cinque anni e sette mesi (lo riportiamo così come è descritto in Piaget, Szeminska (1968) p. 75). Le frasi tra virgolette e in carattere normale sono dello sperimentatore, quelle in corsivo sono di Simon.

Simon mette un fiore in ogni vaso. Si tolgono [i fiori, n. d. r.] e si mettono nel recipiente: « Sono lo stesso i fiori e i vasi? » « *No* » « Perché? » « *Sono di più i vasi* ». « Sono sufficienti i fiori per i vasi? ». « *Si* ». [poi i fiori vengono allontanati, n. d. r.] « E adesso? » « *Sono di più i fiori* » « I vasi sono sufficienti per i fiori? » « *Si* » « allora sono lo stesso? » « *No, qui ce ne sono di più* [di fiori n. d. r.] *perché sono lontani.* ».

È significativo il fatto che Simon – forse ricordando una corrispondenza del tipo *a uno a uno* concreta, che però sembra essersi dissolta – affermi che *i fiori sono sufficienti per i vasi* e che *i vasi sono sufficienti per i fiori*. Tuttavia egli dice che, nel secondo caso, di fiori *ce ne sono di più perché sono lontani*. Perciò in situazioni di questo tipo i bambini come Simon non possono essere lasciati a loro stessi, aspettando che capiscano da soli e da soli raggiungano lo stadio che gli consentirebbe di non sbagliare; ma vanno aiutati a liberarsi dalla tendenza ai confronti di tipo globale, basati su considerazioni di tipo spaziale, che sono le prime di cui essi hanno esperienza.

Quindi, con tutto il rispetto dovuto al Piaget per i suoi studi e le sue ricerche, ci sembra di poter affermare che le conclusioni a cui egli giunse sull'acquisizione del principio di conservazione delle quantità discrete³ da parte dei bambini siano state un po' semplicistiche; soprattutto per quel che riguarda la sua affermazione che prima dei 6/6,5 anni un bambino non sia in grado di recepire quel concetto.

A conforto di quanto abbiamo detto, presentiamo un caso significativo riguardante una bimba – Lea quattro anni e otto mesi – figlia di una studentessa che alcuni anni fa frequentava il corso di laurea in Scienze della Formazione primaria. La piccola sapeva enumerare bene anche oltre il venti, inoltre riconosceva le scritture delle cifre numeriche. Seguendo le indicazioni fornite dal primo autore di questo contributo nel corso di una lezione, la mamma di Lea invitò la bimba a contare cinque bicchieri di plastica, capovolgendo ognuno di essi dopo averlo contato – affinché non venisse

³ Questo principio afferma che, dato un raggruppamento di oggetti, un cambiamento di posizione di questi non ne altera la quantità.

contato più volte – ma senza variarne la posizione. Dopodiché domandò se contando di nuovo gli stessi bicchieri, ma variandone la scelta, si sarebbe avuto lo stesso numero o un numero diverso. La bambina rispose decisa che il numero non sarebbe cambiato, mostrando di aver acquisito il Principio di Indifferenza nella scelta degli oggetti da contare.

Per conferma, la mamma raccontò i bicchieri, segnando su ciascuno il numero corrispondente; dopodiché li allontanò – l'uno dagli altri – e chiese alla piccola se il numero di questi fosse rimasto lo stesso o fosse cambiato. Lea rispose che le sembrava che i bicchieri fossero più di prima; ma che, avendoli contati, risultavano uguali.

Ciò – con buona pace di Jean Piaget – induce a credere che con interventi educativi adeguati – nei quali l'aritmetica può svolgere un ruolo importante – si possa avviare il bambino alle prime forme di ragionamento e alla razionalità.

Bibliografia

Carlino M. G. (2013) La visione in riferimento alla percezione, con particolare attenzione alla percezione gestaltica, Education 2.0.

<http://www.educationduepuntozero.it/studi-e-ricerche/cio-che-conosciamo-influenza-cio-che-vediamo-4085334178.shtml>

De Mauro T. (1995). L'origine del linguaggio (un'intervista a Sara Fortuna), Rai Educational. <http://www.emsf.rai.it/articoli/articoli.asp?d=40>

Devlin K. (2008). L'istinto matematico. Ed. Mondolibri.

http://www.mondolibri.it/immagini/pdf/assaggio_770149.pdf

Facchini F. (Sett. 24, 2012) Creazione, Dio non è contro Darwin. Avvenire.

<https://www.avvenire.it/agora/pagine/creazione-dio-non-e-contro-darwin>

Lieberman D. E., Churchill S. E. (1998) Evoluzione del genere Homo. In "Frontiere della Vita", Treccani.

[http://www.treccani.it/enciclopedia/evoluzione-del-genere-homo_\(Frontiere-della-Vita\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/evoluzione-del-genere-homo_(Frontiere-della-Vita)/)

Piaget J., Szeminska A. (1968). La genesi del numero nel bambino. La nuova Italia.

The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations

Giovanni Vincenzi
Univerisità di Salerno
vincenzi@unisa.it

Received on: 22-12-2016. **Accepted** on: 09-01-2017. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.283



©Giovanni Vincenzi

Abstract

We recall a synthetic-geometric demonstration of Napoleon Theorem, which makes use of the Fermat point. Some insights on the topic related to convex Quadrilaterals will be made.

Keywords: Napoleon Theorem; convex quadrilaterals; iterated constructions.

Sunto

Si richiama una dimostrazione di tipo sintetico-geometrico del Teorema di Napoleone, che fa uso del Punto di Fermat, e si presentano alcuni approfondimenti sul tema relativi ai Quadrilateri Convessi.

Parole Chiave: Il Teorema di Napoleone; quadrilateri convessi, costruzioni iterate di poligoni.

1 Introduzione

Un famoso teorema di Geometria sintetica afferma che assegnato un qualunque triangolo ABC , i baricentri dei triangoli equilateri costruiti sui lati AB , BC , e

CA individuano i vertici di un triangolo equilatero. Questo risultato è noto come teorema di Napoleone (vedi Figura 1).

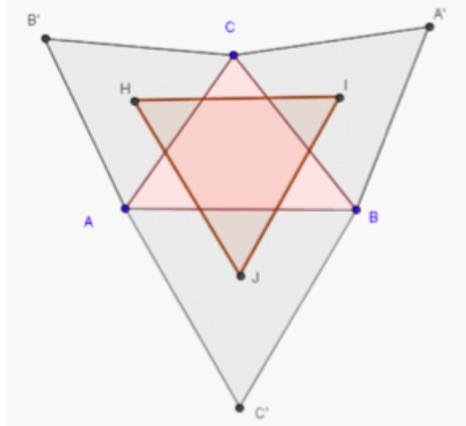


Figura 1: Configurazione del Teorema di Napoleone: Il triangolo HJI è equilatero

Lo scopo di questo articolo è quello di fornire una breve introduzione di questo teorema, ed alcuni approfondimenti relativi all'estensione del teorema al caso dei quadrilateri.

2 La configurazione di Fermat-Torricelli

In questa sezione richiameremo una nota dimostrazione del teorema di Napoleone dovuta a Torricelli, che evidenzia un forte legame tra il teorema di Napoleone e il Punto di Fermat (Figura 2).

Ricordiamo che assegnato un triangolo ABC, diremo *punto di Fermat* F , un punto la cui somma delle distanze dai vertici A, B, C è minima. Si prova come vedremo che tale punto esiste ed è unico.

Esso si può determinare costruendo un triangolo equilatero su ciascun lato del triangolo ABC, come nella Figura 1. Si dimostra che i segmenti AA' , BB' e CC' concorrono nel punto F, che risulterà univocamente determinato (Figura 3).

La più elementare dimostrazione del Teorema di Napoleone di tipo sintetico si basa su Figura 4.

Consideriamo un punto P all'interno del triangolo ABC e congiungiamolo con i vertici del triangolo. Ruotiamo il triangolo ACP intorno al vertice A di 60° in senso antiorario in modo da ottenere $AB'P$.

Congiungiamo B' con C in modo da ottenere il triangolo ACB'. Il triangolo ACB' è equilatero perchè isoscele sulla base $\overline{CB'}$ e l'angolo $C\hat{A}B' = 60^\circ$.

The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations



Il problema di Fermat
risale alla prima metà del
1600

Fu proposto da Fermat
stesso a Torricelli, il quale
lo risolse in molti modi
diversi.



Nella prima metà del 1800 il
matematico svizzero Jacob Steiner lo
ripropose fornendo anche una sua
generalizzazione.

Per questo prende anche il nome di
«*Problema di Steiner*»

Figura 2: Fermat, Torricelli e Steiner.

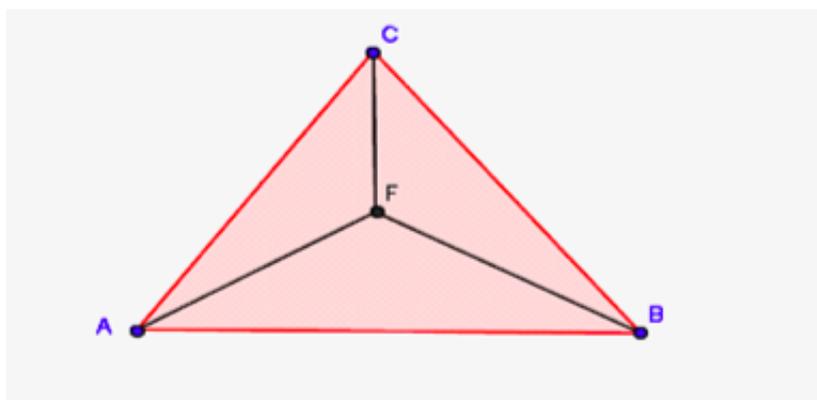


Figura 3: F punto di Fermat: la somma $AF+BF+CF$ è minima.

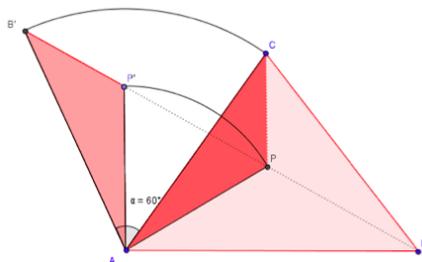


Figura 4: La configurazione di Torricelli

Il triangolo APP' è equilatero perchè isoscele sulla base $\overline{PP'}$ e l'angolo $\widehat{PAP'} = 60^\circ$. In particolare $|\overline{AP}| = |\overline{PP'}|$.

Cosideriamo la somma delle distanze di P dai vertici A, B, C . Avremo:

$$|\overline{AP}| + |\overline{BP}| + |\overline{CP}| = |\overline{PP'}| + |\overline{BP}| + |\overline{B'P'}|$$

Questa somma è minima se e solo se B', P' e P sono allineati, ovvero se e solo se $P \in \overline{PP'}$.

Per il punto di Fermat valgono le seguenti proprietà (vedi Figura 5):

Proprietà 1. I segmenti $\overline{AA'}, \overline{BB'} e \overline{CC'}$ sono uguali tra loro e tale valore è proprio uguale alla somma delle distanze del punto di Fermat dai vertici del triangolo

Proprietà 2. Gli angoli $\widehat{AFC} = \widehat{BFC} = \widehat{AFB} = 120^\circ$

Proprietà 3. Le tre circonferenze circoscritte ai triangoli equilateri costruiti sui lati del triangolo ABC , si incontrano nel punto di Fermat.

Dalle proprieà 2 e 3 segue subito (vedi figura 5) che *il triangolo di Napoleone HDG associato al triangolo ABC* è equilatero.

3 Una possibile estensione del teorema di Napoleone ai quadrilateri convessi

Ci sono in letteratura altri risultati che generalizzano il teorema di Napoleone, molti dei quali sono presentati direttamente su siti internet da vari appassionati al problema, vedi ad esempio [1–6] Evidentemente la generalizzazione più naturale del Teorema di Napoleone per i quadrilateri convessi è collegata alla soluzione del seguente problema (vedi Figura 6). Assegnato un quadrilatero Q di vertici A, B, C e D , come fatto il poligono Q' derivato di Q , i cui vertici sono i centri dei quadrati costruiti esternamente sui lati di Q ?

Osserviamo che sebbene A_1, B_1, C_1, D_1 non è un quadrato esso ha una forma più regolare rispetto a A, B, C, D .

The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations

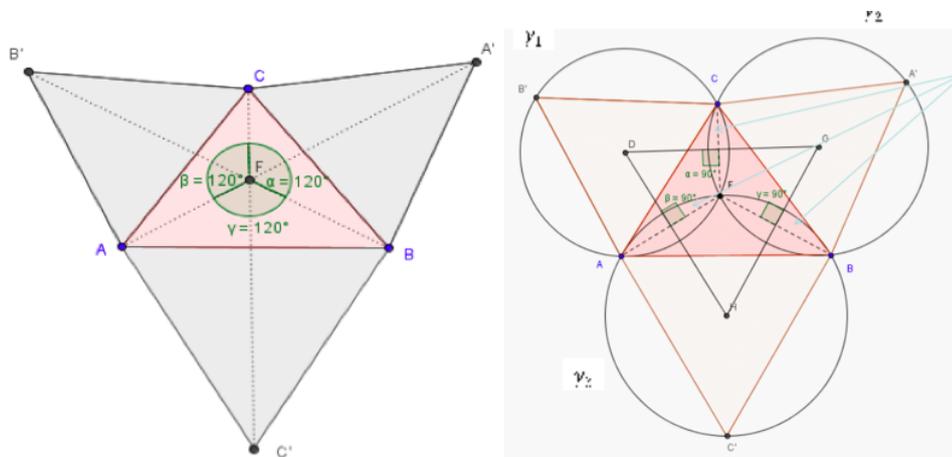


Figura 5: A sinistra le proprietà 1 e 2 del punto di Fermat.
A destra la proprietà 3: Si noti che il punto di Fermat è anche intersezione dei tre assi radicali .

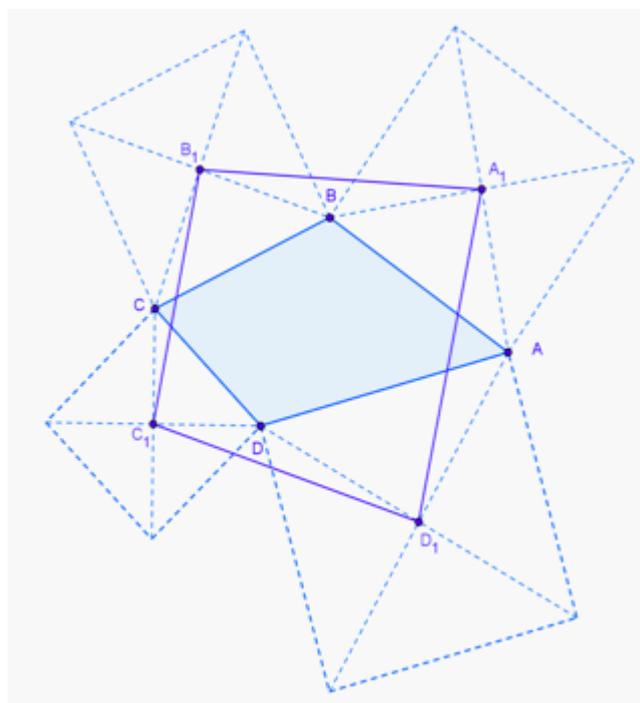


Figura 6: A_1, B_1, C_1, D_1 è il quadrilatero derivato di A, B, C, D

Osserviamo anche che se A, B, C, D non è convesso, allora due dei quadrati costruiti sui lati potrebbero coincidere. Questo non accade per i quadrilateri convessi, infatti si può verificare che se Q è un quadrilatero convesso, allora anche Q' lo è. Se non si assumono particolari ipotesi su Q , il quadrilatero Q' non è detto che sia un quadrato, quindi in generale non sussiste un teorema di Napoleone per i quadrilateri. D'altra parte se si considera un parallelogrammo $ABCD$ il suo quadrilatero derivato è un quadrato (vedi Figura 7),

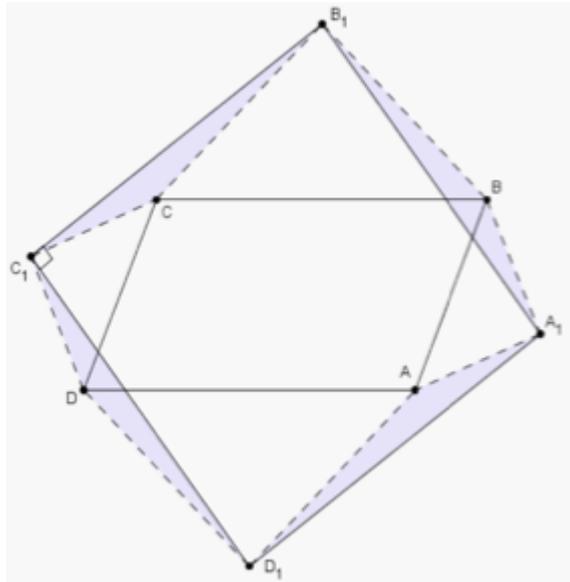


Figura 7: Se $Q = (A, B, C, D)$ è un parallelogrammo, i triangoli evidenziati sono congruenti, pertanto il derivato $Q' = (A_1, B_1, C_1, D_1)$ è un quadrato.

Sorge quindi la naturale questione:

1) Si possono caratterizzare i quadrilateri convessi che ammettono come quadrilatero derivato un quadrato?

Inoltre, assegnato un quadrilatero convesso Q , l'idea di iterare il processo, e di definire induttivamente l' n -esimo quadrilatero derivato Q^n di Q conduce ad una seconda questione:

2) La successione (Q^n) tende ad un quadrato? Ovvero: si può affermare che per interi molto grandi gli angoli e i lati del quadrilatero Q^n tendono ad essere congruenti?

Recentemente in [4] gli autori provano che le risposte ad entrambi i quesiti sono positive. In realtà si potrà constatare che la successione (Q^n) tende "rapidamente" ad un quadrato. Riportiamo di seguito gli enunciati dei Teoremi 1 e 2 di [4]

Teorema 3.1. Sia Q un quadrilatero convesso. Sono equivalenti:

- (i) Q è un parallelogrammo;
- (ii) Q^1 è un quadrato;
- (iii) Q^n è un quadrato per qualche intero positivo n .

Teorema 3.2. Sia Q un quadrilatero convesso, e sia (Q^n) la successione dei quadrilateri derivati da Q , allora Q^n tende ad un quadrato (Figura 8).

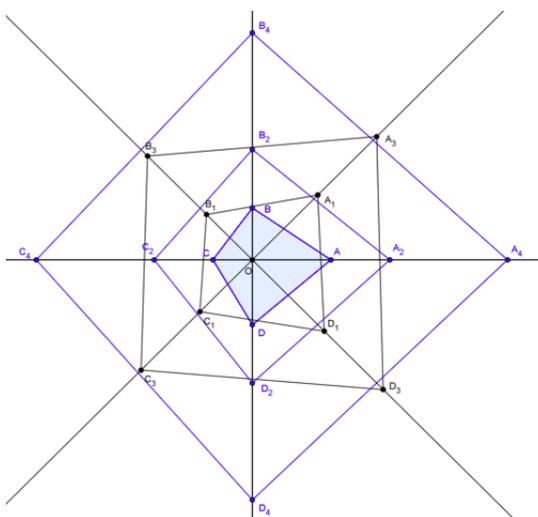


Figura 8: Costruzione dei primi quadrilateri relativi alla successione dei derivati (Q^n) .

Come ci si può aspettare se invece di un quadrilatero si considera inizialmente un poligono convesso P , come per i quadrilateri si osserva che il “derivato” di un poligono non è in generale regolare (Figura 9).

4 La z -derivazione di un poligono

Osserviamo che ogni punto del piano può essere identificato con un numero complesso (Figura 10). Questo punto di vista permette di fare ulteriori considerazioni. Sia P un poligono i cui vertici sono i numeri complessi v_0, \dots, v_{n-1} , e sia z un numero complesso. Si definisce n -agone z -derivato di P , e si denota con $P_z^{(1)}$, il poligono avente vertici

$$v_h^{(1)} = \frac{1}{2} [v_h(1+z) + v_{h+1}(1-z)] \quad \forall h \in \{0, \dots, n-1\}$$

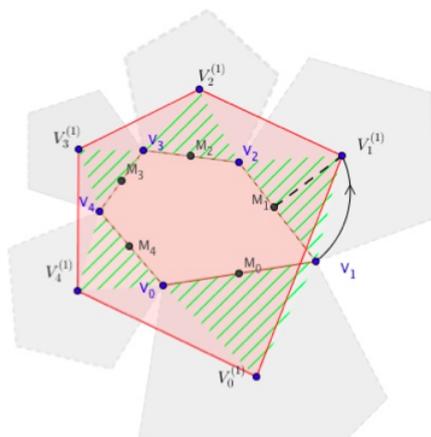


Figura 9: Configurazione di Barlotti-Gerber

dove $v_n := v_0$.

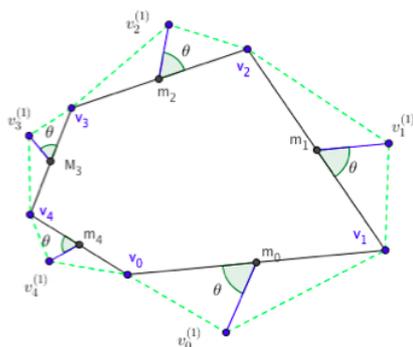


Figura 10: Il pentagono $P_z^{(1)} = (v_0^{(1)}, \dots, v_4^{(1)})$, z -derivato del pentagono $P = (v_0, \dots, v_4)$

Osserviamo che se denotiamo i vertici di un triangolo con i numeri complessi v_0, v_1 , e v_2 , si ha che i vertici dei triangoli di Napoleone possono essere espressi come segue:

$$v_h^{(1)} = \frac{1}{2} \left[v_h \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} i \right) + v_{h+1} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} i \right) \right] \quad \text{con } h = 0, 1, 2$$

Il triangolo di Napoleone è quindi un caso particolare della z -derivazione quando $z := i\sqrt{3}/3$. Questo permette di ottenere una dimostrazione algebrica quasi immediata del teorema di Napoleone (vedi [5, Theorem 3.1, Remark 3.1]).

The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations

Chiaramente partendo da un poligono P questo processo si può iterare, pervenendo ad una successione iterata di poligoni $P_z^{(1)}, P_z^{(2)}, \dots, P_z^{(k)}$. È quindi è naturale chiedersi:

1) Se z è un numero complesso e T è un triangolo, che cosa succede alla successione $(T_z^{(k)})$?

2) Se z è un numero complesso e Q è un quadrilatero, che cosa succede alla successione $(Q_z^{(k)})$?

Per quanto riguarda questi quesiti, si può dire che in generale la tendenza è che le successioni di triangoli [risp quadrilateri] ottenute sono regolari (vedi Figure 11, 12). Sebbene precise eccezioni sono state rilevate come provano i Teoremi 4.1 e 4.2.

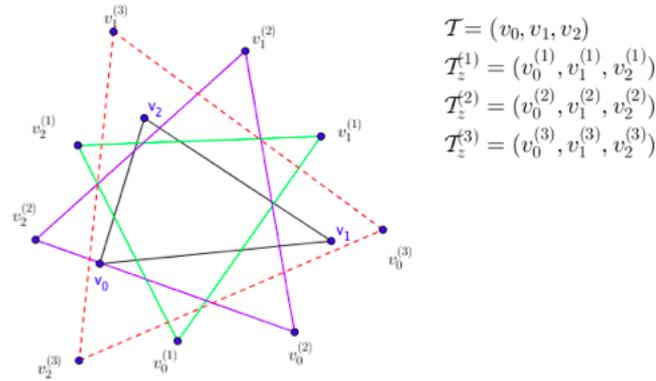


Figura 11: Descrizione della sequenza $(T_z^{(k)})$, con $z = 0.403 + i 0.728$. Si noti la rapidità con cui già al terzo derivato si approssima la forma di un triangolo equilatero

Teorema 4.1. ([5, Teorema 3.4]) Sia \mathcal{T} un triangolo e $z = x + iy \in \mathbb{C}_0^+$. Allora la sequenza $(T_z^{(k)})_{k \in \mathbb{N}}$ è regolare $\iff \mathcal{T}$ è equilatero oppure se z appartiene

alla regione del piano definita da:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}y < 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (\text{Figura 13}).$$

Teorema 4.2. ([5, Teorema 4.1]) Sia \mathcal{Q} un quadrilatero, e sia $z = x + iy \in \mathbb{C}_0^+$. La sequenza $(Q_z^{(k)})_{k \in \mathbb{N}}$ converge ad un quadrato \iff una delle seguenti condizioni è verificata (Figura 14):

1. \mathcal{Q} è un quadrato;

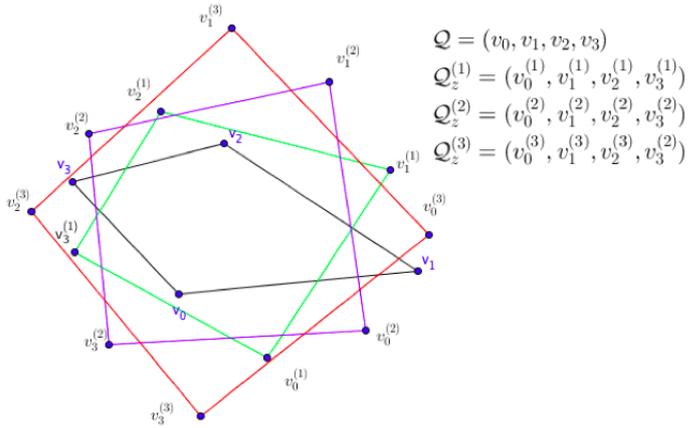


Figura 12: Descrizione della sequenza $(Q_z^{(k)})$, con $z = 0.318 + i 0.6$.

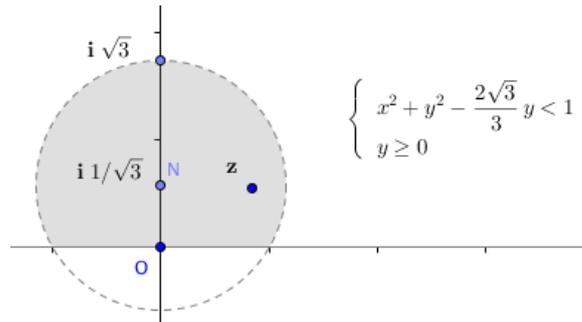


Figura 13: If z appartiene alla regione ombreggiata la sequenza $(\mathcal{T}_z^{(k)})_k$ è regolare. Il viceversa vale se \mathcal{T} non è equilatero. Notiamo che $z = i/\sqrt{3}$ - che definisce la configurazione di Torricelli - appartiene alla regione indicata.

The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations

2. Q è un parallelogramma e z giace nella regione circolare definita dalle equazioni: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2y < 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$;
3. $\|z\| < 1$ (ovvero z giace nel cerchio unitario).

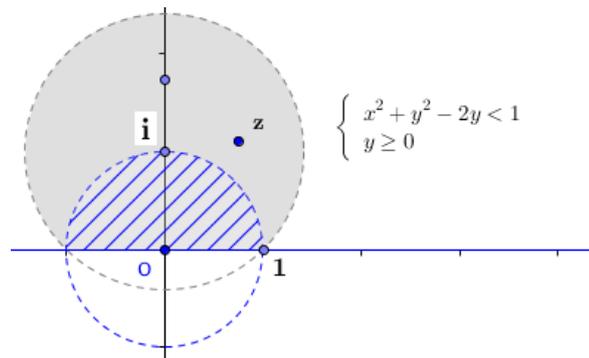


Figura 14: Se Q è un parallelogramma e z appartiene alla regione ombreggiata allora la sequenza $\left(Q_z^{(k)}\right)_k$ è regolare; l'ipotesi che Q è un parallelogramma si può eliminare se si considera z anche nel cerchio unitario (parte con le strisce).

Riferimenti bibliografici

- [1] T. Andreescu, V. Georgiev and O. Mushkarov, *Napoleon polygons*, Amer. Math. Monthly 121 (2015), 24-29.
- [2] A. Barlotti, *Intorno ad una generalizzazione di un noto teorema relativo al triangolo*, Bollettino Unione Matematica Italiana (3) 7 (1952), 182-185.
- [3] A. Barlotti, *Una proprietà degli n -agoni che si ottengono trasformando in una affinità un n - agono regolare*, Bollettino Unione Matematica Italiana (3) 10 (1955), 96-98.
- [4] S. Donisi, G. Vincenzi, G. Vitale, *Il Teorema di Napoleone per i Quadrilateri Convessi*, Archimede 3-2012 Pag. 139-144 ISSN: 0390-5543
- [5] S. Donisi, H. Martini, G. Vincenzi, G. Vitale, *Polygons derived from polygons via iterated constructions*. Electronic Journal Differential Geometry - Dynamical Systems, Vol. 18, 14 - 31 (2016).
- [6] <http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argomento/ParoleMate/Feb07/Napoleone.html>
- [7] <http://www.robertobigoni.eu/Matematica/Napoleone/Napoleone.html>
- [8] <http://www.cut-the-knot.org/proofs/napoleon.shtml>

A Basis for Socio-Economic Development? Participatory Inventories of Local Traditions

Lia Giancristofaro

Università "G. D'Annunzio", Chieti-Pescara, Italia

lia.giancristofaro@unich.it

Received on: 01-10-2016. **Accepted on:** 27-12-2016. **Published on:** 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.284



© Lia Giancristofaro

Abstract

The construction of collective identity is a plural process. This analysis seeks to consider the peculiarities of the regional context observed, namely the Abruzzi. With the increase of the free time and the individual connectivity, many new rituals are instituted to realize fictions and new expressive items that refer to the past time and corroborate the stakeholders through theatrical clothes. These commemorations of the local past time are certainly not fake, because are a popular production that is originated by the modern culture industry. Of course, these commemorations of the local past time are not even a copy, because there is not even the original, i.e. an authentic and closed culture, composed of inventoried and durable items. The inventories of traditional and popular culture should better define a vibrant culture and addressed to the local meanings. These new popular trends through appropriate training can be cultivated with responsibility and creativity to support a sustainable culture of the places, as indicated by the International Conventions for the Safeguarding of Intangible Cultural Heritage (UNESCO 2003).

Keywords: folk traditions, Intangible Cultural Heritage, local

development

Sunto

Il processo di costruzione dell'identità collettiva è plurale. Questa analisi cerca di considerare le particolarità del contesto regionale osservato, ovvero l'Abruzzo. Con l'aumento del tempo libero e della connettività individuale, si sono creati nuovi spazi espressivi che realizzano finzioni rituali riferite al passato e si basano sull'uso di costumi di scena. Queste rievocazioni non sono certo contraffazioni messe in circolo dalla moderna industria culturale: non esiste una copia, perché non esiste neppure l'originale, cioè una cultura autentica e chiusa, composta di elementi inventariabili e conservabili per sempre. Gli inventari della cultura tradizionale e popolare, infatti, definiscono una cultura viva e rivolta allo sviluppo locale. Le nuove tendenze dell'espressività popolare, attraverso idonei interventi di formazione, possono essere indotte all'uso più responsabile e creativo delle risorse locali e a sostenere una auspicabile cultura dei luoghi, come indicato dalle Convenzioni Internazionali per la Salvaguardia del Patrimonio Culturale Immateriale (UNESCO 2003).

Parole Chiave: tradizioni popolari, Patrimonio Culturale Intangibile, sviluppo locale

1. L'intreccio delle tradizioni con la cultura di massa

La tradizione – cioè l'insieme dei costumi e delle memorie di una comunità – è un'invenzione della modernità¹. Le rivoluzioni industriali, le migrazioni e il boom economico della seconda metà del Novecento hanno stimolato rapidi cambiamenti sociali e lo sviluppo delle azioni di *rievocazione del tempo passato*, la quale è una operazione di selezione di ciò che, del passato, si vuole conservare e consegnare al futuro. La patrimonializzazione delle tradizioni che consideriamo valide può attuarsi in modi diversi, che vanno dalla costituzione di musei e archivi della memoria fino alle rappresentazioni festive e di carattere storico.

Nell'ambito della patrimonializzazione, emerge però che la rievocazione del passato si esprime solo marginalmente attraverso la museografia e le iniziative di collezione archivistica, perché un'analisi logica

¹ Cfr. L'opera decostruzionista del concetto di tradizione, ovvero Eric Hobsbawn, Terence Ranger, *The Invention of Tradition*; il flusso retorico e soggettivista delle tradizioni viene analizzato anche da Anthony Giddens, *Il mondo che cambia. Come la globalizzazione ridisegna la nostra vita*, 55-56, e da Clifford Geertz, *Mondo globale, mondi locali*, 13-31.

A Basis for Socio-Economic Development? Participatory Inventories of Local Traditions

del passato implica impegno personale, interpretazione e riflessione. Inoltre tale attività, essendo razionale e filologica, porta a considerare anche gli aspetti negativi del passato, come la povertà, la subalternità politica, lo sfruttamento dei contadini, le precarie condizioni igieniche, al fine di razionalizzare le debolezze e elaborare un progetto territoriale di sviluppo e civilizzazione. Perciò, nel folklore contemporaneo vengono attuati percorsi di patrimonializzazione che sono prevalentemente analogici, cioè irrazionali, rassicuranti, semplici, finalizzati all'evasione, al divertimento, al gioco, alla riproduzione delle subalternità e delle credenze popolari. Insomma, il passato viene selezionato e rievocato in modo diretto e immediato, cioè tramite l'aspetto visuale e scenografico che si materializza attraverso l'invenzione di spettacoli dalle caratteristiche estetiche: la musica e la scenografia accompagnano il travestimento degli attori popolari che si muovono negli spazi in modo coordinato e ritmato, incantando gli spettatori e la comunità.

La società contemporanea ha sacrificato molte delle sue possibilità di sviluppo, crescita e consapevolezza esistenziale perché le comunità hanno attuato – e tuttora attuano – un irresponsabile e irrazionale *consumo della tradizione*, accontentandosi di una visione superficiale del loro passato e sacrificando il livello critico e costruttivo dell'esperienza. Per esempio, nelle rievocazioni storiche nobiliari o agro-pastorali, il travestimento dei partecipanti acquisterebbe un valore positivo qualora esprimesse una sovversione positiva, rituale e liberatoria. Invece, nello stato attuale delle cose, il travestimento artistico sembra veicolare una visione egemonica ed identitaria in senso auto-apologetico, esclusivista, conservativo, gerarchico e istituzionalizzato. Si pensi al fatto che, nelle parate a tema storico, sfilano solo *personaggi rappresentativi* di una società fittizia: marchesi, conti, podestà, senatori romani o ricchi contadini borbonici con le loro mogli cariche di trine e gioielli tradizionali. Mancano invece gli artigiani, i braccianti, i pastori transumanti, gli acquaioli, i cardalana, i cenciaioli, i merciaioli e tutti quegli ambulanti che percorrevano le strade dei paesi e offrivano un triplice servizio: vendevano, acquistavano e scambiavano. Le attività esercitate da queste figure contribuivano a fare di quella società una realtà locale che ha perso la sua integrità, la sua coesione e la sua eco-compatibilità nel momento in cui si è rivolta in modo indiscriminato a modelli di sviluppo insostenibili nel lungo periodo e non commisurati ai bisogni del territorio.

Non è casuale che, a partire dalla seconda metà del Novecento, le rievocazioni storiche celebrative ed estetizzanti abbiano avuto massima attuazione nelle aree più periferiche dell'Italia, che in tal modo hanno segnalato il loro spaesamento e il conseguente bisogno di compensazione economica, morale e progettuale. In definitiva, attraverso lo spettacolo popolare della *rievocazione del passato*, le comunità marginali hanno cercato

di riscattarsi dalla loro subalternità rispetto ai vortici metropolitani². Tuttavia, rivendicare un ruolo economico e morale nel panorama globale tramite gli strumenti effimeri di un'esibizione rituale non consente di uscire dalle trappole di un'identità in crisi. Il rischio maggiore, allo stato attuale, è quello di chiudere la propria testa nel proprio borgo muovendo i propri passi nel mondo globale, insomma usare gli strumenti e le tecnologie della globalizzazione in modo chiuso e auto-referenziale. È, questa, la strada dell'eccesso di identità, che porta al tradizionalismo, alla chiusura, all'incapacità di negoziare il proprio ruolo con la complessità culturale e con la storia³. Sarebbe molto più logico e produttivo, invece, aprire la propria prospettiva al mondo globale, usando nel proprio borgo e secondo gli stili del proprio borgo, gli strumenti e le tecnologie della globalizzazione al fine di realizzare uno sviluppo civile locale, come sintetizza il seguente schema sinottico.

Rievocazione del passato	
Con finalità etnocentrica e svalutativa della altre culture	Con finalità negoziale e di intesa con le altre culture
Porta a vivere con la testa nel luogo facendo azioni rivolte al mondo	Porta a vivere con la testa nel mondo facendo azioni rivolte al luogo
Risultato: la comunità si chiude in se stessa, nell'autoreferenzialità e nella mancanza di progettualità	Risultato: la comunità apre al mondo la sua creatività culturale, la sua progettualità economica, la sua crescita sostenibile

Tabella. 1

La chiusura culturale e la mancanza di progettualità sono evidenti nel caso delle comunità che, intrappolate nelle retoriche etnocentriche – spesso sdoganate come richiamo turistico – hanno lasciato che il proprio paesaggio precipitasse nel degrado ambientale ed estetico. In molti paesi e piccole città, nel giorno della *sagra* o della *parata* storica ormai istituzionale, basta uscire dalla scenografia festiva del *centro storico* – che negli ultimi decenni si è desertificato e vive solo in queste occasioni – per essere colpiti dalla cementificazione e dal degrado delle periferie urbane. Gli orti, i campi coltivati, i pascoli e i boschi che neppure cinquant'anni or sono circondavano

² Cfr. il mio *Cortei storici nell'Abruzzo globalizzato*, 69-73, che analizza il flusso dei modelli culturali alti e bassi, tra l'interno e l'esterno, nell'ambito delle cittadine della provincia abruzzese.

³ L'identità è una costruzione fittizia, inventata e, per di più, mistificata come sovra-storica e sovratemporale. Spesso la rivendicazione di un'identità forte, che assume significato nello scontro oppositivo con l'alterità, è funzionale per l'attivazione di meccanismi di violenza nei confronti di tutto ciò che è diverso, dinamico e creativo. Cfr. Francesco Remotti, *Contro l'identità*, e Clifford Geertz, 79-101.

questi paesi sono stati tragicamente sostituiti da stradoni assoluti, centri commerciali in dismissione, enormi parcheggi spesso vuoti, quartieri dormitorio, interporti mai funzionati, svincoli, varianti urbane, distese di villette a schiera e capannoni industriali ora inutilizzati, perché finalizzati a captare i finanziamenti di uno sviluppo industriale e commerciale che, evidentemente, poggiava su fragili basi socio-economiche, dunque non poteva essere duraturo. Il degrado del paesaggio urbano e peri-urbano esprime la fragilità culturale di aree che, nelle alterne vicende del boom economico (anni 1960-2007) e nell'utopia della crescita infinita, si sono rivelate poco capaci di elaborare una programmazione territoriale: questo è imputabile non solo all'inadeguatezza della classe dirigente, ma anche all'incapacità collettiva di progettare un futuro sostenibile.

In tal senso, è infruttuoso che l'asse portante di questi paesi oggi duramente colpiti dalla marginalità culturale ed economica sia stato individuato nella rievocazione scenografica del passato: il travestimento estivo degli attori sociali a fini turistici e attrattivi rischia di essere finalizzato a compensare, tramite l'immaginazione e la reinvenzione, la crisi del territorio, l'emigrazione delle forze giovani, l'inversione demografica, la mancanza di una progettualità socio-economica, la lacunosità di una produzione locale, che non è del tutto artigianale né soddisfa lo standard della produzione industriale. Il problema è che queste nuove usanze festive, ideate dall'alto e somministrate alla popolazione, si sono popolarizzate e tradizionalizzate per l'osmosi tra culture egemoni e culture subalterne⁴. Insomma, nuove generazioni di abitanti sono cresciute tra sagre e parate in costume storico, e la cittadinanza si è convinta che le rievocazioni del passato, a cui viene erroneamente attribuita una ripetitività millenaria o plurisecolare, siano le principali tradizioni del territorio. Intere generazioni si sono formate nell'artificio politico di tradizioni locali e nuove, il cui rischio maggiore è la mancanza di creatività, la carenza di aperture relazionali e l'assenza di elementi funzionali al rinnovamento e allo sviluppo sostenibile.

2. Il Patrimonio Culturale Intangibile come cantiere di una società equa e sostenibile

Nell'Abruzzo contemporaneo, stante la storica frammentazione culturale ed economica in decine di aree cittadine, la sagra e la parata popolare

⁴ Cfr. le riflessioni fondamentali di Antonio Gramsci, pubblicate postume come *Osservazioni sul folklore*, fecondamente rielaborate da Alberto M. Cirese nella sua opera *Cultura egemonica e culture subalterne*.

in costume storico oggi sono la principale attività di promozione. Ogni piccolo comprensorio regionale si è dotato di un passato storico da valorizzare e attualizzare nel prestigio illusorio della circolazione europea, nonostante la diffusione di queste retoriche sia riscontrabile in quasi tutti i comprensori periferici di Polonia, Spagna, Germania, Francia, Norvegia e nella miriade dei piccoli paesi dell'Est. Dunque, tale attività è proficua non tanto per i turisti, quanto per gli abitanti dei luoghi, che in questa maniera compensano i loro bisogni identitari confidando, nella contestuale crisi industriale e commerciale, nella programmazione di un futuro nell'industria del turismo. Insomma, i campanili abruzzesi sono focalizzati nella annuale realizzazione – con copiosi investimenti in termini materiali e morali – di nuove tradizioni che sono parallele e tra loro scollegate, nonostante la buona volontà dei docenti di storia che cercano di indirizzare questi eventi a scopo pedagogico nelle scuole locali. Il lato più critico della situazione è finanziario. Pur fondandosi sul volontariato locale, e pur essendo finalizzate a esaurirsi in uno spettacolo di animazione dei centri storici che dura poche ore ogni anno, le sagre e le parate in costume hanno risucchiato investimenti per milioni di euro. Nonostante ciò, l'asse portante dell'economia continua a spostarsi verso le aree metropolitane industriali e commerciali, come se queste iniziative festive avessero stimolato ben poco la produzione artigianale locale, le operazioni edilizie di ristrutturazione delle abitazioni storiche, il commercio nei piccoli centri urbani e la vitalità dei quartieri storici, in gran parte abbandonati.

Nel corso degli ultimi cinquant'anni, sul fragile terreno dei saperi tradizionali si sono poggiati pesanti interventi dall'alto che, essendo istituzionali, estetizzanti e privi di cautele metodologiche, oggi imprigionano l'immagine dell'Abruzzo nella retorica purista e oltranzista di un'etnicità festiva e di facciata che è stata imposta – o suggerita – dal ceto dirigente per garantire la riconoscibilità del territorio nel palcoscenico globale e, nel frattempo, per distrarre gli abitanti dai problemi reali del territorio: la perdita della creatività produttiva, la fuga dai paesi montani, il consumo del suolo, il sottodimensionamento dei giovani qualificati, la fragilità dell'industria, le politiche clientelari del ceto dirigente. Il rischio è che la cittadinanza, rassicurata dall'ostentazione di una cura effimera per le tradizioni locali e per l'ambiente, sacrifichi ulteriormente la conservazione creativa del paesaggio culturale e ogni ipotetico – ma realizzabile – piano di sviluppo sostenibile. Al contrario, i pochi interventi che sono stati effettuati dai professionisti della demo-etno-antropologia erano diretti a promuovere la consapevolezza delle comunità di eredità e, per questo, sono stati condotti come inventariazioni partecipative, cioè processi di auto-riconoscimento delle tradizioni, dal basso verso l'alto, con l'obiettivo di far maturare presso le comunità stesse il senso di responsabilità verso il patrimonio culturale, nello spirito della Convenzione

A Basis for Socio-Economic Development? Participatory Inventories of Local Traditions

UNESCO del 2003⁵. D'altronde, il folklore si embrica nella dimensione umana più profonda, quella del credere, dunque è una religione popolare da analizzare scientificamente al fine di comprendere orizzonti di senso che si caricano di valori come la resilienza e la fiducia⁶. Trattandosi di beni culturali immateriali e volatili, gli esperti accreditati per l'individuazione, la salvaguardia e l'eventuale catalogazione sarebbero gli antropologi culturali, i quali seguono un codice deontologico ben preciso, frutto di una lunga negoziazione disciplinare con le stesse comunità osservate e monitorate. Nella frammentata fluidità del tempo presente, compito dell'antropologo è cogliere – analizzando il *tempo rievocato* come postura attraverso cui gli attori sociali ricostruiscono il proprio passato per pensarsi nel presente – gli aspetti più intimi delle culture locali, spesso contaminate e spurie, soggette a una costante negoziazione di significato tra la necessità di orientamento della cittadinanza e le politiche egemoniche di manipolazione e consumo del patrimonio culturale. Ciononostante, la Pubblica Amministrazione spesso ha finanziato iniziative di comodo, volte ad avvalorare le tradizioni come *antiche*, al fine di accrescerne il prestigio. Il risultato è che gli operatori meno competenti hanno intrapreso la strada purista, certificando l'autenticità delle tradizioni e inventando un loro statuto, con effetti di mummificazione retorica di aspetti culturali che, costruiti ed esaltati attraverso la lente deformante dell'approssimazione, non hanno ottenuto grandi riscontri presso circuiti economici e turistici più ampi. Per questo, i demo-etno-antropologi da tempo consigliano alla Pubblica Amministrazione un intervento strategico e coordinato sul Patrimonio Culturale Intangibile, da attuare attraverso il riconoscimento degli stili culturali in leggi regionali che prevedano un sistema di premialità per le associazioni culturali in grado di realizzare, tramite le loro manifestazioni, uno sviluppo sostenibile ed inclusivo⁷. Un simile lavoro avrebbe ricadute sociali ed

⁵ La *Convenzione per la Salvaguardia del Patrimonio Culturale Immateriale* intende salvaguardare gli elementi e le espressioni del Patrimonio Culturale Immateriale; promuovere (a livello locale, nazionale e internazionale) la consapevolezza del loro valore in quanto componenti vitali delle culture tradizionali; assicurare che tale valore sia reciprocamente apprezzato dalle diverse comunità; incoraggiare le relative attività di cooperazione e sostegno su scala internazionale. Approvata nel 2003 dalla Conferenza Generale dell'UNESCO; entrò in vigore nel 2006 e venne ratificata dall'Italia nel 2007.

⁶ Ernesto De Martino, *Sud e magia*, e Alfonso M. Di Nola, *Aspetti magico-religiosi di una cultura subalterna italiana*, evidenziarono il funzionamento sociale della magia nel Centro-Sud, simile ad una agenzia di socializzazione e rassicurazione di fronte alle inevitabili crisi esistenziali.

⁷ In vari articoli, *Riconoscimento UNESCO e marketing territoriale. L'Abruzzo e il suo capitale nascosto visti dall'expertise*, 21-27, e *Economia della cultura o cultura per l'economia? Spunti critici per una programmazione regionale*, 180-188, mi sono

anche economiche, sollecitando la creatività e l'innovazione tecnologica. Si tratta di una prospettiva metodologicamente avanzata e già sperimentata soprattutto in Nordeuropa. Gli antropologi culturali sostengono questa strategia dal 1968, anno in cui Alberto Mario Cirese, nativo di Avezzano, pubblicò *I musei del mondo popolare: collezioni o centri propulsori della ricerca?*, riposizionando il concetto di *memoria* in un metalinguaggio attraverso il quale parlano i fatti empirici del territorio⁸. La categoria introdotta da Cirese, appunto, ha trovato la sua massima valorizzazione in seno alle normative dell'UNESCO, in particolare sotto la categoria giuridica di *bene immateriale* oppure *intangibile*. La tutela, insomma, andrebbe rivolta non solo ai beni materiali e alle attività espressive e cerimoniali (le feste, i canti), ma a tutte le produzioni alimentari, artigianali e creative, puntualizzando che il prodotto/sapere *tipico* non è ciò che è fedele al passato, vale a dire l'autentico, ma qualcosa che può essere riconosciuto solo adottando la nozione di *stile* quale chiave di identificazione dei modi di produzione e consumo del bene. Questa nuova maniera di intendere le tradizioni locali come cultura, e la cultura in chiave socio-economica, rivaluterebbe, nel suo complesso, la produzione locale, dunque il *made in Abruzzo*, a fini industriali, artigianali e turistici. Dato che i beni culturali locali rappresentano uno stile locale aperto all'esplorazione e rivolto verso il futuro, la connessione di due tutele in una, ovvero quella verso la cultura e quella verso la creatività, opererebbe attraverso una simile ristrutturazione della promozione/tutela esercitata da parte della Pubblica Amministrazione, come sintetizza lo specchio sinottico in tabella 2.

Il punto da cui partire per una individuazione e valorizzazione degli stili locali, dunque, è l'inventario del Patrimonio Culturale Intangibile, che è un grande catalogo di pratiche vive documentate dagli studiosi e dalle comunità mobilitando le competenze locali di ricerca, progettazione e partecipazione⁹. In

occupata della programmazione di interventi regionali rivolti allo sviluppo sostenibile.

⁸ Per la ricostruzione delle elaborazioni teoriche di Alberto Mario Cirese negli anni Sessanta e Settanta (un periodo di radicali cambiamenti socio-culturali che diede vita ad una delle stagioni più floride per le scienze demo-etno-antropologiche italiane), cfr. Pietro Clemente, *Museografia e comunicazione di massa*.

⁹ Antonio A. Arantes, consulente Unesco per l'applicazione della Convenzione del 2003, rimarca l'insufficienza degli inventari della tradizione nei processi di salvaguardia del Patrimonio Culturale Intangibile, cfr. *Limits, Uses and Implications of Intangible Cultural Heritage Inventories*; per l'applicazione della Convenzione UNESCO 2003 e la Convenzione di FARO, cfr. Tullio Scovazzi, Benedetta Ubertazzi, Lauso Zagato ed il loro importante lavoro su *Il patrimonio culturale intangibile nelle sue diverse dimensioni*.

A Basis for Socio-Economic Development? Participatory Inventories of Local Traditions

Abruzzo, le recenti iniziative di SIMBDEA¹⁰, cui si è aggiunta la visita di uno dei padri fondatori della Convenzione UNESCO del 2003¹¹, hanno permesso di coinvolgere gli specialisti e le comunità di eredità (in particolare quella di Cocullo, AQ) in una valutazione riflessiva dell'attuale condizione dell'inventariazione del Patrimonio Culturale Intangibile, agevolando la presa di coscienza di elementi evidenziati e discussi in seno alla comunità scientifica regionale.

Attività culturali e ricreative	
Attività culturali locali, prototipali o non industriali (potenzialmente protette da copyright)	Patrimonio (siti archeologici, musei, biblioteche, archivi)
	Arti visive (artigianato, fotografia, pittura, scultura)
	Arti dello spettacolo (teatro, danza, festival)
Attività culturali industriali destinate alla fruizione di massa (già protette da copyright)	Editoria, televisione, radio, cinematografia, documentaristica
	Musica registrata o dal vivo
Attività creative locali, prototipali industriali (potenzialmente protette da copyright oppure già protette da marchio o copyright)	Design, architettura, grafica, nuove tecnologie della comunicazione

Tabella. 2

Il punto di forza dell'Abruzzo sarebbe l'eredità culturale individuata dai demo-etno-antropologi nella religione popolare del mondo agro-pastorale-

¹⁰ Il seminario gratuito FOR ICH 2013 (Cocullo 5/6 ottobre 2013), patrocinato da due ONG accreditate UNESCO per l'applicazione della Convenzione del 2003 (SIMBDEA, UNPLI) e sollecitato dal MiBACT, è stato realizzato grazie alla volontà di formare l'opinione pubblica sul Patrimonio Culturale Intangibile e di dare vita, a Cocullo, ad un progetto pilota di inventario partecipativo secondo la Convenzione UNESCO 2003.

¹¹ Antonio Arantes, professore di Antropologia Culturale in Brasile e consulente UNESCO, dietro iniziativa della SIMBDEA ha tenuto seminari (17-21 gennaio 2013) in Abruzzo per divulgare lo spirito della Convenzione UNESCO del 2003, cioè l'inventariazione partecipativa come cantiere di società equa e sostenibile.

marinaro e in una peculiare e salvifica visione del mondo, che viene espressa negli stili e nelle pratiche non solo festive, ma soprattutto quotidiane. Per comprendere questa visione del mondo bisogna distinguere tra il piano dei rapporti reali e il piano delle rappresentazioni ideologiche, considerando la storia reale come risultato di un'azione e pressione delle ideologie precedenti; in Abruzzo, dunque, il mondo delle ideologie è, nel suo complesso, più arretrato rispetto ai rapporti tecnici di produzione, e produce un contesto mitico-rituale fantasioso e sopra le righe, come dimostra il rituale di S. Domenico abate a Cocullo (Aq)¹². Si tratta di un rituale religioso che fino agli ultimi decenni del Novecento era visto come un retaggio imbarazzante a causa dell'usanza di manipolare serpenti vivi non velenosi e di apporli sulla statua del Santo. L'usanza, nel corso dei decenni e del conseguente mutamento nelle espressioni del culto, conobbe esiti variabili: si andò dall'apposizione delle serpi sull'altare, registrata fino agli anni 1950, all'uccisione degli animali dopo la processione, fino alla liberazione rituale nei punti esatti della cattura con l'attuale censimento veterinario in seno al progetto di tutela delle specie locali. Su queste basi, 13 paesi appenninici della devozione a S. Domenico abate, con capofila Cocullo, hanno cominciato ad organizzarsi in cluster di attività eque e sostenibili, che vanno dalla panificazione all'agricoltura biologica, al fine di ridare vita ad un comprensorio ricco di risorse, malgrado duramente penalizzato dai terremoti. L'obiettivo del sistema integrato costituisce in nome del Santo locale sarebbe l'iscrizione di questa particolare cultura locale nella Lista UNESCO del Patrimonio Immateriale a rischio.

Nonostante i processi socio-culturali ed economici che nel corso del Novecento hanno secolarizzato la cultura regionale, nelle micro-comunità abruzzesi sono rimasti in circolazione alcuni comportamenti religiosi delle *società integrate* e tendenzialmente egualitaristiche, dove si presenta con chiarezza quella totalità dell'essere nel mondo e quel rispetto profondo per la natura e le persone. Si tratta di *frammenti indigesti* della precedente cultura magico-religiosa che, in modo marginale, sono quotidianamente rimessi in circolo nel mondo industriale e post-industriale; questi frammenti si esprimono in modo autonomo non solo negli eventi festivi e religiosi locali, ma soprattutto nella quotidianità: mi riferisco alle economie informali, alla capacità di mediazione e riconciliazione, al ruolo collante della donna, alla struttura ampia della famiglia, ai rapporti di vicinato, all'uso parsimonioso e quasi religioso delle risorse economiche, al riciclo degli oggetti, agli stili etnomusicali ed etno-coreutici, alla cura generosa e creativa per l'abitato,

¹² Alfonso M. Di Nola, tramite la sua campagna di ricerca etnografica, i cui risultati sono contenuti nel testo fondamentale *Aspetti magico-religiosi di una cultura subalterna italiana*, fu un antesignano del metodo di inventariazione partecipativa delle tradizioni locali, finalizzando la sua campagna di ricerca non al suo profitto scientifico, ma all'interesse e alla crescita della popolazione osservata.

l'ambiente e le relazioni interpersonali. Per uno sviluppo sostenibile regionale visibile nel livello globale sono questi, a mio avviso, gli elementi culturali da riconoscere, salvaguardare e valorizzare per trasformare la memoria del passato in sviluppo inclusivo e sostenibile.

3. Conclusioni e prospettive per una politica culturale di sviluppo locale

In assenza di politiche culturali serie e di lungo periodo, il discorso istituzionale sull'eredità viva e la relativa attuazione dei processi di salvaguardia restano al momento carenti, se non viziati dalla tendenza al conformismo e all'improvvisazione. Il rischio è che, anche in Abruzzo, prenda il sopravvento il concetto di *cultura come mercato*, soprattutto perché si continua a chiamare in tal modo la strana convergenza tra notabili e clienti, consolidata da una forma di assistenzialismo che non produce competizione di idee, né lavoro produttivo. Dunque, è necessario pianificare politiche culturali finalizzate allo sviluppo, ed educare le comunità patrimoniali ad identificare la tradizione nelle proprie capacità costruttive, cooperative e progettuali, superando l'attuale tendenza all'esclusivismo e alla imbalsamazione dell'elemento folklorico in forme puriste, oltranziste e non rinnovabili. Bisogna educare le comunità a salvaguardare il Patrimonio Culturale Intangibile tramite la rielaborazione creativa, indirizzando le usanze locali verso la sostenibilità, la sensibilità alle politiche di genere e il superamento delle asimmetrie. È solo sulla base di queste caratteristiche che un patrimonio culturale intangibile può diventare un vettore di sostenibilità, sviluppo, pacificazione e mediazione¹³. La revisione critica delle modalità di lavoro intorno a questa *sezione speciale* del patrimonio culturale implica un accrescimento di responsabilità per le comunità di eredità, per le istituzioni e i soggetti, che sono chiamati a collaborare per costruire uno sviluppo creativo a partire dagli stili di vita sostenibili che storicamente si sono manifestati nei territori di interesse. Dunque, il senso della salvaguardia dei beni intangibili è vitale, come pure è vitale il metodo della loro salvaguardia: trattandosi di beni vivi e volatili, la loro trasmissione poggia sulla rielaborazione che, conservando la memoria della sostenibilità e della socializzazione locale, ne rinnova la forma e il contenuto. Il lavoro di salvaguardia dell'eredità viva è,

¹³ Come suggerisce Arantes, gli inventari della tradizione non dovrebbero essere usati per un mero ed inconsapevole rifacimento delle tradizioni nel presente, ma per sommare i beni culturali del passato alle consapevolezze culturali ed ai nuovi strumenti cognitivi, in modo da creare quel plus-valore detto Patrimonio Culturale Intangibile, cfr. *Limits, Uses and Implications of Intangible Cultural Heritage Inventories*.

insomma, una progettazione concertata dello sviluppo locale, secondo il concetto anticipato da Cirese nel 1968.

Bibliografia

- Arantes, A. (2009). *Limits, Uses and Implications of Intangible Cultural Heritage Inventories*, in Kono T. (ed.), *Intangible Cultural Heritage and Intellectual property*. Cambridge: Intersentia.
- Cirese, A. M. (1973). *Culture egemoniche e culture subalterne*. Palermo: Palumbo.
- Clemente, P. (2004). *Museografia e comunicazione di massa*. Roma, Aracne.
- De Martino, E. (1959). *Sud e magia*. Milano: Feltrinelli.
- De Varine, H. (2005). *Le radici del futuro. Il patrimonio culturale al servizio dello sviluppo locale*. Bologna: Clueb.
- Di Nola, A. M. (1976). *Gli aspetti magico-religiosi di una cultura subalterna italiana*. Torino: Boringhieri.
- Geertz, C. (1999). *Mondo globale, mondi locali. Cultura e politica alla fine del ventesimo secolo*. Bologna: Il Mulino.
- Giancristofaro L. (2006). *Cortei storici nell'Abruzzo globalizzato*. *Rivista Abruzzese Quaterly*, LIX, 1: 69-73.
- Giancristofaro L. (2014). *Riconoscimento UNESCO e marketing territoriale. L'Abruzzo e il suo "capitale nascosto" visti dall'expertise*. *Rivista Abruzzese Quaterly*, LXVII, 1: 21-27.
- Giancristofaro L. (2014). *Economia della cultura o cultura per l'economia? Spunti critici per una programmazione regionale*. *Rivista Abruzzese Quaterly*, LXVII, 3: 180-188.
- Giddens, A. (1999). *Il mondo che cambia. Come la globalizzazione ridisegna la nostra vita*. Bologna: Il Mulino.
- Gramsci, A. (1966). *Osservazioni sul folclore*, in *Letteratura e vita nazionale*. Torino: Einaudi.
- Hobsbawn, E.; Ranger, T. (1983). *The Invention of Tradition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Remotti, F. (2003). *Contro l'identità*. Roma-Bari: Laterza.
- Scovazzi T., Ubertazzi B., Zagato L. (2012), *Il patrimonio culturale intangibile nelle sue diverse dimensioni*. Milano: Giuffrè.

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

Maria Teresa Viglioglia

I.P.S.S.E.O.A.

Margherita Di Savoia
viglioglia.teresa@tiscali.it

Received on: 11-09-2016. **Accepted** on: 25-11-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.285



© Maria Teresa Viglioglia

Abstract

In the extensive bibliography of Jacques Maritain, there is a book dealing with education titled "L'education à la croisée des chemins". It initially consists of the texts of four lectures held in 1943 at the Yale University, in the United States under the title "Education at the Crossroads", published for the first time in 1943. The contents of these conferences has been published by Fayard in 1959 with the title "Pour une philosophie de l'éducation". This essay by Maritain was later re-modeled to the last edition in French (1969). The work outlines the main coordinates of the educational philosophy of Jacques Maritain, and consists of four sections: I. The errors of contemporary pedagogy; II. The educational relationship; III. Liberal education; IV. Complementary tasks. Maritain emphasizes persons' formation as the primary purpose of education to the American pragmatism and European rationalism, noting that every educational project, of every background it may be, always implies a precise anthropology, sometimes implied. The educational relationship is to avoid the double error of a conception "despotic" on the part of the teacher and of a conception "anarchist" by the pupil. Education must tend to unity of knowledge, making sure that the learning process begins from the experience, but always ends in reason. The final chapters relate more specifically to the organization of

Maria Teresa Viglioglia

education in America, but the first two chapters offer a real philosophical approach to education. This is based on a vision of the person who activates the spiritual dimension, undermined by the development of an individual's technical design. "Education at the crossroads" (which is located in the French neo-Thomism, philosophical and theological contemporary movement focused on the recovery of the thought of St. Thomas Aquinas, who is considered, with appropriate adaptations and interpretations, source of knowledge and imperishable spiritual guides) speaks to the need for "education" of the man based on its core value.

The work also contains the Maritain's view of the role of the school in society, with particular reference to the situation in the United States and France during the era of his contemporary.

Keywords: education, school, Maritain, pedagogy, humanism.

Sunto

Nella vasta bibliografia di Jacques Maritain, un libro si occupa direttamente dell'istruzione: "L'education à la croisée des chemins", costituito inizialmente dai testi di quattro lezioni tenute nel 1943, all'Università di Yale, negli Stati Uniti e raccolte sotto il titolo Education at the Crossroads, pubblicato per la prima volta nel 1943. Il materiale di queste conferenze sarà pubblicato anche da Fayard nel 1959 con il titolo "Pour une philosophie de l'éducation". Questo saggio di Maritain fu in seguito ritoccato, fino all'ultima edizione in lingua francese (1969). L'opera espone le coordinate principali della filosofia dell'educazione di Jacques Maritain, composto in quattro sezioni: I. Gli errori della pedagogia contemporanea; II. La relazione educativa; III. L'educazione liberale; IV. Compiti complementari. Maritain insiste sulla formazione della persona quale fine primario dell'educazione nei confronti del pragmatismo americano e del razionalismo europeo, rilevando che ogni progetto educativo, di qualunque estrazione esso sia, sottende sempre una precisa antropologia, talvolta implicita. La relazione educativa deve evitare il duplice errore di una concezione "dispotica" da parte del maestro e di una concezione "anarchica" da parte dell'alunno. L'educazione deve tendere all'unità del sapere, facendo in modo che il processo di apprendimento cominci dall'esperienza, ma termini sempre nella ragione. I capitoli finali si riferiscono più specificamente all'organizzazione dell'istruzione in America, ma i primi due capitoli, su cui concentreremo la nostra attenzione, offrono un vero e proprio approccio filosofico all'istruzione. Questo si basa su una visione della persona che riattiva la dimensione spirituale, minato dallo sviluppo di una concezione tecnica dell'individuo. "L'Educazione al bivio" (che si situa nel neotomismo francese, movimento filosofico-teologico contemporaneo incentrato sul recupero del pensiero di San Tommaso d'Aquino, che è considerato, con opportuni adattamenti e

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

reinterpretazioni, fonte di sapere e guide spirituali imperiture) parla proprio della necessità di un "educazione" dell'uomo basata sul suo valore essenziale. L'opera contiene anche la visione di Maritain sul ruolo della scuola nella società, con particolare riferimento alla situazione degli Stati Uniti e della Francia durante l'epoca a lui contemporanea.

Parole Chiave: educazione, scuola, Maritain, pedagogia, umanesimo.

1. Introduzione

Maritain, filosofo francese considerato uno dei più grandi pensatori cattolici del secolo e considerato da Papa Paolo VI, proprio ispiratore (fu a lui che al termine del Concilio Vaticano II, Paolo VI consegnò simbolicamente il proprio messaggio agli uomini di scienza e di pensiero), denunciava il pragmatismo e la perdita dell'ideale della verità come uno degli errori capitali dell'educazione moderna. Nato in Parigi 1882 da famiglia protestante, frequenta il liceo Henri-IV e studia poi chimica, fisica e biologia alla Sorbone durante il periodo del Positivismo, Materialismo e Socialismo. Nel 1906, con la moglie Raissa Oumançoff, si converte al cattolicesimo seguendo poi il pensiero di San. Tommaso d'Aquino. Nel 1912 insegna all'istituto Cattolico di Parigi. Nel 1933 è nominato professore al Pontificio Istituto di Studi Medioevali di Toronto. Nel 1940 si reca negli Stati Uniti, dove insegna in diverse Università. In questo lavoro, presenterò un sommario del suo pensiero sull'educazione basata sul libro, "Education at The Crossroads", "Educazione al Bivio". L'interesse pedagogico di Jacques Maritain, scaturisce dalle molte conferenze che ha sostenuto, all'università di Yale, negli Stati Uniti, nell'anno 1943. All'inizio ha voluto intitolarlo l'educazione dell'uomo perché secondo lui niente è più importante per ciascuno di noi e niente è più difficile di divenire uomo. Per questo, il compito principale dell'educazione è di formare l'uomo e di guidare lo sviluppo dinamico attraverso il quale l'uomo forma se stesso a essere uomo. Secondo Maritain L'educazione è: "Un processo per mezzo del quale l'uomo è formato e condotto verso la sua perfezione". Il compito specifico delle scuole e delle università è di formare le giovani generazioni. Per Maritain l'educazione moderna è parziale perché ha smarrito il senso dell'integralità della persona umana.

2. La concezione educativa di Jacques Maritain

La filosofia di Jacques Maritain nel ventesimo secolo è influenzata da Bergson, da Sant'Agostino e San Tommaso d'Aquino. Il suo pensiero

filosofico è una reazione al materialismo e al pensiero razionalista ereditato dal positivismo del XIX secolo. Jacques Maritain afferma il "primato dello spirituale", titolo di una delle sue prime opere, cerca di conciliare l'approccio filosofico e l'approccio "credere" ricorrendo in particolare al concetto d'intelligenza come pensiero tomista definito. L'uso della ragione, infatti, non si oppone alla fede, ma è piuttosto un mezzo di accesso a Dio. Con san Tommaso d'Aquino la teologia diventa una "scienza" in conformità a risorse d'intelligenze, con riferimento ad Aristotele, senza negare la trascendenza del divino. Troviamo nel ventesimo secolo con Jacques Maritain l'alleanza della razionalità con il misticismo. Nella tradizione del tomismo, l'uomo è all'incrocio di questi due mondi. Secondo la celebre formula della scolastica del Medioevo la filosofia è la "serva della teologia", ma al contrario, la teologia diventa uno strumento di servizio della filosofia. Le concezioni educative di pensatore cristiano, di là della sfera religiosa, sono di offrire una riflessione più ampia sulla crisi dell'umanesimo moderno. Nella vasta bibliografia di Jacques Maritain, un libro si occupa direttamente dell'istruzione: "Education at The Crossroads" sono una raccolta di quaderni derivanti dalle lezioni che hanno sostenuto, negli Stati Uniti, presso la Yale University, durante la seconda guerra mondiale, pubblicato per la prima volta nel 1943. In questo libro, i capitoli finali si riferiscono più specificamente all'organizzazione dell'istruzione in America, ma i primi due capitoli, su cui concentreremo la nostra attenzione, offrono un vero e proprio approccio filosofico all'istruzione. Il materiale di queste conferenze sarà pubblicato anche da Fayard nel 1959 con il titolo "per una filosofia dell'educazione". Questo saggio si basa su una visione della persona che riattiva la dimensione spirituale, minata dallo sviluppo di una concezione tecnica dell'individuo.

Secondo Maritain l'educazione contemporanea si trova di fronte a un bivio epocale da cui si dipartono due possibilità: quella di pensare l'uomo come individuo emergente dall'evoluzione naturale e dallo sviluppo sociale, e quella di pensarlo come «persona che si possiede per mezzo dell'intelligenza e della libertà». Nel primo caso l'educazione ha per scopo fondamentale l'integrazione dell'individuo nella vita sociale, con la predisposizione delle necessarie competenze e nel rispetto dei ritmi e dei tempi di sviluppo (da qui la celebre e polemica annotazione rivolta agli attivisti, secondo cui per insegnare la matematica a John sarebbe più importante conoscere John della matematica, con la conseguenza che si conoscerà perfettamente John, ma John non riuscirà mai a sapere la matematica); nel secondo caso l'itinerario educativo è invece scandito dall'esigenza di considerare l'uomo nella sua integralità, corpo e anima, natura e sovrannatura, conoscenza e azione, libertà e grazia.

Il filosofo-pedagogo è stato uno dei primi ad avere il coraggio di rendere comprensibile alcune linee di degenerazione che contrassegnano la civiltà moderna; egli denuncia una civiltà sostanzialmente utilitaristica e

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

materialistica infettata dal tecnicismo segnalando evanescenza culturale, nichilismo esistenziale, problemi ambientali e infelicità come logica conseguenza di questa tendenza. Maritain non fa che costatare una situazione che era diventata usuale nel mondo occidentale: una visione strumentalistica che vedeva l'intelligenza come strumento capace di dare risposte agli stimoli provenienti dall'ambiente ed era incapace di valorizzare una più alta dimensione dell'intelligenza. Nel suo libro "Educazione al bivio" si parla proprio della necessità di un'educazione dell'uomo basata sul suo valore essenziale. Un uomo è prima di tutto figlio dell'uomo... "... il nostro principale dovere consiste... diventare ciò che siamo, niente è più importante per ciascuno di noi e niente è più difficile che divenire un uomo" (Maritain 1961) Lo scopo dell'educazione è di guidare " l'uomo nello sviluppo dinamico durante il quale egli si forma poiché persona umana –provvista delle armi della conoscenza, della forza del giudizio e delle virtù morali... " (ibid.: l.c.).

L'educazione deve considerare, sempre e insieme, tutti gli aspetti (fisico e psichico e spirituale e soprannaturale, conoscere e agire individuale e sociale, temporale e assoluto).La persona umana –l'uomo non esiste soltanto come un essere fisico, c'è in lui un'esistenza più nobile e più ricca: la sovraesistenza spirituale propria della conoscenza e dell'amore. Ibid.: l.c.)4. Egli è così, in un certo senso, un tutto e non soltanto una parte: è egli stesso un universo, un microcosmo in cui il grande universo intero può essere racchiuso dalla coscienza e mediante l'amore egli può darsi liberamente a esseri che sono per lui come degli altri se stesso. La conoscenza, non si riferisce secondo Maritain alle semplici conoscenze settoriali, ma per giungere alla conoscenza occorre partire dalla mente che conosce. Purificare la mente significa prima di tutto individuare e togliere i condizionamenti, poiché ostacoli per la conoscenza.

L'atteggiamento egoistico, cioè fondato sull'ego, è l'ostacolo per eccellenza, l'attaccamento all'io crea semplicemente separazione, fonda cioè un dualismo che è la matrice di tutte le successive separazioni lungo le quali, si snoda la storia del pensiero analitico e pragmatico.

L'era moderna è caratterizzata dal "passaggio dell'umanità come il regime e la tecnologia d'argento", da cui "una graduale materializzazione dell'intelletto e del mondo."(P32). Il pensiero di Maritain è contro la materializzazione del mondo e dell'uomo, pur mantenendo i requisiti della ragione l'uomo deve pertanto essere oggetto di un lavoro di spiritualizzazione. E 'questa ricerca costante di articolazione tra l'umanità, spiritualità e la razionalità di pensare, d'istruzione, che sembra molto rilevante oggi, anche se qualche idea può sembrare "inattuale".

3. Che cosa è l'educazione?

Jacques Maritain definisce tale pedagogia "spiritualista", la prima riguarda la definizione di educazione e il significato filosofico, ma anche spirituale e religioso di questo. Che cosa è l'educazione? La seconda domanda - che cosa è l'uomo? Tutta l'educazione è un concepimento umano. Poi, le seguenti due domande riguardano i fondamenti dell'educazione, intesa come un processo dinamico, già da parte dello studente, che occupa un posto importante, e dell'insegnante, il cui ruolo è decisivo ma "secondo". L'atto di apprendimento non si basa su oggetti, ma sull'acquisizione di forze interne da sviluppare, il suo "habitus", definito come "uno stato di possesso, o forza interna, sviluppata nell'uomo nelle sue modalità operative, che nella misura in cui il soggetto usa questa forza dà una rettitudine inflessibile a una determinata attività" ("l'intuizione creativa")... (P45). Senza trascurare la conoscenza convenzionale, Maritain ha concluso che "la cosa bella è il risveglio delle risorse interne e della creatività" (P77). Informazione, apprendimento, memoria, cultura libresco rimane insufficienti in se stessi e sono secondari a questo risveglio. La terza regola riguarda le qualità che caratterizzano questo lavoro d'interiorizzazione educativo. Educare utilizzando risorse interne, è quello di Maritain, un modo per alimentare l'unità interiore dell'uomo e contro le forze di dispersione e frammentazione, "tutta l'opera di educazione dovrebbe mirare a unificare, per non disperdere" (P81). Unificazione, in primo luogo di corpo e spirito. Per Maritain il compito principale della formazione è di formare l'uomo. Perché è un dato di fatto che l'uomo si realizza pienamente come persona umana, "nulla è più importante per tutti noi, ma nulla è più difficile che diventare un uomo" (p16). Questo risultato, che può essere considerato come il più alto livello d'istruzione, è formare l'uomo attraverso un processo dinamico e creativo. L'uomo è in grado di rendere la sua vita, un'opera d'arte. In questo senso, "l'educazione è un'arte" (p17). L'arte in questione è l'etica, "un'arte morale, o meglio una saggezza pratica in cui è incorporata una certa arte" (p17). Inoltre, la formazione della persona non è limitata alla sfera individuale e non è confinata entro i limiti del sé. E' invece l'apertura, nella misura in cui questo singolare sviluppo deve essere riconosciuto e guidato con attenzione da un'altra persona che ha il ruolo di educare. Quest'azione dinamica di realizzazione umana, è radicata in una "forza vitale", ripetendo la famosa formula di Bergson, che è potenzialmente in ognuno di noi, ma che in fondo non appartiene a nessuno. Tuttavia, il vero motore della formazione sfugge sia all'insegnante sia allo studente e risiede interamente in ciò che egli chiama "il principio vitale interiore." Le due figure del rapporto pedagogico, anche se possono avere un ruolo attivo ed efficace, diventano secondari a questa forza primaria. Questo presupposto

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

di una prima forza implica nuovi atteggiamenti educativi. L'insegnante non è chi dirige e controlla le operazioni, ma solo un ausiliario (synergoi) in un processo "naturale". Inoltre, da questo punto di vista, l'educatore deve tener conto del "principio vitale" in chi è istruito e su cui tutto si basa. Per Maritain, si tratta di una dimensione nascosta d'identità, presente in ognuno di noi che "l'educatore deve rispettare prima di tutto" (p60). Quest'attenzione, che definisce l'educazione spiritualmente, può essere trovata in varie saggezze del mondo. Nella tradizione cristiana, cui fa esplicito riferimento Maritain, è solo a Dio che dobbiamo attribuire i risultati delle azioni umane, l'insegnante o l'allievo possono realizzare qualcosa solo basandosi su questo potere superiore e misterioso. In questa definizione di formazione, siamo alla presenza del superamento della dimensione individuale, che Bergson chiama "Reaching out", con il termine cristiano di "grazia divina", infine, definita da Maritain "principio vitale interiore". Tale approccio può essere descritto come spirituale, perché stiamo assistendo a una trasformazione del soggetto da un livello di realtà a un altro trascendentale. E' questa concezione spirituale di formazione che Maritain difende in radicale opposizione alla tecnica strumentale e alla visione di educazione che emerge negli anni 30 e 40. Questa concezione di educazione e valori, si basa ovviamente su una certa concezione dell'essere umano, Per Maritain, l'uomo non è solo un essere "fisico", ma essere "spirituale". Il compito della formazione non è scegliere tra i due, simmetricamente nel proclamare la morte della persona o la morte dell'individuo. Si tratta di due errori educativi quello di educare l'individuo ad adattarsi alla vita sociale, ignorando la dimensione ontologica, e quello di ridurre l'uomo a una macchina più potente, ma vuota di significato. Certamente il compimento dell'uomo passa in primo luogo con l'inclusione di un principio interiore chiave: "Ciò che più conta è il centro interiore" (P36). L'interno è l'essenza dell'educazione, gli scopi sociali, esterni, sono sempre secondari. Educare significa per Maritain "fare un uomo"; che cosa è un uomo? L'idea filosofica e religiosa dell'uomo è basata prevalentemente su ciò che l'uomo "è", "in quanto tale". Questa essenza, né visibile né tangibile, è un mistero ontologico. Tuttavia, la vera educazione è " un risveglio umano " (P27). Così l'impresa educativa dovrebbe concentrare la propria attenzione su ciò che è specificamente umano nell'uomo, le proprie risorse interne, profonde, inaccessibili alla ricerca di tipo razionalista ma che sono essenziali per lo sviluppo della persona. Lo scopo dell'educazione non è utilitaristico, ma è liberazione interiore e spirituale del soggetto. Questa conquista della libertà per Maritain è il più alto obiettivo dell'educazione. Possiamo quindi chiederci qual è il mezzo per raggiungere quest'obiettivo? Il concetto filosofico del patrimonio greco e la concezione religiosa dei cristiani sono degli esempi. In Aristotele, lo sviluppo dell'essere avviene attraverso l'intelligenza e la saggezza, e per l'evangelista Paolo, attraverso l'amore e lo spirito divino che

sollevano l'uomo a un livello superiore. Come è possibile istruire a tale finalità? Il pragmatismo, che sopravvaluta l'azione, è, infatti, un errore in materia d'istruzione, la "contemplazione è l'avvento in cui l'esistenza aspira a svilupparsi di là dall'orizzonte dello spirito pragmatico " (p31). Tuttavia, la filosofia dell'educazione che offre Maritain esamina le condizioni pratiche di educazione spirituale. In primo luogo, quali sono le qualifiche per lo studente? E da lì, quali sono i metodi dei maestri? Non bisogna dimenticare che chi educa, anche se la sua azione è reale, è interamente dipendente da uno che è educato, o meglio quel principio vitale interiore che egli è depositario e che non può essere di proprietà come una cosa. Il maestro è solo un "ufficiale ministeriale" che coopera nel lavoro educativo, è quindi logico iniziare con le disposizioni di base dello studente su cui si poggia l'intero processo di apprendimento, tutto inizia nella mente dello studente. È qui che si trova la prima forza che muove le attività intellettuali di apprendimento. Anche se la conoscenza è radicata nella natura della mente, mentre un auto-lavoro su di sé è necessario per muoversi in questa direzione, "il trucco è di educare, ispirare, di insegnare e illuminare la privacy delle attività umane, il peso delle tendenze egoistiche diminuisce e non accresce, le aspirazioni della personalità e generosità spirituale " (P66).

L'educazione è per Maritain un processo completamente spirituale, nella misura in cui nasce e cresce nella mente dalla mente. Si noti che nella prospettiva cristiana, che è quella di Maritain, il concetto di mente conduce di là dalla sfera personale, dove il "sé" è in qualche modo perso di vista a favore del "Divino Amore" (P67). L'attenzione dell'educatore deve concentrarsi su queste disposizioni di base che sono forza vitale nella mente dell'istruito, è quindi necessario coltivare, promuovere e sviluppare, dando loro sempre più importanza. Educare, come l'etimologia ci dice, è "prendersi cura di". Maritain rileva che esso deve essere oggetto di tutte le cure attente dell'educatore. Tuttavia il compito dell'educatore non è quello di rendere l'uomo "duro lavoro", ma aiutarlo ad avere "un rispetto per il lavoro da fare, un senso di lealtà e di responsabilità per il bambino" (P71). Il lavoro, il senso profondo, significa un impegno che coinvolge pienamente la persona in ciò che fa. Troviamo nella filosofia dell'istruzione di Maritain questa dimensione spirituale del lavoro. Infine, il comportamento nei confronti degli altri deve essere guidata da "un senso di cooperazione, " egli si oppone alla tendenza della vita sociale e politica che valorizza la rivalità e la competitività, l'idea che l'uomo non è qui in posizione centrale come "maestro e proprietario del mondo", secondo la famosa frase di Cartesio, ma come un "cooperatore" essenziale ma secondario. L'amore della verità e della giustizia, semplicità e apertura alla vita, l'integrità nei confronti del lavoro, senso di cooperazione, sono le disposizioni di base dell'istruito poiché è il principale agente d'istruzione. Le attività di educatore si basano quindi interamente sul territorio

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

in cui sono radicate le disposizioni, che sono alla base del lavoro di formazione. L'arte del maestro è lì, nella mente dello studente, con le condizioni e i limiti del suo utilizzo, il suo obiettivo è rendere lo studente consapevole delle proprie risorse e delle proprie capacità (P72). E' questa per Maritain la "vera arte" della formazione. Il maestro dell'arte è quindi quello di portare lo studente a prendere se stesso come un libro tra le mani, e rendere la sua vita, un lavoro, il lavoro che lui è l'unico a realizzare. Se l'opera più importante in materia d'istruzione è per formare un uomo, non è sorprendente che la seconda serie di regole sia "focalizzare l'attenzione sulla profondità interna della personalità e sul dinamismo spirituale " (p72). Il processo dinamico di formazione è di Maritain prima di tutto orientato verso lo "spazio interiore". Non bisogna, però, confondere questo desiderio di ristabilire il contatto con le profondità interiori dell'essere umano con le teorie freudiane dell'inconscio. L'inconscio: una zona di mente irrazionale e vita istintiva, mentre il "pre-coscienza" è il campo, trascurato da Freud, "la vita dei poteri spirituali d'intelligenza e di volontà, l'abisso della libertà personale " (P74). Questo preconcio spirituale, in basso a destra, indicibile in concetti e parole, è comunque una fonte di conoscenza. Per Maritain ci sono, infatti, due tipi di conoscenza: una conoscenza "intellettuale" che si trasmette attraverso il pensiero discorsivo e una conoscenza "divina" un'essenza ineffabile, ma che è descritta come "estremamente chiara e trasparente." Accanto a quella conoscenza trasmissibile, in possesso delle idee, esiste una conoscenza incomunicabile "(P616). Da un punto di vista educativo, com'è possibile trasmettere un sapere incomunicabile? La risoluzione di questo paradosso sta proprio nell'uso dell'esperienza interiore dello studente, "non possiamo avere alcun dubbio "des maîtres ou guide", non trasmettono a noi la propria conoscenza "objets eux": ciò che trasmettono è un corpo di conoscenze.(P616)

La conoscenza spirituale incomunicabile non impedisce la "trasmissione" di conoscenze che diventano mezzo per risvegliare e liberare "le aspirazioni della natura spirituale in noi", utilizzando il linguaggio di Bergson. L'apprendimento non è solo in possesso di conoscenze "esterne" a noi, ma è radicato nello sfondo dinamico. Educare utilizzando risorse interne, è quello di Maritain, è un modo per alimentare l'unità interiore dell'uomo e contro le forze di dispersione e frammentazione, "tutta l'opera di educazione e l'educazione dovrebbero mirare ad unificare, per non disperdere "(P81). Questa riabilitazione della mano supera, infatti, la scissione tra l'homo faber e homo sapiens, o in altre parole, tra "conoscenza azione" che cadono dall'esperienza, e la "conoscenza teorica" che si basa sulla ragione (JM Barbier). Unificazione colpisce anche molteplici aspetti del contraddittorio mondo interiore la cui unità è minacciata da ogni parte dall'evoluzione del mondo moderno. La mente è oggi di fronte a ciò che Maritain ha descritto come "la dispersione e atomizzazione della vita umana" (p84). L'istruzione,

invece, deve rafforzare questa "dispersione devastante" dovrebbe concentrarsi sulla difficile ricerca di unità spirituale. Questo è lo scopo della saggezza. E' quindi l'educazione aperta "la saggezza della conoscenza" (che ha organizzato, come René Barbier, la "conoscenza teorica" e "conoscenza spirituale"). Per Maritain il compito dell'educazione è quello rendere il bambino o il giovane, un saggio. Nell'opera "I gradi della conoscenza", pubblicato nel 1932, Maritain afferma che il supremo obiettivo dell'educazione è preparare alla saggezza, rendere l'istruito in grado di partecipare, per quanto possibile, e di possedere la visione della saggezza. Educare nella visione di Maritain significa "libero". La saggezza, ma anche l'amore e l'intuizione, e più in generale tutta l'esperienza esistenziale, non possono essere, fondamentalmente parlando, insegnati. Come spiegare quest'apparente contraddizione tra il campo dell'istruzione (e anche educativo), e l'idea di saggezza? La saggezza è "inenseignable". La saggezza non può essere insegnata da operazioni specifiche della ragione logica, ma, senza dubbio, può essere presa a livello globale utilizzando ragione intuitiva. Il paradosso particolare dell'istruzione, è che questo "inenseignable" è il più alto valore educativo. (p54). L'educazione della ragione ha influenza indiretta sullo sviluppo delle virtù morali, che rientrano nella "formazione della volontà." Se la scuola svolge un compito morale - Maritain preferisce usare il termine "pre-morale" -diventa fondamentale nella via della conoscenza. L'azione di formazione non è limitata alla sfera dell'istruzione scolastica. Maritain rileva il ruolo di quella che chiama "sfera extra-educativo", "scuola di formazione e l'università sono solo una parte della formazione" (P51). L'attività umana nel suo complesso ha sull'uomo un'azione educativa la cui influenza sembra più importante della "sfera educativa" (vale a dire, la scuola e l'università, ma anche, più in generale, le autorità collettive educative dello stato, la famiglia, la chiesa). Il lavoro quotidiano, esperienze di vita, le tradizioni sociali, ma anche le religioni, arte e la poesia sono fonti educative che permettono all'uomo di realizzarsi. Il tipo istituzionale di educazione può avere in questo settore un'azione parziale e dovrebbe prestare grande attenzione a tutti questi settori "fuori serie", ma che possono rivelarsi decisivi. L'istruzione, da questo punto di vista, si allarga all'intero campo dell'esistenza ed è un errore credere che la scuola possa contenere "l'intero processo di formazione dell'essere umano" (p51). Il periodo limitato in materia d'istruzione scolastica non può completare il processo lungo che è l'educazione umana, l'azione educativa è destinata a incompletezza e deve accettare i suoi limiti. Infatti, come dice Maritain, "La nostra formazione continua fino alla morte" (P51). Pertanto, secondo Maritain, "i santi e martiri sono i veri educatori di umanità" (p50). Educazione basata sulla conoscenza o pratiche intellettuali rimangono inadeguata. L'educazione integrale (per promuovere umanesimo integrale) assumerà un'importanza fondamentale per l'uomo di domani relazioni vitali dell'uomo con la società;

non solo con l'ambiente sociale, ma anche con il lavoro comune e il bene comune. Il problema consiste nel sostituire l'individualismo (dell'età borghese) con una civiltà personalistica e comunitaria fondata sui diritti umani, che soddisfano le aspirazioni e bisogni sociali dell'uomo. L'educazione deve far sviluppare il senso di libertà ma anche di responsabilità, di diritti ma anche di doveri. L'educazione liberale, è l'educazione di domani, dovrà porre fine alla scissione tra lavoro (utile) e il fiorire di vita spirituale e di gioia disinteressata dalla conoscenza e dalla bellezza. Qui c'è il carattere democratico dell'educazione di domani ognuno dovrà lavorare e dare qualcosa alla comunità secondo le sue capacità, il lavoro deve procurare anche mezzi per la gioia e il diletto dello spirito. Gli svaghi sono necessari, lo svago che ha più valore è l'espansione delle attività interne attraverso la conoscenza e la bellezza. Chi ha esperienza nel mondo del lavoro ha sete di conoscenza liberale per raggiungere la liberazione sociale. L'educazione di domani dovrà prevedere l'uomo comune, l'uomo dell'umanità comune, dei mezzi richiesti per il suo perfezionamento personale, nei confronti del suo lavoro, anche in rapporto alle sue attività sociali e politiche nella comunità civile e alle attività delle sue ore di libertà. Si può definire l'uomo come un animale dotato di ragione la cui suprema dignità consiste nell'intelletto, lui è un individuo libero in personale relazione con Dio, la cui suprema giustizia è di obbedire volontariamente alla legge di Dio. Anche sé è una creatura peccatrice e ferita, ma è chiamata alla vita divina e alla libertà della grazia. Lo scopo dell'educazione è di guidare l'uomo nello sviluppo dinamico durante il quale egli forma se stesso come una persona. L'uomo è fatto per sviluppare le capacità umane in tutte le loro possibilità. Le principali aspirazioni della persona sono orientate alla libertà.

4. L'educazione sociale

L'educazione alla democrazia, per Maritain è collocazione della persona umana nell'ambito della società, dove individui e persone sono chiamati al conseguimento di un destino certo superiore agli interessi del bene comune della città terrena, ma non alieno dalla subordinazione del valore dell'altro: rapporto in cui si coglie sempre l'uomo nella sua interezza.

Non vi può dunque essere educazione al cattolicesimo che non sia anche educazione sociale - pensa Maritain - anche se ciò non significa che l'educazione sociale sia tutta l'educazione, come pretenderebbero i social-pedagogisti. L'educazione sociale è un aspetto (non una parte perché l'uomo non si può educare a compartimenti stagni), ma non tutta l'educazione e questa non si identifica con l'educazione sociale. Per evitare gli errori del civismo,

che riduce tutte le relazioni sociali a relazioni civiche, subordinando la persona al gruppo politico, infeudando la cultura, l'economia e se fosse possibile anche la religione alla politica, è necessario che a fondamento dell'educazione civica ci sia l'educazione sociale come educazione alla libera convivenza delle persone nella comunità. Bisogna educare i giovani a vivere nella comunità non come individui preoccupati solo dell'utile individuale, ma come persone interessate ed impegnate nel bene comune. Bisogna educare i giovani a sapersi mettere dal punto di vista degli altri, a vivere in una comunità pluralistica, nel rispetto sacro della libertà di coscienza, con sincerità nella ricerca della verità e con pacificità nel rispetto degli altri ricercatori. L'educazione sociale democratica deve suscitare il senso della coscienza della giustizia, come rispetto dell'uguaglianza nel valore di tutte le persone pur nella diversità dei compiti sociali.

Occorre che l'individuo coltivi la socialità nell'ambito dell'educazione e, intanto, coltivi anche se stesso, per potersi realizzare completamente, nella propria "personale umanità.

Secondo Maritain il pragmatismo preoccupato del successo pratico ed utilitaristico dello sviluppo individuale ed il sociologismo impegnato a subordinare il cittadino alle esigenze della comunità e dello Stato, fraintendono la vera natura del processo educativo, che riguarda la cultura disinteressata della propria umanità ed è per questo che Maritain elabora un' impostazione del problema educativo sul presupposto che l'educazione liberale, intesa come possibilità di coltivare i valori disinteressati della cultura e della spiritualità, sia un bisogno ed un diritto di tutti; ed espone un piano di studi e propone una struttura scolastica che siano in grado di garantire a tutti i cittadini il pieno sviluppo della propria persona indipendentemente dai compiti professionali e sociali, importanti, essenziali, ma secondari rispetto al fine primario di sviluppare la propria personalità. Anche Maritain guarda dunque ad un'educazione liberale che sgancia i valori culturali dai valori professionali; per cui l'uomo vale per se stesso, indipendentemente dalla sua collocazione sociale. (P113)

Conclusioni

Per Maritain, dunque, l'educazione contemporanea è *parziale*, perché ha smarrito il senso dell'integralità umana. Il filosofo individua al riguardo, infatti, sette errori, di cui i principali sono il disconoscimento dei fini, la sostituzione di un'idea materialistica dell'uomo all'idea di persona, il pragmatismo (l'azione è valutata di per sé), il sociologismo (la persona è concepita in funzione della società), l'intellettualismo (all'educazione integrale

The pedagogical perspective of Jacques Maritain

della persona se ne contrappone una specialistica). Occorre invece una pedagogia nuova che sappia ispirarsi a un nuovo umanesimo che superi l'*antropocentrismo* dell'*homo faber* a favore di un umanesimo *teocentrico* nel quale il riferimento a Dio non comporta annullamento ma realizzazione dell'uomo. Mezzi, metodi, programmi, tecniche educative sono importanti ma secondari rispetto all'obiettivo di insegnare la verità di cui è testimone l'educatore. L'educazione che si lega a questa visione deve sviluppare il senso di responsabilità e degli umani doveri, l'esercizio dell'autorità per il bene generale, il rispetto dell'umanità in ogni persona individuale. L'educazione morale si pone così in antitesi all'agnosticismo educativo, secondo Maritain, ogni stato ha il dovere di educare i suoi cittadini ai valori delle comunità su cui si regge, ma questi valori devono essere filtrati attraverso l'istruzione, le diverse comunità e le fedi che lo costituiscono. Un'educazione pluralista non è perciò un'educazione agnostica, ma un'educazione che permette a ogni comunità religiosa di trasmettere i valori comuni, attraverso il particolare messaggio che la contraddistingue. L'individuo non è, infatti, libero, ma lo deve diventare attraverso l'educazione e ciò non è possibile se non è prima posta davanti alla fede che potrebbe scegliere. L'educazione alla democrazia, per Maritain è collocazione della persona umana nell'ambito della società, dove individui e persone sono chiamati al conseguimento di un destino certo superiore agli interessi del bene comune della città terrena, ma non alieno dalla subordinazione del valore dell'altro: rapporto in cui si coglie sempre l'uomo nella sua interezza.

Bibliografia

Maritain J., "Educazione al bivio", La Scuola Editrice, Brescia, 1961.

Jacques Maritain, "Education at a Crossroads", prefazione di Charles Journet, edizioni LUF Egloff, Paris, 1947.

Opere di Jacques Maritain, vol. VII: "I gradi di conoscenza". Gerald B. Phelan, traduttore. Ralph McInerny, Federico Crosson, e Bernard Doering, redattori. Notre Dame: University of Notre Dame Press, 1995.

Maritain Jacques, "L'intuizione creativa nell'arte e nella poesia," edizioni DDB 1966.

Maritain Jacques, "Distinguere per unire, i gradi di conoscenza", edizioni DDB, 1963.

Martin Buber, "Problema umano", edizioni Aubier Montaigne, 1962.

Martin Buber, "Filosofo del rapporto", Seghers Publishing, Paris, 1968.

Maria Teresa Viglioglia, "Riflessioni di Jacques Maritain e Noberto Bobbio", Book Sprint Edizioni, 2014.

A Multi Criteria-Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

Barbara Ferri

“G.D’Annunzio” University of Chieti-Pescara (Italy)
bferri@unich.it

Received on: 01-10-2016. **Accepted** on: 25-01-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.288



© Barbara Ferri

Abstract

Social housing requires appropriate evaluation models of projects, considering them from multiple perspectives: architectural, technical, environmental, economic, financial, paying particular attention to social aspects. The study proposes the use of a multi criteria evaluation model, based on the hierarchical (AHP) and network (ANP) analysis, as support in decision-making to guide practitioners and policy on the choice among alternative interventions. These methods allow to consider the overall effect of projects on urban system and the different points of view of those concerned, in an integrated and participatory approach. Interesting research perspectives concern the application of these evaluation approaches to case studies related to neighborhoods in which urban planning provides for social housing. The analysis will address the recent proposals for social housing in the city of Pescara (Italy), and in particular the urban transformation that is expected to achieve by means of the Integrated Urban Development Programme on the south-west of the city, whose regeneration was started by the Community Programme Urban 2.

Barbara Ferri

Keywords: multicriteria decision making, sustainable social housing, problem structuring methods

Sunto

I modelli insediativi di *social housing* richiedono idonei strumenti valutativi degli interventi immobiliari, considerandoli da molteplici punti di vista: architettonici, urbanistici, ambientali, economici, finanziari, con particolare attenzione agli aspetti sociali. Lo studio propone l'impiego di un modello valutativo multicriteri basato sull'analisi gerarchica (AHP) e a rete (ANP), come supporto ai processi decisionali riguardanti la scelta tra interventi alternativi di edilizia residenziale sociale, considerando il loro effetto complessivo sul sistema urbano secondo un approccio integrato e partecipativo.

Parole Chiave: analisi multicriteri, edilizia residenziale sociale sostenibile, strutturazione del problema decisionale

1 Housing sociale e sostenibilità nelle proposte di rigenerazione urbana

Le connessioni tra Social Housing e rigenerazione urbana sono da tempo oggetto di studio nel quadro del dibattito sulle esigenze della città contemporanea; il tema dell'edilizia residenziale sociale è ormai ritenuto una componente essenziale del concetto di welfare territoriale, rappresentando non solo uno strumento per rispondere alla necessità di ampliare l'offerta di alloggi, migliorare la qualità delle costruzioni e contenere i costi di realizzazione, ma anche una opportunità di inserimento sociale, sviluppo culturale delle comunità, rigenerazione urbana e sviluppo di servizi (Cecodhas Housing Europe, 2012, 2015). Alcuni importanti riferimenti in tal senso sono rappresentati dal progetto europeo *Social Housing Watch (ShoW)*¹ nell'ambito del Programma per la cooperazione transfrontaliera Italia-Slovenia 2007-2013 incentrata sulla realizzazione di un Osservatorio Transnazionale per il welfare, al fine di confrontare esperienze di interventi integrati di housing sociale per la qualificazione dell'habitat e dei servizi socio-assistenziali.

Il quadro di riferimento nazionale sulle politiche settoriali nei comparti dei servizi essenziali e dell'housing sociale si può rintracciare in seno all'Agenda Urbana che il Comitato Interministeriale per le Politiche Urbane (CIPU) ha delineato nel 2013 per il nostro Paese al fine di ridefinire le politiche urbane e garantire coerenza e sinergia tra politiche nazionali e politiche comunitarie. In tale quadro, la gestione sociale delle politiche abitative assume fondamentale

¹ <http://trieste.aterfvg.it/>

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

importanza nella risoluzione di situazioni di disagio abitativo presenti soprattutto nelle grandi concentrazioni urbane e rappresentate da categorie socialmente rilevanti, non necessariamente indigenti (v. CIPU, 2013, p. 23)². Nel panorama italiano, a fronte di una domanda abitativa in crescita e in cambiamento, si auspica l'attuazione di interventi di *social housing* anche attraverso programmi di riconversione e riqualificazione del patrimonio immobiliare pubblico non utilizzato, pensati come interventi strategici per migliorare l'economia urbana e la qualità della vita. In proposito, ai fini del miglior utilizzo del patrimonio pubblico, in ambito nazionale si propone la razionalizzazione e valorizzazione degli spazi in uso dalla Pubblica Amministrazione (PA), il contenimento dei costi di manutenzione attraverso strategie di efficienza energetica e riqualificazione ambientale, la riduzione delle locazioni passive, l'attuazione del federalismo demaniale (v. Agenzia del demanio, 2015, Progetto *Valore Paese*). In particolare, il patrimonio immobiliare pubblico, diviso in due macro-ambiti (contenitore di *servizi pubblici e beni non più funzionali* agli usi della PA), può rivestire un ruolo fondamentale nei processi di rigenerazione urbana attraverso la messa a punto di progetti di edilizia residenziale pubblica e sociale, o di edilizia scolastica.

Tuttavia, una gestione efficiente del patrimonio immobiliare pubblico è molto complessa e richiede il confronto e la sinergia tra numerosi attori (pubblica amministrazione, decisori pubblici, operatori privati, la collettività portatrice di specifiche istanze a livello locale), nonché la conoscenza delle risorse territoriali disponibili e del loro valore, l'acquisizione del quadro di riferimento amministrativo e legislativo, e infine la definizione di strumenti innovativi per il miglior utilizzo degli immobili.

Un recente documento dal titolo "*Rigenerare la città: il Social Housing come opportunità di rinnovo urbano e sociale*", redatto nell'ambito della ricerca nazionale *Living Urban Scape*³ sulla rigenerazione urbana nei quartieri di edilizia residenziale pubblica, sottolinea l'importanza del recupero degli spazi urbani inutilizzati e degradati ai fini di realizzare le recenti forme di Social Housing,

² In particolare, in base al DM 122/2008, per *Social Housing* si intende "unità immobiliare adibita ad uso residenziale in locazione permanente che svolge la funzione di interesse generale, nella salvaguardia della coesione sociale, per ridurre il disagio abitativo di individui e nuclei familiari svantaggiati che non sono in grado di accedere alla locazione di alloggi nel libero mercato. L'alloggio sociale si configura come elemento essenziale del sistema di edilizia residenziale sociale costituiti dall'insieme dei servizi abitativi finalizzati al soddisfacimento delle esigenze primarie". Secondo il *Cecodhas*, (Comité européen de coordination de l'habitat social) per *Social Housing* si intende "un insieme di alloggi e servizi, di azioni e strumenti per un'utenza che non riesce a soddisfare il proprio fabbisogno abitativo sul mercato, per ragioni economiche o per assenza di un'offerta adeguata; un insieme che favorisca la formazione di un contesto abitativo e sociale dignitoso, al fine di rafforzare la propria condizione abitativa e sociale".

³ <http://www.livingurbanscape.org/pages/home.html> - *Abitare lo spazio urbano*

ponendo altresì l'attenzione sulla necessità di un'analisi critica di esperienze recenti per l'apprendimento di buone pratiche.

Appare utile sottolineare che il nuovo ciclo di programmazione dei Fondi Strutturali europei per il periodo 2014-2020 pone l'*Inclusione sociale*, la *Qualità della vita* e la *Valorizzazione, gestione e tutela dell'ambiente* tra i principali obiettivi tematici da perseguire attraverso strategie integrate focalizzate su target misurabili riguardanti vari settori, tra i quali welfare, mobilità, modernizzazione dei servizi, istruzione (Ministero per la Coesione territoriale, 2012).

Nei successivi paragrafi si tratteranno alcuni aspetti metodologici inerenti alle valutazioni complesse quali/quantitative degli interventi di trasformazione urbana, al fine di comprendere meglio le implicazioni e l'impatto sociale dei progetti di social housing.

2 Approcci alla valutazione delle politiche abitative: sostenibilità sociale, ambientale ed economica

La riqualificazione urbana e lo sviluppo territoriale pongono la necessità di strumenti di supporto alle decisioni pubbliche nella definizione di strategie di pianificazione sostenibile. La qualità dello spazio urbano rappresenta un elemento chiave per contrastare il disagio sociale all'interno dei tessuti urbani contemporanei: qualità urbana, qualità edilizia dei singoli progetti di architettura, consenso e partecipazione nella formulazione delle politiche si configurano come elementi determinanti ai fini dello sviluppo.

In tale contesto, il ragionamento sui caratteri prestazionali della città richiede approcci valutativi in grado di cogliere l'impatto delle politiche, attraverso metodi e strumenti per l'analisi e la verifica dei risultati delle politiche di rigenerazione urbana. In particolare, nel quadro della nuova programmazione europea, la *valutazione* degli interventi è ritenuta essenziale al fine di migliorare le politiche di sviluppo e in prospettiva di una spesa più efficiente dei finanziamenti pubblici; ad esempio, appare fondamentale determinare se le politiche pubbliche adottate nei vari contesti di intervento possano essere considerate compatibili con gli obiettivi di sviluppo economico locale, e se siano effettivamente in grado di migliorare il livello di benessere sociale nelle aree indagate (Ministero per la Coesione territoriale, 2012).

Gli aspetti di misura e valutazione nella programmazione dell'edilizia residenziale sociale emersi dai materiali presentati in occasione del seminario nazionale di Urbanpromo (2015)⁴ evidenziano che i temi della sostenibilità

⁴ <http://urbanpromo.it/2015/urbanpromo-xii-edizione-i-temi>

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

economica e della valutazione dell'impatto sociale degli interventi spingono a considerare contemporaneamente aspetti economici e di redditività finanziaria, aspetti sociali, urbanistici ed ambientali, sin dalle prime fasi progettuali.

Per scegliere opportunamente gli interventi di Social housing, al fine di coglierne effetti e implicazioni, è necessaria una riflessione *multidisciplinare* sull'ambiente urbano attraverso la definizione di obiettivi chiari, target misurabili, analisi dello stato di fatto e previsione di scenari futuri sui quali impostare azioni locali concrete (ISPRA, 2014). Tale approccio risulterà utile sia nella fase di *valutazione ex ante* degli interventi, sia nelle fasi di monitoraggio e valutazione *ex post*, come strumento per determinare gli impatti delle politiche e indirizzare ulteriori strategie di intervento nel welfare urbano e territoriale.

Nella definizione di *strategie di progetto* per la realizzazione di edifici d'abitazione a carattere sociale, con nuovi usi e relazioni socio-spaziali, lo stesso *Protocollo Itaca per la rigenerazione urbana e la pianificazione sostenibile* ravvisa la necessità di una visione di sistema: un *approccio olistico alla valutazione della progettazione urbana in chiave sostenibile* per innalzare la qualità degli interventi e ridurre l'impatto ambientale. Il documento rappresenta un utile riferimento sia nella progettazione di aree urbane da riqualificare, sia nell'attività di valutazione *ex ante* di piani/programmi di rigenerazione urbana, o di verifica *ex post* dell'efficacia degli stessi, proponendo un sistema di analisi multi criteri finalizzato a determinare il livello di sostenibilità degli interventi⁵.

Alcuni strumenti e approcci metodologici impiegati alla scala urbana per testare le *performance* delle città sono mutuati dalle valutazioni ambientali. In tal senso, la valutazione ambientale integrata locale (Integrated Environmental Assessments, IEA) è tra gli strumenti più significativi; tra le sperimentazioni in ambito internazionale, le esperienze di EcoQuartier e EcoCité in Francia e il progetto HQE2R per il recupero sostenibile del costruito esistente rappresentano un riferimento importante nella definizione di raccomandazioni e linee guida per promuovere lo sviluppo sostenibile dei quartieri urbani (Ronzoni et al., 2002). In tal senso, le più recenti considerazioni formulate dal gruppo di lavoro *Hopus – Housing Praxis for Urban Sustainability*⁶ in seno al programma Urbact II si pongono come utile ragguglio in merito allo sviluppo della qualità dell'abitare e dello spazio urbano.

Tuttavia, complessità e incertezza degli interventi di trasformazione urbana rendono arduo il processo decisionale nella scelta della soluzione preferibile: la presenza di obiettivi e punti di vista conflittuali dei decisori e della collettività, la

⁵ <http://www.itaca.org/documenti/news/Protocollo%20AREE%20URBANE.pdf>;
http://www.itaca.org/documenti/news/Protocollo%20Scala%20Urbana_Rapporto%20ISPRARA.pdf

⁶ <http://urbact.eu/hopus>, Housing for Europe Strategies for Quality in Urban Space

limitata disponibilità di risorse finanziarie, l'esistenza di vincoli ambientali, la difficoltà di stimare alcuni dati in termini quantitativi per l'esistenza di fattori intangibili, sono elementi che pongono la necessità di organizzare le analisi in sottoproblemi più semplici per migliorare la comprensione di un fenomeno.

3 Una proposta metodologica per la selezione di alternative progettuali nel Social Housing

La finalità del presente contributo è la formulazione di un quadro strutturato degli elementi utili ai fini della valutazione di scenari alternativi di edilizia residenziale sociale sulla base delle esigenze proprie dei singoli contesti di intervento, considerando altresì le aspettative della collettività e gli elementi di incertezza e criticità dell'area di studio.

Partendo dalla elaborazione dei dati ottenuti attraverso le opportune indagini di campo su un sistema urbano indagato, e tenuto conto che per Housing sociale si intende un modo nuovo di abitare che prevede - oltre alla residenza - servizi abitativi, collaborazione e coesione di comunità (Urbanpromo 2015), si propone un'analisi di preferibilità di progetti alternativi di edilizia residenziale sociale attraverso l'impiego di tecniche multicriteriali del tipo AHP e ANP (cfr. Saaty and Vargas, 1991; Saaty, 2003). Si ritiene infatti che tali approcci consentano di formulare un sistema valutativo a supporto delle decisioni pubbliche volte a verificare *se e in quale misura* le proposte di edilizia residenziale sociale abbiano positive conseguenze per la qualità di vita delle persone.

In tal senso, si propone l'impiego dell'Analytic Hierarchy Process – AHP (Saaty, 1980), metodo utile al trattamento di problemi decisionali complessi aventi ripercussioni sul sistema socio-economico e politico-istituzionale, e caratterizzati dalla necessità di considerare contemporaneamente fattori quantitativi e qualitativi (Saaty and Vargas, 1991).

Tale approccio consente di generare una graduatoria di preferibilità tra scenari alternativi, partendo dalla costruzione di un sistema gerarchico di obiettivi da conseguire, specificati in ulteriori elementi decisionali (criteri) con grado di dettaglio crescente dall'alto verso il basso. Il processo risulta flessibile nella definizione della struttura gerarchica degli elementi posti a base della decisione e ha il pregio di tener conto delle differenti opinioni dei soggetti che si ritiene possano essere coinvolti nel processo decisionale attraverso *focus group* o singole interviste.

Come già sottolineato, le decisioni formulate in ambito urbanistico/territoriale sono *complesse* perché caratterizzate dalla presenza di un gran numero di fattori interagenti e dalla necessità di valutarne l'importanza, deducendo un sistema di priorità che possa guidare i decisori nella scelta della migliore alternativa

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

d'azione. Saaty and Vargas (1991) sottolineano che una caratteristica essenziale dell'approccio AHP - teoria formulata per trattare problemi complessi dal punto di vista sociopolitico, economico, tecnologico e territoriale - sia l'impiego congiunto di *descrizioni qualitative* per rappresentare un problema decisionale e definire le interazioni tra le sue parti, e *giudizi quantitativi* per valutare la forza di tali interazioni (Saaty and Vargas, 1991, p.4).

L'applicazione del metodo AHP prevede fasi decisionali che riguardano dapprima la comprensione e definizione della *finalità generale* (goal) del problema decisionale, scegliendo opportunamente gli *obiettivi* e i *criteri valutativi* da assumere; successivamente si provvede a formulare la *gerarchia del sistema decisionale*, scomponendo il problema complesso in sottoproblemi più semplici, in modo da porre al livello più alto la finalità generale e suddividendo i vari elementi decisionali (obiettivi e criteri) in ulteriori livelli.

Gli *obiettivi generali* sono posti al secondo livello della gerarchia: tali obiettivi sono individuati secondo una prospettiva ampia del problema in esame che – nel caso di programmi e progetti urbani – riguarda in genere la questione della sostenibilità dello sviluppo di un'area; nei livelli successivi della gerarchia i *criteri* specificano in un maggiore grado di dettaglio gli obiettivi generali del livello precedente; infine, al livello più basso, si pongono le *alternative* che rappresentano potenziali soluzioni al problema (Fig. 1).

Nel caso in esame, ai fini di una proposta metodologica per valutare alternative di intervento nel social housing, possiamo articolare il problema decisionale scomponendolo nelle seguenti dimensioni fondamentali (*obiettivi*), ciascuna delle quali articolata in più sottoclassi di elementi (*criteri*):

O₁ *Sostenibilità urbanistico/ambientale*, in termini di riqualificazione di ambiti urbani dismessi, coerentemente con le indicazioni tecnico-urbanistiche; principi di qualità dell'abitare; armonioso inserimento del progetto nell'area di intervento;

O₂ *Sostenibilità sociale*, in termini di incremento di residenze, incremento dei servizi di interesse pubblico, partecipazione e comunicazione nella definizione progettuale e nel monitoraggio delle esigenze degli abitanti;

O₃ *Sostenibilità economico-finanziaria*, in termini di ottimizzazione dei costi di costruzione, contenimento dei canoni, incremento delle attività commerciali del contesto, presenza di finanziamenti da parte di investitori istituzionali, attrazione di investimenti da parte di soggetti privati.

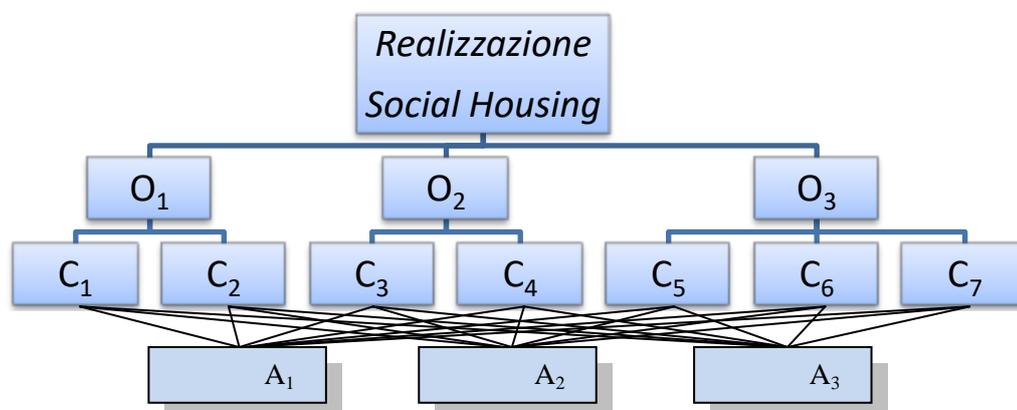


Figura 1 Esempio di articolazione gerarchica a tre livelli (obiettivi, criteri e alternative)

Definita la gerarchia di controllo del problema decisionale, gli elementi di ciascun livello (obiettivi e criteri) saranno pesati in base al grado della loro rispettiva importanza. A tal fine, si formulano le *matrici di confronto a coppie* (o matrici di preferenza) tra gli elementi posti in uno stesso livello della gerarchia; il confronto a coppie di tali elementi avviene rispetto a ciascun elemento posto nel livello immediatamente superiore e ad essi collegato. Di seguito si riportano due esempi di matrici di preferenza formulate per confrontare a coppie un insieme di n elementi secondo la loro relativa importanza, considerando un particolare aspetto del problema decisionale, rappresentato nella gerarchia dall'elemento posto nel livello immediatamente superiore e ad essi collegato.

Goal	O ₁	O ₂	O ₃	Priorità
O ₁	1	1/a ₂₁	1/a ₃₁	w ₁
O ₂	a ₂₁	1	1/a ₃₂	w ₂
O ₃	a ₃₁	a ₃₂	1	w ₃

Tab. 1 Matrice di preferenza applicata al primo livello dello schema gerarchico a tre livelli

Il generico elemento a_{ij} delle matrici di preferenza rappresenta un giudizio sulla *dominanza* dell'elemento i sull'elemento j . I giudizi sono espressi dai soggetti intervistati che partecipano al processo decisionale (politici, tecnici e rappresentanti della collettività), sulla base della scala di importanza relativa (scala semantica) proposta da Saaty (Tab. 2).

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

O_1	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	Priorità locali
C_1	1	$1/a_{21}$	$1/a_{31}$	$1/a_{41}$	$1/a_{51}$	$1/a_{61}$	$1/a_{71}$	$(w_4)_{O1}$
C_2	a_{21}	1	$1/a_{32}$	$1/a_{42}$	$1/a_{52}$	$1/a_{62}$	$1/a_{72}$	$(w_5)_{O1}$
C_3	a_{31}	a_{32}	1	$1/a_{43}$	$1/a_{53}$	$1/a_{63}$	$1/a_{73}$	$(w_6)_{O2}$
C_4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	1	$1/a_{54}$	$1/a_{64}$	$1/a_{74}$	$(w_7)_{O2}$
C_5	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	1	$1/a_{65}$	$1/a_{75}$	$(w_8)_{O3}$
C_6	a_{61}	a_{62}	a_{63}	a_{64}	a_{65}	1	$1/a_{76}$	$(w_8)_{O3}$
C_7	a_{71}	a_{72}	a_{73}	a_{74}	a_{75}	a_{76}	1	$(w_{10})_{O3}$

Tab. 2 Matrice di preferenza applicata al secondo livello dello schema gerarchico a tre livelli

Una finalità dell'approccio AHP è la determinazione dei *vettori di priorità*, o pesi locali w_n , da attribuire ai singoli elementi di ciascun livello confrontati a coppie rispetto al corrispondente elemento sovraordinato (nell'esempio in Tab.2, il confronto a coppie dei criteri avviene rispetto all'obiettivo O_1).

Su proposta di Saaty, tali vettori sono calcolati come componenti normalizzate ($\sum w_n = 1$) dell'*autovettore* associato al *massimo autovalore* (λ_{max}) della matrice di preferenza (Saaty, 1994; Saaty e Vargas, 2000).

I vettori di priorità rappresentano in termini numerici la sintesi dei giudizi di preferenza espressi (Bottero et al., 2008, p. 51). Per la determinazione dei vettori di priorità si può ricorrere all'impiego di software appositamente sviluppati per formulare decisioni⁷.

Va notato che le priorità degli obiettivi posti al primo livello della gerarchia possono essere dedotte anche attraverso la consultazione con i decisori istituzionali, configurandosi come pesi politici.

Per effettuare i confronti degli elementi di ciascun livello, Saaty propone l'impiego di una scala numerica a nove punti (Tab. 3) che indica, attraverso giudizi verbali qualitativi, quante volte un elemento decisionale (obiettivo o criterio) risulta più importante o dominante su un altro elemento posto sullo stesso livello della gerarchia, rispetto ad un obiettivo o criterio sovraordinato (Saaty, 1994; Saaty e Vargas, 2000).

⁷ *Expert Choice Decision Support Software* e *Super Decisions Software*, sviluppati da T.L. Saaty per implementare l'Analytic Hierarchy Process e l'Analytic Network Process, metodologia di supporto alle decisioni con criteri caratterizzati da dipendenza e feedback (www.superdecisions.com)

Grado di importanza	Definizione	Spiegazione
1	Uguale importanza	Due elementi contribuiscono in eguale misura al conseguimento di un obiettivo
3	Moderata importanza	L'esperienza e il giudizio degli esperti o degli interessati favoriscono debolmente un elemento sull'altro
5	Forte importanza	L'esperienza e il giudizio degli esperti o degli interessati favoriscono fortemente un elemento sull'altro
7	Importanza molto forte	Un elemento è fortemente favorito sull'altro e tale dominanza risulta dimostrato nella pratica
9	Estrema importanza	La preferenza di un elemento sull'altro è la più alta possibile
2, 4, 6, 8	Valori di importanza intermedi	Attribuiti quando è necessario un compromesso tra due suddetti giudizi della scala
Valori reciproci	$a_{ij} = 1/a_{ji}$	Se un elemento i vede assegnato il grado di importanza n quando è confrontato con l'elemento j , allora j vede assegnato il reciproco valore $1/n$ quando è confrontato con i

Tab. 3 Scala semantica di Saaty

Le matrici dei confronti a coppie risultano positive, quadrate e reciproche:

- i termini a_{ij} sono *non nulli* e il confronto fra l'elemento e se stesso è pari all'unità;
- la condizione di reciprocità $a_{ij} = 1/a_{ji}$ deve essere verificata per la necessità di garantire la simmetria dei giudizi di importanza;
- la condizione di consistenza $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$, deve essere verificata per garantire la coerenza dei giudizi.

Tutto il processo valutativo è connesso al principio di *ragionamento coerente*, ammettendo un grado di *inconsistenza* (mancanza di transitività) dei giudizi. Riguardo quest'ultima condizione, va sottolineato che i giudizi formulati nelle matrici dei confronti a coppie (*matrici di preferenza*) potrebbero risultare inconsistenti, per la difficoltà di mantenere la coerenza di giudizio confrontando a coppie un elevato numero di elementi. Il metodo AHP propone di misurare l'incoerenza dei giudizi attraverso il *rapporto di consistenza* (CR, *consistency ratio*) tra un indice di coerenza (IC) e l'indice random (IR) di consistenza casuale della matrice di preferenza

$$CR = IC/IR$$

dove $IC = (\lambda_{\max} - n)/n - 1$,

con n corrispondente al numero degli elementi da confrontare e λ_{\max} corrispondente all'autovalore massimo della matrice dei confronti a coppie; IR

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

(indice random, o di consistenza casuale) rappresenta il valore di coerenza casuale dedotto in funzione della dimensione della matrice di preferenza (v.Tab. 4).

Dimensione matrice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Consistenza casuale	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Tab. 4 Indici di consistenza casuale (Fonte: Saaty and Kearns, 1985)

In particolare, Saaty propone che se $RC \leq 0,10$, allora i giudizi indicati nelle matrici dei confronti a coppie risultano non troppo distorti e quindi accettabili.

In alcuni casi, è possibile assumere come accettabile anche un valore di RC non superiore a 0,20. Tuttavia, se il rapporto di consistenza ottenuto non appartiene a tale *range*, è necessario che gli intervistati riformolino i loro giudizi (Saaty, 1980).

Ottenute le *priorità locali* (pesi degli elementi di ciascun livello della struttura gerarchica), i *pesi globali* dei criteri e delle alternative – rispetto alla finalità generale del problema decisionale in esame - si ottengono aggregando i risultati mediante il *principio di ricomposizione gerarchica* che consente di considerare tutti gli elementi della gerarchia nelle loro connessioni; a tal fine si sommano i prodotti che si ottengono moltiplicando i *pesi locali* di ogni elemento per i pesi locali degli elementi sovra ordinati ad esso connessi (Saaty, 1980; Cecchini, Plaisant, 2005).

	O ₁ (w ₁)	O ₂ (w ₂)	O ₃ (w ₃)	Priorità globali dei criteri
C ₁	(w ₄) _{O1}	0	0	(w ₄) _{O1} w ₁ + (w ₄) _{O2} w ₂ + (w ₄) _{O3} w ₃ = (w ₄) _{O1} w ₁
C ₂	(w ₅) _{O1}	0	0	(w ₅) _{O1} w ₁ + (w ₅) _{O2} w ₂ + (w ₅) _{O3} w ₃ = (w ₅) _{O1} w ₁
C ₃	0	(w ₆) _{O2}	0	(w ₆) _{O1} w ₁ + (w ₆) _{O2} w ₂ + (w ₆) _{O3} w ₃ = (w ₆) _{O2} w ₂
C ₄	0	(w ₇) _{O2}	0	(w ₇) _{O1} w ₁ + (w ₇) _{O2} w ₂ + (w ₇) _{O3} w ₃ = (w ₇) _{O2} w ₂
C ₅	0	0	(w ₈) _{O3}	(w ₈) _{O1} w ₁ + (w ₈) _{O2} w ₂ + (w ₈) _{O3} w ₃ = (w ₈) _{O3} w ₃
C ₆	0	0	(w ₉) _{O3}	(w ₉) _{O1} w ₁ + (w ₉) _{O2} w ₂ + (w ₉) _{O3} w ₃ = (w ₉) _{O3} w ₃
C ₇	0	0	(w ₁₀) _{O3}	(w ₁₀) _{O1} w ₁ + (w ₁₀) _{O2} w ₂ + (w ₁₀) _{O3} w ₃ = (w ₁₀) _{O3} w ₃

Tab. 5 Ricomposizione gerarchica dei criteri

Applicando tale procedimento dall'alto verso il basso, i pesi locali di tutti gli elementi del sistema gerarchico vengono tradotti in *pesi globali*.

Il risultato principale della valutazione è rappresentato dal calcolo dei pesi globali delle *alternative* poste alla base della gerarchia; tali pesi consentono di determinare un ordine di preferenza tra azioni di intervento.

Una generalizzazione dell'approccio gerarchico sopra descritto è rappresentata da una formulazione del modello decisionale secondo l'*Analytic Network Process* (Saaty and Cillo, 2008). Tale metodo è utile al trattamento di problemi decisionali in cui i criteri presentano interrelazioni e feedback: lo sviluppo dell'analisi valutativa consiste dapprima nella comparazione dei diversi obiettivi generali, o *cluster* (classi di criteri), nel nostro caso confrontati a coppie rispetto al perseguimento di ciascuna delle tre dimensioni della sostenibilità - *ambientale, sociale, economica* - nonché dal punto di vista delle stesse *alternative*. Pertanto, in questo caso occorreranno quattro matrici di confronto a coppie dei cluster, ciascuna formulata attribuendo un giudizio di dominanza di un cluster sull'altro, considerando ogni aspetto del problema decisionale: *obiettivi* di sostenibilità e *alternative* di progetto.

A titolo di esempio, supponiamo sia necessario intervenire in un'area urbana per la quale il PRG vigente preveda interventi di riqualificazione con realizzazione di edilizia sociale. Ai fini della scelta della soluzione di intervento preferibile, l'articolazione del problema decisionale potrebbe essere quella descritta nello schema seguente (Tab. 6).

Obiettivi (cluster)	Criteri (nodi)
Alternative di intervento di edilizia residenziale sociale	A1) Riqualificazione degli edifici esistenti A2) Costruzione ex novo e riqualificazione dell'intorno urbano A3) Realizzazione alloggi con parco attrezzato e orti urbani
Aspetti di sostenibilità tecnico-urbanistica e ambientale (O ₁)	C ₁ Rafforzamento connessioni urbane C ₂ Coerenza urbanistica e funzionale-tipologica C ₃ Inserimento armonico nel contesto architettonico C ₄ Mix di destinazioni d'uso C ₅ Integrazione spazi pubblici e privati, fruibilità C ₆ Contenimento consumi idrici ed energetici
Aspetti di sostenibilità sociale (O ₂)	C ₇ Soddisfacimento esigenze abitative C ₈ Coesione, inclusione sociale C ₉ Realizzazione servizi di prossimità C ₁₀ Sicurezza degli spazi pubblici
Aspetti di sostenibilità economico-finanziaria (O ₃)	C ₁₁ Impatto occupazionale dei servizi insediati a favore della comunità C ₁₂ Ottimizzazione uso delle risorse

Tab. 6 Cluster e nodi del problema decisionale

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

L'individuazione delle relazioni di *interdipendenza* tra cluster - o di *feedback* tra gli stessi elementi (*nodi*) di un cluster - rappresenta una fase essenziale ai fini dell'analisi: i confronti a coppie di cluster e nodi saranno sviluppati in base alle relazioni individuate tra gli elementi decisionali. Un esempio di struttura del modello valutativo è riportato nello schema della Figura 2, con le ipotesi delle interazioni tra tutti i cluster: classi dei criteri di sostenibilità e alternative (Bottero et al., 2008).

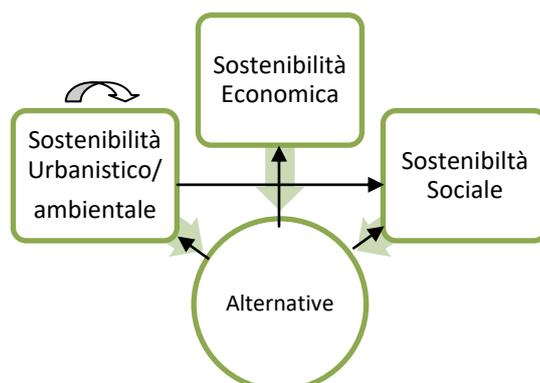


Fig. 2 Network decisionale per la scelta di interventi nel social housing

In questo caso, lo schema di Figura 2 evidenzia che tutti i cluster riferiti ai criteri di sostenibilità influenzano le alternative e che le stesse alternative a loro volta influenzano le tre dimensioni di sostenibilità dell'area urbana; inoltre si ipotizza che il criterio del mix di funzioni (*nodo* C₄, cluster *urbanistico/ambientale*) influenzi la realizzazione di servizi di prossimità (*nodo* C₉, cluster *sociale*), e che il criterio della integrazione tra spazi pubblici e privati (*nodo* C₅, cluster *urbanistico/ambientale*) influenzi la coesione e l'inclusione tra gli abitanti dell'area (*nodo* C₈, cluster *sociale*); si ipotizza infine che esista una relazione di interdipendenza (feedback) tra gli elementi del cluster *urbanistico/ambientale*, in quanto influenzati dal nodo della coerenza urbanistica (*nodo* C₂).

Di seguito si riporta un esempio di matrice di confronto a coppie dei cluster, formulata in relazione al perseguimento degli aspetti di *sostenibilità economica* (Tab. 7). I termini della matrice rappresentano – come per l'approccio AHP – i giudizi di preferenza di un elemento sull'altro e sono assegnati sulla base della scala semantica di Saaty. Nell'ultima colonna le componenti w_i del vettore di priorità dei cluster rappresentano dunque i relativi gradi di importanza, ottenuti dal punto di vista dell'obiettivo O₃.

Sostenibilità economica (O₃)	Alternative	Aspetti di sostenibilità ambientale	Aspetti di sostenibilità economica	Aspetti di sostenibilità sociale	Vettore priorità W
Alternative	1	1/a ₂₁	1/a ₃₁	1/a ₄₁	w ₁ (O ₃)
Aspetti di sostenibilità ambientale	a ₂₁	1	1/a ₃₂	1/a ₄₂	w ₂ (O ₃)
Aspetti di sostenibilità economica	a ₃₁	a ₃₂	1	1/a ₄₃	w ₃ (O ₃)
Aspetti di sostenibilità sociale	a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃	1	w ₄ (O ₃)

Tab. 7 Matrice di confronto a coppie dei cluster

Nel caso in esame dovranno essere formulate quattro matrici di confronto a coppie tra i cluster, formulate in base ai quattro punti di vista: alternative, sostenibilità urbanistico/ambientale, sostenibilità sociale e sostenibilità economica.

I vettori delle priorità così ottenuti formeranno la matrice delle *priorità dei cluster*, formulata rispetto alla finalità generale (goal) della realizzazione di interventi di edilizia sociale (Tab. 8).

Realizzazione Social housing (Goal)	Alternative	Aspetti di sostenibilità ambientale	Aspetti di sostenibilità sociale	Aspetti di sostenibilità economica
Alternative	w ₁ (A)	w ₁ (O1)	w ₁ (O2)	w ₁ (O3)
Aspetti di sostenibilità ambientale	w ₂ (A)	w ₂ (O1)	w ₂ (O2)	w ₂ (O3)
Aspetti di sostenibilità economica	w ₃ (A)	w ₃ (O1)	w ₃ (O2)	w ₃ (O3)
Aspetti di sostenibilità socio-culturale	w ₄ (A)	w ₄ (O1)	w ₄ (O2)	w ₄ (O3)

Tab. 8 Matrice peso dei cluster

Come evidenziato in quest'ultima tabella, l'ultima colonna è rappresentata dai pesi dei cluster ottenuti in riferimento alla sostenibilità economica attraverso la matrice descritta nella Tabella 7.

La fase successiva di approfondimento della valutazione riguarda il confronto tra i *nodi* del network decisionale. A tal fine si formuleranno altre matrici di

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

confronto a coppie, strutturate in base al sistema di relazioni individuato nel modello valutativo (Fig. 2).

Nella successiva tabella si riporta un esempio di matrice di confronto a coppie tra le 3 alternative, considerate dal punto di vista del rafforzamento delle connessioni urbane (nodo C_1), in seno al cluster *urbanistico/ambientale* (Tab. 9); quest'ultimo cluster risulta infatti in relazione di interdipendenza con quello delle alternative (Fig. 2). L'elemento generico a_{ij} rappresenta la dominanza dell'alternativa i sull'alternativa j , rispetto alla esigenza rappresentata dal nodo C_1 .

Rafforzamento connessioni urbane (C_1)	A1	A2	A3	Vettore priorità W_A
A1	1	$1/a_{21}$	$1/a_{31}$	$w_{A1} (C_1)$
A2	a_{21}	1	$1/a_{32}$	$w_{A2} (C_1)$
A3	a_{31}	a_{32}	1	$w_{A3} (C_1)$

Tab.9 Matrice di preferenza delle alternative rispetto al nodo C_1 del cluster urbanistico/ambientale

La successiva tabella rappresenta la matrice di confronto a coppie tra tutti i nodi del cluster di "Sostenibilità urbanistico/ambientale" (O_1), esaminati in relazione al nodo "A2" che rappresenta una delle tre alternative proposte, le quali sono in relazione di interdipendenza con il cluster suddetto. L'elemento generico a_{ij} rappresenta la dominanza del criterio i sul criterio j del cluster, espressa rispetto alla realizzazione dell'alternativa A2 (Tab. 10).

Alternativa (A2)	Rafforzam. connession i urbane	Coerenza urb. e funz/ tipol	Inserimento armonico nel contesto architett.	Mix funz.	Integraz Spazi pubb e priv	Riduz. Cons. Idrici e Energ.	Priorità W_{01}
Rafforzam. connessioni urbane	1	$1/a_{21}$	$1/a_{31}$	$1/a_{41}$	$1/a_{51}$	$1/a_{61}$	$W_1 (A2)$
Coerenza urbanistica funzionale-tipologica	a_{21}	1	$1/a_{32}$	$1/a_{42}$	$1/a_{52}$	$1/a_{62}$	$W_2 (A2)$
Inserimento armonico nel contesto architett.	a_{31}	a_{32}	1	$1/a_{43}$	$1/a_{53}$	$1/a_{63}$	$W_3 (A2)$
Mix funzionale Integraz.	a_{41}	a_{42}	a_{43}	1	$1/a_{54}$	$1/a_{64}$	$W_4 (A2)$
Spazi pubb. e priv.	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	1	$1/a_{65}$	$W_5 (A2)$
Riduzione Consumi Idrici /energ.	a_{61}	a_{62}	a_{63}	a_{64}	a_{65}	1	$W_6 (A2)$

Tab.10 Matrice di preferenza tra i nodi del cluster ambientale confrontati rispetto alla alternativa A2

Sulla base delle relazioni di influenza o dipendenza stabilite nel modello di network decisionale (Fig. 2), si provvede successivamente alla formulazione di una *Supermatrice non pesata*, composta dai vettori delle priorità (w_1, w_2, \dots, w_n) degli elementi decisionali, calcolati attraverso tutti i confronti a coppie formulati nell'analisi (Tab. 11). Tali relazioni sono esplicitate attraverso i blocchi della Supermatrice, dove ciascuna colonna rappresenta l'*autovettore* principale della corrispondente matrice di preferenza dei criteri e delle alternative, formulata in relazione a tutti gli elementi del sistema decisionale coerentemente con le relazioni di influenza esplicitate nella struttura del network. Se non esiste interdipendenza tra due cluster, allora il corrispondente blocco della Supermatrice sarà costituito da elementi nulli (Saaty and Cillo, 2008; Bottero et al., 2008).

Al fine di considerare i vettori delle priorità ottenuti dal confronto tra cluster (matrice delle priorità dei cluster, Tab. 7), il metodo ANP prevede di calcolare la *Supermatrice pesata*, moltiplicando i valori della matrice non pesata per il peso di ciascun cluster, dedotto attraverso la matrice riportata in Tabella 8. Tale supermatrice risulta essere di tipo stocastico poiché *la somma dei valori contenuti in ciascuna colonna conduce all'unità* (Bottero et al., 2008, p. 57).

A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)

Goal	A1	A2	A3	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
A1	0	0	0	W _{A1(C1)}	W _{A1(C2)}	W _{A1(C3)}	W _{A1(C4)}	W _{A1(C5)}	W _{A1(C6)}	W _{A1(C7)}	W _{A1(C8)}	W _{A1(C9)}	W _{A1(C10)}	W _{A1(C11)}	W _{A1(C12)}
A2	0	0	0	W _{A2(C1)}	W _{A2(C2)}	W _{A2(C3)}	W _{A2(C4)}	W _{A2(C5)}	W _{A2(C6)}	W _{A2(C7)}	W _{A2(C8)}	W _{A2(C9)}	W _{A2(C10)}	W _{A2(C11)}	W _{A2(C12)}
A3	0	0	0	W _{A3(C1)}	W _{A3(C2)}	W _{A3(C3)}	W _{A3(C4)}	W _{A3(C5)}	W _{A3(C6)}	W _{A3(C7)}	W _{A3(C8)}	W _{A3(C9)}	W _{A3(C10)}	W _{A3(C11)}	W _{A3(C12)}
C1	W _{1(A1)}	W _{1(A2)}	W _{1(A3)}	0	W _{1(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C2	W _{2(A1)}	W _{2(A2)}	W _{2(A3)}	0	W _{2(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	W _{3(A1)}	W _{3(A2)}	W _{3(A3)}	0	W _{3(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C4	W _{4(A1)}	W _{4(A2)}	W _{4(A3)}	0	W _{4(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C5	W _{5(A1)}	W _{5(A2)}	W _{5(A3)}	0	W _{5(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C6	W _{6(A1)}	W _{6(A2)}	W _{6(A3)}	0	W _{6(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C7	W _{7(A1)}	W _{7(A2)}	W _{7(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C8	W _{8(A1)}	W _{8(A2)}	W _{8(A3)}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
C9	W _{9(A1)}	W _{9(A2)}	W _{9(A3)}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C10	W _{10(A1)}	W _{10(A2)}	W _{10(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C11	W _{11(A1)}	W _{11(A2)}	W _{11(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C12	W _{12(A1)}	W _{12(A2)}	W _{12(A3)}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tab.11 Esempio di matrice non pesata

Successivamente, le priorità finali delle alternative e dei criteri saranno dedotte attraverso il calcolo della *Supermatrice limite*, moltiplicando la *Supermatrice pesata* per se stessa un numero di volte tendente a infinito ($\lim_{n \rightarrow \infty} W^n$), in modo da *catturare l'influenza di ogni elemento decisionale su tutti gli altri* (Bottero et al., 2008, p. 58). Le colonne della matrice ottenuta sono costituite da uno stesso vettore che rappresenta il vettore priorità finale degli elementi del modello decisionale, da cui emergerà la scelta preferibile (Saaty and Cillo, 2008; Bottero et al., 2008).

4 Conclusioni

Le strategie nazionali sullo sviluppo urbano e gli orientamenti europea in tema di Agenda urbana pongono l'attenzione sul ruolo della valutazione di progetti, piani e programmi. Partecipazione della collettività alle scelte pubbliche, coordinazione tra attività e fasi progettuali interdipendenti e interagenti, continuità nell'aggiornamento degli obiettivi conseguiti e confronto con i risultati attesi rappresentano alcuni principi di pianificazione essenziali in un contesto dinamico e complesso come quello rappresentato dai sistemi urbani e territoriali (cfr. Saaty and Vargas, 1991, p. 8). In tale prospettiva, il presente contributo propone l'impiego di una impostazione metodologica multicriteri per un approccio *integrato* e concertativo al tema della realizzazione di interventi di social housing, considerando le diverse componenti di sostenibilità dello sviluppo di un sistema urbano. Tali dimensioni, considerate nelle loro possibili interazioni, dovrebbero essere tenute sempre presenti nelle scelte di intervento e programmazione per la rigenerazione urbana. Gli algoritmi matematici che sottendono gli approcci di analisi *gerarchica* e a *rete* sono impiegati per interpretare l'eterogeneità e complessità delle variabili in gioco e gli esiti dei processi inclusivi in corso nella realtà territoriale indagata.

Interessanti prospettive di ricerca riguardano l'applicazione dei suddetti approcci valutativi a casi studio riferiti ai quartieri oggetto di pianificazione

sociale. L'analisi riguarderà le recenti proposte di social housing nella città di Pescara (Italy), e in particolare la trasformazione urbana che si prevede di realizzare mediante il Programma Integrato di sviluppo urbano (PISU) relativo alla zona sud-ovest della città, la cui rivitalizzazione è stata avviata mediante il Programma di Iniziativa Comunitaria (PIC) Urban 2.

Bibliografia

- Agenzia del Demanio (2015). Obiettivi, progetti e prospettive sul patrimonio immobiliare pubblico per far crescere l'Italia (<http://www.agenziademanio.it>)
- Bottero, M.; Lami, I.M. and Lombardi, P. (2008). *Analytic Network Process. La valutazione di scenari di trasformazione urbana e territoriale*. Firenze: Alinea Editrice
- Cecchini, A. Plaisant, A (2005). *Analisi e modelli per la pianificazione: teoria e pratica: lo stato dell'arte*. Franco Angeli
- Cecodhas Housing Europe (2012). *The Housing Europe Review 2012*
- Cecodhas Housing Europe (2015). *The State of Housing in the EU 2015*
- Comitato Interministeriale per le Politiche Urbane (2013). *Metodi e contenuti sulle Priorità in tema di Agenda Urbana* (<http://www.programmazioneeconomica.gov.it/2016/06/16/politiche-urbane/>)
- ISPRA Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (2014). *L'ambiente urbano: conoscere e valutare la complessità* (<http://www.isprambiente.gov.it/it/pubblicazioni/>)
- Ministero per la Coesione territoriale (2012). *Metodi e obiettivi per un uso efficace dei fondi comunitari 2014-2020* (<http://www.dps.tesoro.it/view.asp>)
- Ronzoni, M.R.; Roda, R. and Monti, C. (2002). *Costruire sostenibile: l'Europa*. Firenze: Alinea Ed.
- Saaty, T.L. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill
- Saaty, T.L. and Kearns, K.P. (1985). *Analytica Planning*. Pittsburg: RWS Publications
- Saaty, T.L. (1994). *How to make a decision: the analytic hierarchy process*, *Interfaces*, Vol. 24, No. 6, pp.19–43.
- Saaty, T.L. and Vargas, L.G. (1991). *The Logic of Priorities*. Pittsburg: RWS Publications
- Saaty, T.L. and Vargas, L.G. (2000). *Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process*, Boston: Kluwer Academic Publishers
- Saaty, R.W. (2003). *Decision making in complex environments, Tutorial Superdecisions*
- Saaty, T.L. & Cillo B., (2008). *The Encyclicon. Vol.2. A dictionary of complex decisions using the Analytic Network Process*. RWS Publications

The Social Status of the Artist in the Fifteenth Century: Art and Mathematics

Georgeta Fudulache

Docente Arte e Immagine
I. C. Don Dossetti, Via Del Cristo, 12 - 42025 Cavriago (RE)
gefudulache@yahoo.it

Received on: 01-12-2016. **Accepted** on: 25-12-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.291



© Georgeta Fudulache

Abstract

In the fifteenth century it begins the change of status of the artist, metamorphosis that is to pass from the condition of craftsman to that of artist. The different parallel that are made during that time between painting and poetry, mathematical content regarding the artwork, represent aspects used by the artists to demonstrate the intellectual character of their art.

Keywords: art and mathematics, fifteenth, perspective, workshop, arts and crafts.

Sunto

Nel Quattrocento inizia il cambiamento dello status dell'artista, metamorfosi che consiste nel passaggio dalla condizione di artigiano a quella di artista. I diversi paralleli che si fanno in quel periodo tra pittura e poesia, i contenuti matematici inerenti l'opera d'arte, rappresentano aspetti usati dagli artisti stessi per dimostrare il carattere intellettuale della loro arte.

Parole chiave: arte e matematica, Quattrocento, prospettiva, bottega, arte e artigianato

1. Arte e Matematica

I tentativi delle arti figurative di essere assimilate alle arti liberali non si accontentano, come si poteva verificare sin dal Trecento, solamente della corrispondenza tra queste e la poesia.

Nel Quattrocento appare una nuova visione dell'attività artistica, poiché iniziava ad essere vista come una scienza, dati gli studi di ottica e di geometria dei primi pittori del Quattrocento e l'apparizione dei trattati sulla prospettiva matematica come tema principale.

Quindi assimilare le arti figurative alle arti liberali era possibile anche attraverso la matematica e la geometria.

In questo senso Federico da Montefeltro scrive su Luciano Laurana:

„Quelli uomini noi giudichiamo dover essere onorati e commendati? li quali si trovano essere ornati di ingegno e di virtù, e massime di quelle virtù che sempre sono state in prezzo appresso gli antichi e i moderni, come la virtù dell'architettura fondata in arte dell'aritmetica e geometria, che sono delle sette arti liberali e delle principali, perché sono in primo graducertituninis, e arte di gran scienza e di grande ingegno da noi molto stimata et apprezzata".¹

In questo caso la superiorità dell'artista dipende dal senso delle proporzioni, qualità che manca ai profani. Riferendosi a questo senso delle proporzioni², gli artisti dell'antichità emettono la seguente conclusione:

"Il senso intuitivo delle proporzioni, da cui gli artisti dell'antichità e del Rinascimento furono quasi ossessionati, significa in realtà la conoscenza delle misteriosi leggi secondo le quali Dio aveva creato l'uomo."³

Questo è un elemento che milita per l'idea del *divino artista*. Nella classifica umanista delle arti, la prospettiva come scienza del visuale era considerata una disciplina filosofica situata in una posizione subordinata rispetto a quelle quattro arti del quadrivio:aritmetica, geometria, musica e astronomia. Il suo scopo era quello di studiare i fenomeni dal punto di vista fisico e gnoseologico.

Il Medioevo conosce i principi della prospettiva attraverso la cultura islamica, il principale veicolo di trasmissione della cultura greca nel mondo occidentale. Già alla fine del Trecento e gli inizi del Quattrocento, a Firenze si parlava di prospettiva. Si parla di prospettiva come scienza del visuale perché a Firenze è presente lo Studio di uno dei più importanti filosofi prospettivi del tempo, Biagio Pelacani di Parma. Si parla di prospettiva tenendo presente i maestri d'abaco che rappresentavano il ponte di collegamento tra le speculazioni filosofiche e le applicazioni pratiche dell'ottica. Lo stesso, si

¹ Giovanni Gaye, *Carteggio inedito d'artisti dei secoli XIV, XV, XVI*, Edizioni Giuseppe Molini, Firenze, M DCCXL p. 169.

²Ernst Kris e Otto Kurz, *La leggenda dell'artista*, Edizioni Bollati Boringhieri, Torino, 2005, pp.90-91

³*Ibidem*, p. 91

parlava di prospettiva come tecnica della rappresentazione, date le sperimentazioni pittoriche della scuola di Giotto.

Biagio Pelacani scrive *Le quaestione sperspectivae* a Firenze dove è stato invitato ad insegnare filosofia naturale verso la fine del Trecento. Il contenuto del trattato rappresenta il tema dei dibattiti svolti alla villa Paradiso degli Alberti a Firenze, dove, nel 1389, più luminari si incontravano lì, come racconta Giovanni Gherardi da Prato nel *Il Paradiso degli Alberti*.

Nel suo trattato, Pelacani parla del fenomeno della visualizzazione da una prospettiva filosofico-matematica, ponendo le basi della conoscenza visuale.⁴

A questa interpretazione del fenomeno si arriva durante il Trecento tramite delle conoscenze teoretiche. All'inizio del Duecento lo studio della luce e della percezione visuale, avveniva insieme allo studio della metafisica aristotelica e all'ottica euclidea, escludendo ogni implicazione psicologica nella percezione delle grandezze.

A Pelacani va il merito di aver rivisitato i principi euclidei e riformato l'assioma sul rapporto tra angolo ottico e grandezza apparente. Le sue teorie hanno come supporto uno dei testi fondamentali del Medioevo sull'ottica, cioè il trattato *De Aspectibus* di Alhazen, che è stato tradotto per la prima volta in volgare verso la fine del Trecento. La traduzione di questo trattato può essere considerato anche un indizio che vari aspetti della percezione visuale, come quelli collegati alla prospettiva, presentano un certo interesse anche fuori dai cerchi colti universitari.⁵

L'assimilazione delle arti figurative dalle arti liberali attraverso la matematica, ha rappresentato il tema centrale della mostra: *Piero della Francesca. Il disegno tra arte e scienza*, sviluppata nel 2015 a Reggio Emilia presso Palazzo Magnani. In questa mostra Piero della Francesca è stato presente anche come matematico. Così, si sono ritrovati dopo mezzo millennio l'intero corpus grafico e teorico di Piero della Francesca: il trattato *De Prospettiva Pingendi*, uno dei più importanti studi sulla prospettiva, i due scritti *Libelus de quinque corboribus regulabilis* e *Arhimede*, alcune scritte in italiano, le altre in volgare.

1. Prospettiva come scienza filosofica

Nel mondo latino, i filosofi che si sono occupati delle principali teorie della percezione visuale sono: Lucrezio, Cicerone e Gemino; la rivalutazione del mondo classico da parte degli uomini del Rinascimento non si fa soltanto attraverso le scienze umanistiche, ma anche dal punto di vista delle scienze

⁴Filippo Camerota, *La prospettiva del Rinascimento. Arte, architettura, scienza*, Edizioni Mondadori Electa, Milano, 2006, p. 21

⁵*Ibidem*.

esatte. In parte queste conoscenze vengono trasmesse anche durante il Medioevo.

Le conoscenze di ottica dal mondo antico arrivano nel Medioevo tramite gli studi pervenuti dal mondo islamico dell'ottica euclidea.

Attraverso le traduzioni dall'arabo si conoscono dei testi fondamentali come *Elementi* di Euclide e *Almagesto* e *Optica* di Ptolomeu (Tolomeo).

La ripresa degli studi sull'ottica verso la fine del IX secolo, conosce uno sviluppo importante dato dalle nuove scoperte di anatomia presenti nella medicina araba. Il miscuglio di conoscenze oculistiche e gnoseologiche (Avicenna e Averroè), quanto le più avanzate conoscenze di ottica, hanno condotto Alhazen ad elaborare le sue teorie. Queste teorie saranno un punto di riferimento per tutto il Medioevo. La teoria della percezione visiva ha alla base l'idea della rifrazione delle onde luminose all'interno dell'occhio.⁶ L'opera di Alhazen si presume che sia stata tradotta in latino da Gherardo da Cremona nel XII secolo.

L'ipotesi della formazione delle immagini sul cristallino per effetto della luce, determina una serie di studi che nel secolo XIII registra nel mondo latino la nascita della prospettiva come scienza filosofica.

Un interesse metafisico per la luce, che però non è stato decisivo negli studi sulla prospettiva, si manifesta nel piano dei dibattiti filosofico-religiosi, specialmente nell'ambito della corrente di pensiero neoplatonica, che riprende il concetto di luce come metafora della creazione, della natura di Dio. Un contributo importante nel conciliare le esigenze della scienza con quelle della religione, lo ha dato il vescovo di Lincoln, Robert Grosseteste (1168-1253). Nel suo studio, *Diiride*, Grosseteste sviluppa l'idea che la luce rappresenta l'intermediario tra Dio e la creazione, in questa spiegazione ritrovasi il campo delle ricerche sulla prospettiva. Quindi, anche se il problema era di ordine spirituale, questo poteva essere affrontato e compreso con mezzi indicati dall'ottica geometrica. Il sapere, per Roger Bacon ha una doppia natura, una spirituale e un'altra materiale; l'esperienza esterna porta verso la conoscenza della natura interna spirituale che conduce alla conoscenza della verità. L'esperienza esterna si basa sul senso della vista, quindi la prospettiva si configura come una scienza della natura. L'immagine veniva interpretata come il risultato di una modifica della materia sotto l'azione di alcuni agenti esterni, quali la luce e il colore che agivano secondo le leggi dell'ottica e della geometria, tramite una propagazione diretta, portando l'immagine al cristallino e da qui al cervello.

Allo *studium* di Oxford (e all'ordine francescano) apparteneva anche John Peckham (1230-1292) l'autore dello studio *Perspectiva communis*, che conosce una grande diffusione nel Cinquecento, essendo stampato sia in latino che in italiano da Giovanni Paolo Galluci. Prima di diventare vescovo di Canterbury,

⁶*Ibidem*, p. 15.

Peckham scrisse *Tractatus de perspectiva* destinato fondamentalmente alla scuola francescana.⁷

Degli stessi problemi di prospettiva si è occupato anche Domenico da Chivasso, anch'egli attivo a Parigi nella seconda metà del IV secolo. I suoi scritti *Questiones su perperspectivam* si presentano come un commentario al trattato *De aspectibus* di Alhazen. Il suo contributo è importante in quanto egli mette le arti della prospettiva tra le arti del Quadrivio, dopo l'aritmetica e geometria, prima dell'astronomia e della musica.

Adottare la matematica come modello scientifico della natura appare in un momento in cui l'aritmetica e la geometria incominciano a diventare il centro di interesse della nuova società mercantile. Vedere in funzione di un ragionamento logico, misurare con l'aiuto della vista, sono concetti adottati da quei filosofi *perspectivi* che si sono avvicinati verso la fine del XIV secolo con un tipo di interpretazione matematica della capacità visiva. Essi consideravano la vista come una capacità di misurare le forme. Altrettanto questi filosofi attribuivano alla vista un doppio ruolo, condiviso anche dai teorici che affrontano il problema della prospettiva nel Rinascimento, cioè la capacità di "sentire con la vista", di percepire o di discernere con la vista, che non è altro che misurare.⁸

Il nesso tra il pensiero filosofico matematico e l'attività dei primi artisti del Rinascimento interessati ad introdurre la prospettiva nelle loro opere, si potrebbe ritrovare nell'attività dei maestri dell'abaco, attività situata a metà strada tra le speculazioni filosofiche e la pratica artistica. Tra le materie che si studiavano nelle *botteghe d'abaco*, c'era anche la prospettiva dei filosofi, ma anche la prospettiva di Alhazen destinata alla *misurazione con la vista*.⁹

„Il divario tra l'attività puramente speculativa dei filosofi e gli interessi pratici degli artisti necessita di un elemento di connessione che a mio parere può essere individuato nell'attività dei maestri abachisti, la cui disciplina si colloca a metà strada tra la speculazione filosofica e la pratica dell'arte."¹⁰

Nelle botteghe dell'abaco studiavano matematica i futuri commercianti ma anche gli artisti, specialmente quelli che desideravano approfondire i segreti dell'architettura. Il profilo tipico dell'artista di quei tempi era *l'artifexpolytechnes*, che doveva conoscere sia l'architettura, che la scultura e la pittura, in base alle esigenze. I maestri conoscevano molto bene le arti del Quadrivio e la loro applicazione, ereditate dalla matematica islamica e da quella greco - alessandrina. Ad esempio un metodo per misurare un'altezza inaccessibile, era quella di misurare la sua ombra sul terreno nel momento in

⁷ Filippo Camerota, *op. cit.*, p. 19.

⁸ *Ibidem*, p. 22.

⁹ *Ibidem*, p. 23.

¹⁰ *Ibidem*, p. 23.

cui i raggi del sole erano inclinati a 45° e si era sicuri che l'ombra era uguale all'altezza dell'oggetto.¹¹

La conoscenza della matematica araba si fa in Spagna islamica nei secoli X -XIII, ed una corretta interpretazione dei testi era affidata ad eruditi cristiani, ebrei o arabi. Un importante centro di diffusione della cultura islamica era la scuola fondata da Federico II a Palermo, luogo dove il pisano Leonardo Fibonacci si distingueva come una delle menti più abili, a lui andava il merito di aver introdotto l'utilizzo dell'abaco, facendo così conoscere le conquiste della matematica araba al di fuori dei monasteri.¹²

Il cambio di visione sulla pittura trova un importante punto di partenza nelle prediche di San Francesco, dato il loro contenuto terreno, tangibile, ancorato ad una realtà immediata. Così la contemplazione del divino come trascendenza degli eventi mondani, necessita una revisione radicale, il divino doveva essere completato voltando lo sguardo verso la creazione divina, cioè verso l'uomo e verso la natura e di conseguenza di rappresentare le forme del creato in modo oggettivo.¹³

In questo contesto la creazione della natura intesa come specchio del creato faceva scaturire dei problemi di ordine gnoseologico legati alla percezione delle forme, della luce, dei colori. Non è un caso che gli studi più importanti sull'ottica e sulla prospettiva sono svolti da Robert Grosseteste, Roger Bacon și John Peckham che appartenevano tutti all'ordine francescano.

2. Prospettiva come base nello studio delle arti

L'interesse dei pittori per la prospettiva si manifesta specialmente nei primi decenni del Quattrocento, ma è molto probabile che sin dal Trecento in bottega incominciano ad essere conosciuti certi principi di ottica allorquando inizia a consolidarsi l'interesse per una realizzazione sempre più realistica. Questo interesse è introdotto da Giotto, e come abbiamo già ricordato, la sua pittura risente l'influenza del pensiero francescano. Dopo il periodo iconoclasta e dopo l'astrazione bizantina, il pensiero teologico dell'ordine dei Mendicanti favorisce anch'esso uno sviluppo figurativo che conosce la sua piena maturità nel periodo rinascimentale.

L'interesse degli artisti per il modo in cui si vedono le forme, rappresenta una corrispondenza con il pensiero filosofico e matematico di quel periodo. Le proporzioni, l'utilizzo del chiaroscuro, la rappresentazione dello spazio tridimensionale, sono aspetti che raggiungono e richiedono un alto livello di conoscenza e destano un interesse significativo tra gli artisti. Non solo Giotto,

¹¹*Ibidem*, p. 25.

¹²*Ibidem*, p. 26.

¹³*Ibidem*, p. 40.

di cui Vasari dice che *rimutò l'arte del dipingere di greco in latino*¹⁴, ma anche i suoi discepoli tra cui si trova anche Stefano Fiorentino, soprannominato "scimmia della natura", in quanto dimostrava una grande abilità per imitare la natura, contribuisce ad introdurre quel cambiamento radicale che sarà il Rinascimento.¹⁵

Giotto adotta uno schema convergente, uno schema dove le linee di fuga convergono in un unico punto situato sull'asse centrale.¹⁶ Nella rappresentazione degli edifici, Giotto usa le proiezioni parallele utilizzate nell'antichità. Sperimenta la prospettiva con un unico punto di fuga, ma anche delle composizioni con più punti di fuga.

In base alla sua posizione sulla scala della scienza, ogni arte può definire il suo grado di nobiltà, così per esempio Leonardo stabilisce che la pittura è superiore alla scultura perché ha alla base il disegno che per egli significa la base di qualsiasi rappresentazione naturale.¹⁷

Giotto viene considerato il patriarca della pittura moderna, in quanto è il primo ad introdurre la pittura *latina* e la prospettiva, anche se si tratta di unaprospettiva empirica. La prospettiva empirica utilizzata da Giotto e il nuovo stile di dipingere, cambiano radicalmente la strada della pittura, anche prima dell'introduzione della prospettiva matematica, che è un'invenzione del Quattrocento. Così quando Masaccio dipinge la Trinità verso il 1427, lo stesso periodo quando Donatello e Ghiberti realizzavano i loro bassorilievi, si può individuare una coerenza assomigliante alla prospettiva matematica nella modalità presente negli affreschi di Masaccio, dove ogni elemento rappresentato è governato da un unico punto di fuga, il rapporto tra le figure ben proporzionato e la diminuzione graduale delle forme nella visione prospettica sembrava perfettamente misurata.¹⁸

Brunelleschi, l'artista considerato l'inventore della prospettiva matematica, ha una preparazione sia matematica, che umanistica; insieme a Donatello studia l'Antichità classica, frequenta i cerchi letterari, studia Dante e compone dei versi, tutto questo genera gli apprezzamenti dei suoi contemporanei. Così, Niccolò Niccoli lo chiamava, anche se con un leggero sarcasmo, "filosofo senza libri", e Domenico da Prato lo definiva "prospettivo, ingegnoso uomo."¹⁹ L'appellativo di "*prospettivo*" è sicuramente connesso allo sperimento delle due tavolette di legno con le quali Brunelleschi dimostra la modalità della rappresentazione prospettiva lineare.

¹⁴Riferimento all'abbandono dello stile gotico-bizantino e adottare la strada del naturalismo della rappresentazione.

¹⁵ Filippo Camerota, *La prospettiva del Rinascimento. Arte, architettura, scienza*, ed. cit., p. 35.

¹⁶*Ibidem*, p. 36.

¹⁷ Franco Fanizza, *Libertà e servitù dell'arte*, Edizioni Dedalo Libri, Bari, 1972, p. 162.

¹⁸Filippo Camerota, *op. cit.*, p. 58.

¹⁹*Ibidem*, p. 60.

Gli studi di Brunelleschi nell'ambito della prospettiva hanno un impatto memorabile nella cerchia umanista dell'epoca, almeno tra gli umanisti sensibili verso i temi dell'ottica.²⁰

Il legame tra ottica e prospettiva era stata affrontata anche da Cennino Cennini nel suo *Libro dell'arte*, dove fa dei riferimenti al disegno prospettico, ma questi riferimenti sembrano di non essere considerati abbastanza significativi da Ghiberti, il quale considera che la prospettiva appartiene alla pittura e che è l'invenzione di Brunelleschi, argomento sostenuto anche da Filarete.²¹

"E veramente credo che in questo modo Pippo di ser Brunellesco inventò la prospettiva, la quale precedentemente non si era mai usata (...) Benchè gli antichi fossero acuti e sottili essi non conobbero la prospettiva. Usarono certamente buona discrezione nel dipingere, ma non rappresentavano le cose nel quadro con queste ragioni da noi ritrovati."²²

Leon Battista Alberti nel trattato *De pictura* al quale allega un libello complementare intitolato *Elementa picturae*, considera che certi termini del linguaggio geometrico sono destinati ad introdurre e familiarizzare il pittore con l'universo della geometria elementare. Così come quello che imparava a scrivere e leggere, inizia con gli elementi di base, cioè la forma delle lettere, lo stesso anche il pittore doveva iniziare con lo studio delle forme geometriche. Alberti sosteneva che l'artista che non comprendeva la geometria, non comprendeva nemmeno la pittura.

Oltre questi scritti, da Alberti arrivano anche certi esperimenti destinati a dimostrare gli effetti sorprendenti della prospettiva geometrica, utilizzando in questo senso delle scatole ottiche che egli stesso costruisce, dove si possono vedere due immagini in una visione prospettica estremamente profonda.

L'assimilazione dello spirito umanista dell'epoca, l'assimilazione delle novità artistiche fiorentine degli anni '30 del XV secolo, si ritrovano anche in Piero della Francesca, il protagonista non-fiorentino della prospettiva rinascimentale. Egli scrive per gli artisti il trattato *De perspectiva pingendi*. Il trattato rappresenta un vero manuale di disegno prospettico. A differenza di Leon Battista Alberti, il cui trattato manca di illustrazioni (una scelta consapevole, in quanto Alberti partiva dalla convinzione umanista che tutto poteva essere spiegato con l'ausilio della scrittura), il trattato di Piero della Francesca contiene tutti i disegni relativi alle spiegazioni teoriche.

Si presume che il trattato di Piero della Francesca è stato scritto per Federico da Montefeltro, essendo noto che in quelli anni si realizzavano a Firenze i famosi pannelli intarsiati per Federico, pannelli che fanno vedere un buon utilizzo della prospettiva. Addirittura gli intarsiatori sono nominati frequentemente come "maestri della prospettiva", aspetto che fa dell'arte

²⁰*Ibidem*, p. 60.

²¹*Ibidem*, p. 61

²²*Ibidem*, p. 61.

dell'intarsia una specializzazione che non poteva più essere considerata come un ramo degli arti meccaniche, ma doveva essere collocata su un piano superiore. In modo sicuro, la frequenza con la quale i disegni di Piero della Francesca appaiono nelle tarsie del Quattrocento si spiega anche attraverso il fatto che il pittore era buon amico con gli intarsiatori Lorenzo e Cristoforo Lendinara.²³

In *De prospectiva pingendi*, Piero della Francesca trasferisce i problemi sulle proporzioni matematiche euclidea nella rappresentazione pittorica.²⁴ Una caratteristica degli studi di Piero della Francesca è data dal fatto che nello stesso tempo l'autore sembra rigoroso e prolisso²⁵, questo aspetto deriva dal fatto che era sia matematico che artista.²⁶ Altri scritti di Piero della Francesca sono ripresi e ripubblicati da Luca Pacioli in *Summa de aritmetica*, nel 1491. Questo trattato rappresenta l'opera più vicina che ci può informare sui rapporti tra arte e cultura matematica, evidenziando l'interesse degli artisti e degli architetti per le discipline dell'abaco.²⁷

Tutti questi interessi da parte di Piero della Francesca per lo studio della matematica, determinano il fatto che all'epoca egli veniva considerato un matematico importante, così come appare raffigurato in un dipinto del tardo Rinascimento.

Conclusioni

Gli obiettivi che ci siamo preposti in questo studio hanno avuto come soggetto il legame tra matematica e arte come uno dei fattori determinanti che incide sul passaggio dallo stato di artigiano a quello di artista.

Abbordando questi aspetti da una prospettiva sociale, abbiamo osservato che la situazione dell'artista nel Quattrocento presenta moltissimi punti in comune con quella dell'artigiano e facciamo riferimento al fatto che la sua attività era organizzata allo stesso modo come quella dell'artigiano, che doveva appartenere ad una corporazione come tutti gli artigiani, che doveva seguire e superare un periodo di apprendistato nella *bottega* senza la quale non poteva esercitare la sua professione, ma soprattutto perché il prezzo delle opere realizzate era calcolato con gli stessi criteri dell'artigiano. Questa era la situazione in cui si trovava l'artista all'inizio del XV secolo in Italia, e i cambiamenti che avvengono nel suo *status* sono gradualmente, con innalzamenti e ricadute, con diatribe difficili da risolvere, in modo che appena verso la fine del Quattrocento possiamo parlare di un cambiamento realmente evidente nello status dell'artista.

²³Filippo Camerota, *op. cit.*, p. 98.

²⁴*Ibidem*, p. 97

²⁵*Ibidem*, p. 95

²⁶*Ibidem*, p. 95.

²⁷*Ibidem*, p. 99.

Per comprendere questo cambiamento vanno analizzati gli aspetti definatori per le attività artistiche svolte in *bottega*: i programmi iconografici che spesso erano il risultato dell'accordo tra l'artista e il committente, dove l'ultimo poteva specificare persino i particolari che dovevano essere presenti nell'opera. Questo aspetto si spiega attraverso il fatto che il periodo di formazione degli artisti è l'apprendistato che si svolge in *bottega*, e non lo studio in una istituzione che gli permetta l'acquisizione di quel tipo di conoscenze nel campo delle scienze umaniste.

La formazione e l'istruzione dell'artista come persona colta avrà luogo molto più tardi, con l'apparizione delle accademie come forma istituzionale di studio per gli artisti. Fino a quel momento invece, l'artista porta una lotta difficile per accedere ad un certo sapere, per dimostrare il carattere intellettuale intrinseco al suo lavoro, per dimostrare l'appartenenza delle arti visuale al molto elogiato mondo delle arti liberali e il distacco dalla gilda. L'artista cerca di essere l'amico degli umanisti, di studiare e superare la propria condizione. Tra questi due versanti, tra le regole delle gilde e il desiderio di essere l'unico creatore delle proprie opere, si svolge la lotta dell'artista con se stesso e con la società.

In questo contesto le analogie tra la pittura e la poesia sintetizzata con la metafora *ut pictura poesis* e l'analogia tra l'arte e la matematica hanno il ruolo di sottolineare gli sforzi propri degli artisti nel dimostrare il carattere intellettuale del loro lavoro.

Studiare il passato con metodi innovativi e con l'occhio del contemporaneo, lo si può fare correlando eventi culturali ed artistici corrispondenti come contenuto alle tematiche prese in considerazione, in una visione originale come nel caso delle esposizioni che hanno come soggetto aspetti quali : il mondo delle *botteghe*, del mecenatismo, continuando con l'illustrazione dei temi neoplatonici o con le analogie tra l'arte e la matematica.

Bibliografia

Baxandall, Michael, *Pittura ed esperienze sociali nell'Italia del Quattrocento*, a cura di Maria Pia e Pier Giorgio Dragoni, Edizioni Einaudi, Torino, 1978

Bernacchioni, Annamaria, *Maestri e botteghe, Pittura a Firenze alla fine del Quattrocento*, Silvana Editoriale, Milano, 1992

Blunt, Anthony, *Le teorie artistiche nell'Italia dal Rinascimento al Manierismo*, Edizioni Einaudi, Torino, 2001

Bouleau, Charles, *Geometria secreta a pictorilor*, Editura Meridiane, București, 1979

Camerota Filippo, *La prospettiva del Rinascimento. Arte, architettura, scienza*, ed. Mondadori Electa,

Chastel, André, *Artistul*, în vol. *Omul Renașterii*, coord. Eugenio Garin, editura Polirom, Iași, 2000

Fanizza Franco, *Libertà e servitù dell'arte*, Edizioni Dedalo Libri, Bari, 1972

Gaye Giovanni, *Carteggio inedito d'artisti dei secoli XIV, XV, XVI*, Edizioni Giuseppe Molini, Firenze, M DCCXL

Goldthwaite, Richard, *L'Economia della Firenze rinascimentale*, Edizioni Il Mulino, Bologna, 2013

Hausser, Arnold, *Storia sociale dell'arte*, vol. I, vol. II, Edizioni Einaudi, Torino, 1956; 2001

Kris Ernst. e Kurz Otto, *La leggenda dell'artista*, Edizioni Bollati Boringhieri, Torino, 2005

Wackernagel, Martin, *Il mondo degli artisti nel Rinascimento fiorentino. Commitenti, botteghe e mercato dell'arte*. Editore Carocci, Roma, 2013

Construction of the Tangent to a Cycloid Proposed by Wallis and Fermat

Loredana Biacino

Dipartimento di Matematica ed Applicazioni
Università Federico II, Napoli
loredana.biacino2@unina.it

Received on: 01-09-2016. **Accepted** on: 22-09-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.293



© Loredana Biacino

Abstract

In this paper some methods used in the XVII century for the construction of the tangents to a cycloid in a point are exposed: the kinematical method employed by Roberval, the classical geometrical method used by Wallis and the Fermat's construction as a consequence of his tangents method.

Keywords: Cycloid. Tangent to a curve. Kinematical method of tangents. Tangents method by Fermat.

Sunto

In questo lavoro sono esposti vari metodi in uso nel '600 per la costruzione della tangente ad una cicloide in un suo punto: il metodo cinematico impiegato da Roberval, il metodo geometrico classico usato dal Wallis e la costruzione di Fermat come conseguenza del suo metodo delle tangenti.

Parole Chiave: Cicloide, Tangente ad una curva, Metodo cinematico delle tangenti, Metodo delle tangenti di Fermat.

1. Introduzione

E' ben noto che la cicloide è la curva descritta da un punto di una circonferenza quando la circonferenza stessa rotola su una retta. Il segmento di tale retta compreso tra due punti consecutivi in cui il punto ruotante viene a trovarsi su di essa è detto base della cicloide. Nonostante la sua semplice definizione e nonostante la si possa trovare facilmente in natura, basti pensare alla curva tracciata da un chiodo che sporge dalla ruota di un carro graffiando un muro, non se ne trova cenno negli scritti dell'antichità: il primo che se ne occupò e la considerò oggetto degno di studio fu Galileo, che intuì che l'area sotto la curva era tripla dell'area del cerchio generatore; Galileo però non riuscì a dimostrare geometricamente questa sua congettura: pensò quindi di ritagliare un cartone il cui contorno era formato dalla cicloide e dalla sua base e di pesarlo: il risultato di quell'operazione gli forniva un rapporto col cerchio sempre inferiore a tre, per cui gli venne il sospetto che quel rapporto fosse irrazionale. Decise allora di abbandonare tale studio ma esortò gli altri matematici a risolvere in qualche modo quella questione. Se ne occupò Evangelista Torricelli (1608-1647), affezionato discepolo di Galilei. Galilei aveva posto però la questione della curva anche a padre Mersenne a Parigi: tramite Mersenne, Gilles Personne de Roberval (1602-1675) nel 1629 venne a conoscenza della curva e dei problemi ad essa legati (area sotto la curva, baricentro della regione sotto la curva, lunghezza della curva, tangenti alla curva).

Sia Torricelli che Roberval risolsero gran parte dei problemi legati alla curva, in modo indipendente. Torricelli pubblicò la soluzione del problema dell'area nelle sue Opere Geometriche, del 1644, fornendo tre diverse dimostrazioni che l'area sotto la cicloide è il triplo del cerchio generatore, due basate sulla teoria degli indivisibili e la terza basata invece sul metodo di esaustione. In tal modo egli precedeva nella pubblicazione Roberval, che probabilmente era giunto prima di lui alla soluzione del problema: infatti la soluzione di Roberval, contenuta nel suo *Traité des indivisibles*, scritto nel 1634, sarebbe stata data alle stampe solo nel 1693.

Ne nacque una controversia, che continuò per anni.

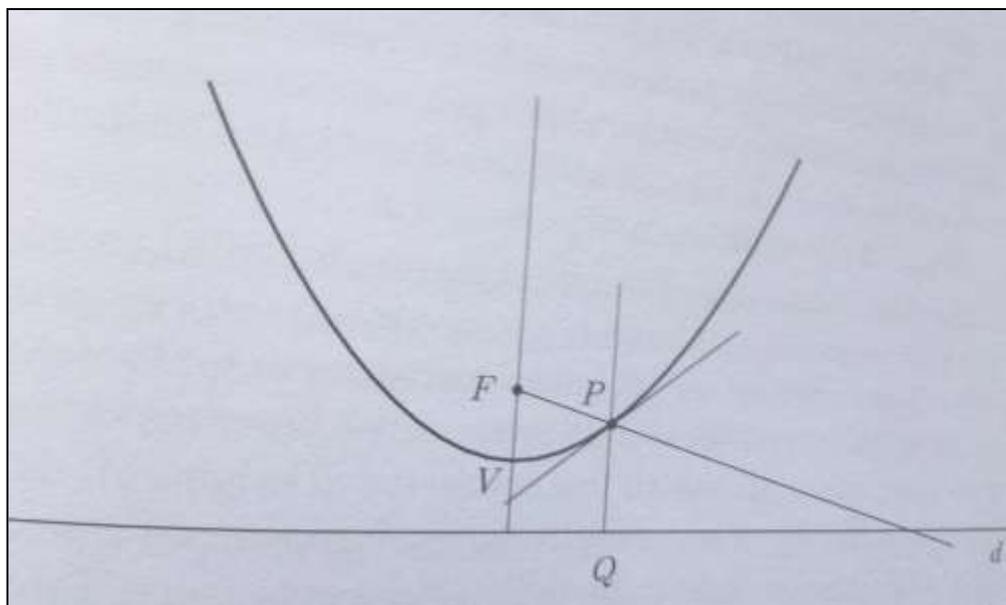
Dopo la morte di Torricelli, avvenuta nel 1647, Blaise Pascal (cfr. Pascal, 1980), nel 1657, durante una notte insonne per un fortissimo mal di denti, per dimenticare il dolore, si dedicò allo studio di alcuni problemi concernenti la cicloide. In seguito, dopo averne trovata alcune proprietà, propose una mezza dozzina di quesiti che la riguardavano, offrendo un premio per la soluzione migliore. Vennero presentate diverse soluzioni (e fra queste quelle di John Wallis): a nessuno fu assegnato il premio in quanto in tutte le

Construction of the Tangent to a Cycloid Proposed by Wallis and Fermat

soluzioni comparivano degli errori di calcolo. Pascal pubblicò invece, nel 1658, in una serie di *Lettres de Amos Dettonville*, le sue soluzioni, con una *Histoire de la roulette* senza far alcun riferimento a Torricelli e attribuendo tutto il merito a Roberval. Nel 1663, l'ellenista Carlo Dati, per difendere Torricelli dalle accuse di Roberval e di Pascal e ristabilire i fatti scrisse la *Lettera ai Filateti di Timauro Antiato, Della Vera Storia della Cicloide e della Famosissima Esperienza dell'Argento vivo*, in cui venivano fornite molte informazioni su come erano effettivamente andate le cose (cfr. Torricelli 1975). Comunque ancora oggi tale curva è spesso chiamata, specialmente nei trattati non italiani, con il nome di *Roulette di Cartesio*.

2. La costruzione della tangente alla cicloide proposta da Roberval

Supponiamo che sia assegnata una parabola, il fuoco F , la direttrice d , un punto P su di essa e supponiamo di volere disegnare la tangente in P . Tra le varie possibilità c'è la seguente:

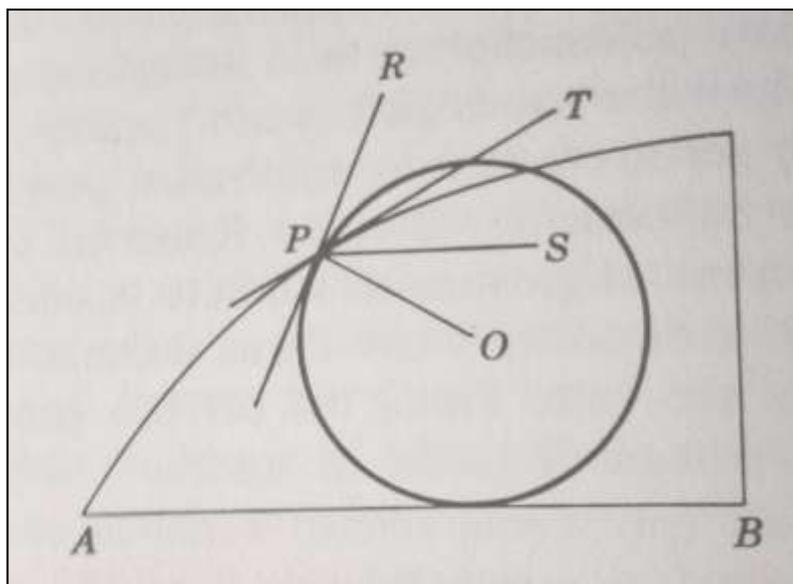


si tracciano la retta congiungente P con F orientata da F verso P e la semiretta normale per P a d orientata verso l'interno: la bisettrice dell'angolo da esse formato è la tangente richiesta.

Perché?

La velocità di un punto che si muove su una curva è un vettore la cui direzione coincide punto per punto con la direzione della tangente. Quindi per stabilire la tangente basta determinare la direzione della velocità. Ora, se un punto P si muove su di una parabola il suo moto si può pensare come risultante di due moti, uno sulla perpendicolare per P alla direttrice, l'altro sulla retta passante per P e per F in modo tale che la distanza PF e la distanza di P da d siano eguali. Per questo motivo le velocità nei due moti sono eguali, il parallelogramma delle velocità si riduce a un rombo e di conseguenza la tangente si ottiene come bisettrice dell'angolo formato dalla retta PF e dalla normale per P a d.

Questa e simili costruzioni (si pensi ad esempio ai casi analoghi dell'ellisse e dell'iperbole), in uso già nell'antichità, furono utilizzate in modo sistematico da Roberval e da Torricelli tra il 1638 e il 1641 per risolvere il problema della determinazione e del disegno delle tangenti a svariate curve. In particolare per la cicloide Roberval ragionò al seguente modo. Se un punto P si muove sulla cicloide il suo moto può pensarsi composto di due moti: uno orizzontale di traslazione del centro della circonferenza generatrice, uno circolare attorno al centro di tale circonferenza. Le velocità nei due moti sono eguali:



infatti, detto t l'angolo, l'arco descritto da P a partire dalla posizione iniziale è rt e tale, per la proprietà della cicloide, è pure l'ascissa del centro del cerchio generatore. Quindi la velocità di traslazione del centro è r come pure la velocità nel moto circolare. Pertanto il parallelogramma delle velocità si riduce pure in questo caso ad un rombo. Roberval concludeva dunque che in ogni punto la retta tangente coincide con la bisettrice dell'angolo formato dalla parallela alla base della cicloide, che possiede direzione e verso della traslazione e dalla tangente alla circonferenza orientata nel verso del moto (cfr. ad es. Boyer, 1976).

3. La costruzione di Wallis

Tra i matematici che parteciparono alla gara proposta da Blaise Pascal come è stato già detto, ci fu John Wallis. Nonostante Pascal non consegnasse a nessuno dei concorrenti il premio, per aver constatato errori in tutte le dimostrazioni presentate, Wallis volle pubblicare, nel 1659, un trattato sulla cicloide, sulla cissoide e sulla rettificazione delle curve, dove calcolava l'area della cicloide, ne determinava la retta tangente e ne stabiliva la lunghezza, trasferendo poi i metodi impiegati per risolvere le questioni analoghe per la cissoide.

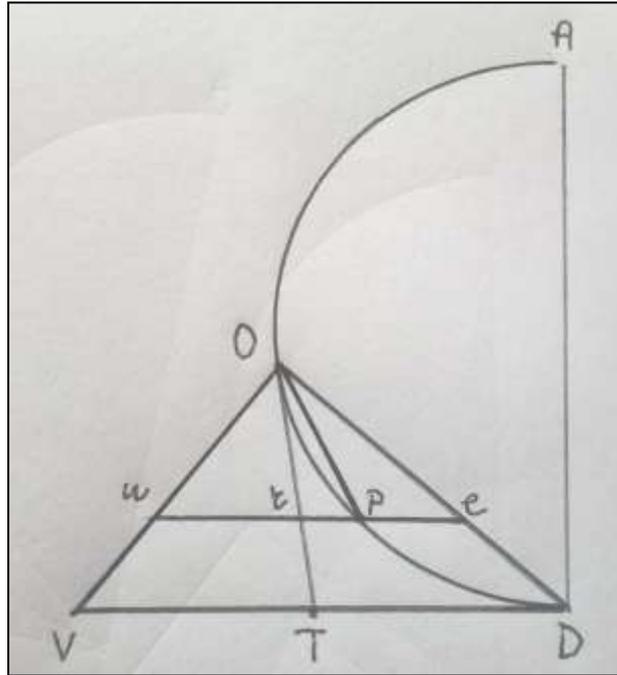
Vediamo come costruiva la tangente alla cicloide (cfr. Wallis, 1659).

La sua costruzione si basava sul seguente lemma:

LEMMA 1 - Dato il cerchio AOD di diametro AD, siano VD tangente al cerchio e OV perpendicolare a OD in O. Allora la tangente VD è maggiore dell'arco OD.

Si conduca poi urp parallela a VD, dove u giace su VO, r sulla tangente OT in O al cerchio, p sulla circonferenza: ebbene il segmento up è maggiore dell'arco Op mentre il segmento interno pe (essendo e l'intersezione di urp con OD) è minore dell'arco Op.

Dimostrazione: Si conduca la tangente alla circonferenza OT. Poiché gli angoli TOD e ODT sono uguali perché insistono sullo stesso arco anche gli angoli TOV e OVT sono uguali in quanto complementari di angoli uguali. Dunque $VD = VT + TD = OT + TD$ e quindi VD è maggiore dell'arco OD e la prima asserzione del Lemma è provata.



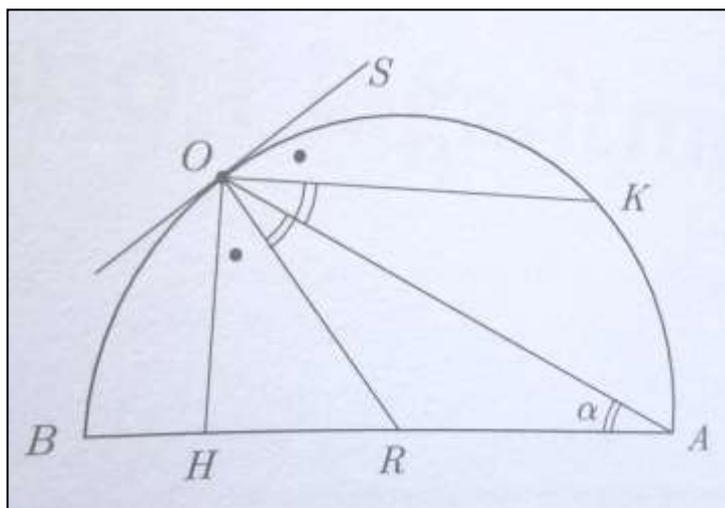
Si conduca ora urp parallela a VD e si supponga l'angolo Opu acuto: come già osservato l'angolo VOT risulta eguale all'angolo OVT . Inoltre i due angoli Oup e OVT sono eguali in quanto corrispondenti formati dalle due rette up e VD . Ne segue che i due angoli uOr e Our sono eguali e quindi $ur=Or$. Pertanto $up=ur+rp=Or+rp$ risulta maggiore dell'arco Op . Inoltre il triangolo Ore è isoscele in quanto gli angoli TOD e ODT sono eguali e l'angolo Oer è eguale all'angolo ODT . Pertanto nel triangolo Ope l'angolo pOe è minore dell'angolo Oep : ne segue che il lato pe è minore del lato Op a sua volta minore dell'arco Op e quindi il Lemma 1 è dimostrato nel caso che l'angolo Opu sia acuto. In maniera analoga si ragiona nel caso che l'angolo Opu sia ottuso.

Utilizzando il lemma precedente Wallis fornisce la seguente costruzione della tangente alla cicloide.

4. La costruzione della tangente alla cicloide proposta da Fermat

La costruzione della tangente alla cicloide è esposta anche da Fermat nel suo *Methodus ad disquirendam maximam et minimam*¹ insieme con diverse applicazioni ad alcune curve classiche, quali la cissoide, la conoide di Nicomede e la quadratrice di Dinostrato. La dimostrazione che Fermat fornisce è basata sul seguente semplice lemma che egli sottintende.

LEMMA 2 – Sia dato un semicerchio; sia A un estremo del diametro che lo delimita e O un punto sulla circonferenza. Da O si tracci la perpendicolare OH al diametro considerato. Allora la retta OA è bisettrice dell'angolo formato da OH e dalla tangente alla semicirconferenza in O.



Dimostrazione: - Sia B l'altro estremo del diametro, sia H il piede della perpendicolare ad AB per O e sia K l'altra intersezione della semicirconferenza con la parallela per O ad AB. Allora, indicato con R il centro del cerchio e supposto l'angolo ARO ottuso si ha che posto $\alpha = \text{OAR}$, risulta $\text{AOR} = \alpha$, $\text{AOK} = \alpha$, perché le rette OK e BA sono parallele, $\text{KOS} = \text{ROH}$

¹ Questo trattato fu inviato tramite Mersenne a Cartesio, che lo ricevette nel gennaio del 1638; seguì un'aspra controversia a proposito della diversa impostazione che i due autori davano al problema delle tangenti. Come si vede da un confronto delle date Fermat lavorò sulla cicloide quasi contemporaneamente a Roberval.

Bibliografia

Biacino L., Il metodo cinematico delle tangenti, *Periodico di Matematiche*, Serie XI, Vol. 1, N.2 (2009), pag.75-84.

Boyer C. B., *Storia della Matematica*, ISEDI, 1976.

Fermat P., *Methodus ad disquirendam maximam et minimam*, VI, *Ad eandem Meyhodum*, *Oeuvres de Fermat*, Gauthier Villars, Parigi, 1891-1916

Pascal B., *Oeuvres complètes, La Roulette et Traités connexes*, Gallimard, Paris, 1980, pag.173-312.

Torricelli E., *Opere Scelte*, a cura di Lanfranco Belloni, UTET,1975.

Wallis J., *Tractatus duo. Prior, De Cycloide et corporibus inde genitis. Posterior, Epistolaris; in qua agitur, De Cissoide et corporibus inde genitis: Et De Curvarum*, 1659, in *Opera Mathematica I*, pag. 489-569altra.

Relevance of financial information in quick loans negotiation

Salvador Cruz Rambaud¹, Ana María Sánchez Pérez²

¹ Departamento de Economía y Empresa
Universidad de Almería (Spain)
scruz@ual.es

² Departamento de Economía y Empresa
Universidad de Almería (Spain)
amsanchez@ual.es

Received on: 01-12-2016. **Accepted** on: 25-12-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.297



© Salvador Cruz Rambaud and Ana María Sánchez Pérez

Abstract

Nowadays, most loan transactions are contracted by using the exponential discounting as the underlying standard economic model to value this type of financial operations. In a framework of absence of fees to be paid by the borrower, the interest rate of the exponential discount function is, moreover, the true interest rate of the operation. Nevertheless, there exist a set of circumstances which make this identity false. Among others, these characteristics are: the use of linear discount as the underlying discount function, splitting time when using a nominal interest rate, and the existence of fees in a loan at 0% interest rate. All these cases will be analyzed in this paper in the context of the so-called quick loans.

Keywords: Quick loans, linear discounting, exponential discounting, true interest rate.

1. Introduction

Banking loans exhibit a set of characteristics which are usual in all financial operations offered by banks (Brealey and Myers, 2002):

- The constant payment is calculated by using the exponential discounting (Gil Peláez, 1993).
- The interest rate (constant or variable) is nominal. Therefore, splitting the period of interest results in an increase of the so-called true interest rate (Cruz Rambaud and Valls Martínez, 2014).
- There exist some initial and final fees which increase the true cost for the borrower. In some cases, there are also some fees to be paid at the end of each period of interest. Of course, they result in an additional profitability for the lender (Ferruz Agudo, 1994).

In effect, when dealing with banking loans, the constant payment (denoted by a) is usually calculated by using the French method (Valls Martínez and Cruz Rambaud, 2013), viz:

$$a = \frac{C_0 i_{(k)}}{1 - (1 + i_{(k)})^{-nk}}, \quad (1)$$

where:

- C_0 is the loan principal.
- k is the number of subperiods into which is divided any period of interest.
- $i_{(k)} = \frac{i}{k}$ is the interest rate to be applied to a subperiod of length $\frac{1}{n}$.
- n is the loan duration (in years).

In this context, the true interest of the financial operation arises from the following equation:

$$C_0 = G_0 + a \frac{1 - (1 + i_{(k)}^*)^{-nk}}{i_{(k)}^*}, \quad (2)$$

from where:

$$i^* = (1 + i_{(k)})^k - 1. \quad (3)$$

In this way, the Bank of Spain (Banco de España, 1990) introduced the so-called *Annual Equivalent Interest Rate*¹, denoted by i^* , which includes all amounts paid by the borrower (periodic payments and fees) and received by the lender. Therefore, this parameter measures the true interest supported by the borrower in a financial operation (Van Horne, 1997). If all fees are received by the lender, his true profitability is also i^* (Gil Luezas and Gil Peláez, 1987). The main objective of this paper is the calculation of the annual equivalent rate of several types of loans as a parameter which will allow us to choose a loan among a set of offers.

This parameter is very important because it offers a true measure of the cost (in percentage) of the financial transaction. In effect, the current economic crisis has resulted in a restriction of credits for families and companies. These limitations affected the principal, the duration, and the conditions to be satisfied by the borrower. In this context, the presence of unmet needs by families has favored the increase of the demand, and consequently the supply, of the so-called *quick loans*. One of the main characteristics of this type of loans is that the lender companies take advantage from the necessities of families by requiring excessive conditions such as the use of linear discounting instead of the exponential as the underlying model to amortize the loan, or the exorbitant interest rates applied in these amortizing transactions. This paper analyzes the true cost (resp. profitability) for the borrower (resp. lender) in these loans.

Thus, the paper is organized as follows. After this Introduction, Section 2 presents some preliminary concepts which are necessary to the development of the rest of the paper. Section 3 describes and analyzes those loans whose amortization schedule is built based on the linear discount function. Section 4 describes those loans at 0% interest rate with initial fees to be paid by the borrower. These fees makes that the true interest rate of the transaction is different from zero. Finally, Section 5 summarizes and concludes.

2. Preliminaries

For the sake of clarity, first we are going to introduce some definitions in order to present these previous important concepts.

Definition 1 (Cruz Rambaud and Valls Martínez, 2016). A *loan transaction* is a couple of sets of instalments (with specification of their respective maturities):

$$\wp = \{(C_0, 0)\},$$

¹ In Spain, this parameter has been named *Tasa Anual Equivalente* (acronym: TAE).

and

$$\mathfrak{N} = \{(a_1, 1), (a_2, 2), \dots, (a_n, n)\},$$

where \wp represents the amount (*principal*) paid by a person, called the *lender*, and received by another person, called the *borrower*, and \mathfrak{N} denotes the series of amounts paid by the borrower so that the final balance is 0. Usually, the equilibrium between these two sets of payments is achieved by projecting all involved maturities up to the time 0 with the exponential discount function, such that

$$C_0 = \sum_{s=1}^n a_s (1+i)^{-s}, \quad (4)$$

which is the so-called *equation of financial equivalence at instant 0* (De Pablo, 2000).

If the loan transaction includes some fees, the equation of financial equivalence (4) does not hold. Therefore, it is convenient to introduce the following definition.

Definition 2 (Valls Martínez and Cruz Rambaud, 2016; Valls Martínez *et al.*, 2017). The *true interest rate* of the loan operation introduced in Definition 1 is the interest rate (denoted by i^*) which restores the equilibrium between the two sets of payments:

$$C_0 = G_0 + \sum_{s=1}^n (a_s + g_s)(1+i^*)^{-s} + G_n(1+i^*)^{-n}, \quad (5)$$

where:

- G_0 is the amount of initial fees,
- g_s denotes the periodic fees, and
- G_n represents the total final fees.

3. Amortizing loans with linear discounting

The amortization schedule of a loan by using the linear discounting (Ayres, 1963) as the underlying discount function is the following:

Relevance of financial information in quick loans negotiation

s	I_s	A_s	a_s	C_s
0	-	-	-	C_0
1	$C_0 i$	$\frac{C_0}{n}$	$C_0 \left(\frac{1}{n} + i \right)$	$\frac{n-1}{n} C_0$
2	$C_0 i$	$\frac{C_0}{n}$	$C_0 \left(\frac{1}{n} + i \right)$	$\frac{n-2}{n} C_0$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	$C_0 i$	$\frac{C_0}{n}$	$C_0 \left(\frac{1}{n} + i \right)$	0

Table 1. Loan amortization schedule with linear discounting. **Source:** Own elaboration.

Observe that this amortization schedule is a mix of:

- The American amortization method (Valls Martínez and Cruz Rambaud, 2015) since all interest quotas (I_s) are constant and equal to $C_0 i$.
- The amortization method of constant repayment (Bodie *et al.*, 2004) since all repayments (A_s) are constant and equal to $\frac{C_0}{n}$.
- The French amortization method (Biehler, 2008) since all periodic payments (denoted by a_s) are constant and equal to $C_0 \left(\frac{1}{n} + i \right)$.

As a consequence, the outstanding principal (C_s) is a decreasing arithmetic progression with difference $\frac{C_0}{n}$. The true interest rate results from the following equation:

$$C_0 = G_0 + \left(\frac{C_0}{n} + C_0 i^* \right) a_{\overline{n}|i^*}, \quad (6)$$

that is to say

$$C_0 = G_0 + \left(\frac{C_0}{n} + C_0 i^* \right) \frac{1 - (1 + i^*)^{-n}}{i^*}. \quad (7)$$

Example 1. Let us consider a loan with the following characteristics:

- $C_0 = \$50.000$.
- $G_0 = \$2.000$.
- $n = 5$ years.
- $i = 7\%$.

The amortization schedule is the following:

s	I_s	A_s	a_s	C_s
0	-	-	-	\$50,000
1	\$3,500	\$10,000	\$10,000	\$40,000
2	\$3,500	\$10,000	\$10,000	\$30,000
3	\$3,500	\$10,000	\$10,000	\$20,000
4	\$3,500	\$10,000	\$10,000	\$10,000
5	\$3,500	\$10,000	\$10,000	\$0

Table 2. Amortization schedule of the loan in Example 1. **Source:** Own elaboration.

The true interest rate arises from the following equation:

$$50,000 = 2,000 + 13,500 \frac{1 - (1 + i^*)^{-5}}{i^*}, \quad (8)$$

from where $i^* = 12.56\%$. Observe that, as $a_{\{ni\}}$ is decreasing with respect to i (Brigham and Daves, 2007), one has the following chain of implications:

$$i \uparrow \Rightarrow \frac{n(C_0 - G_0)}{C_0(1 + in)} \downarrow \Rightarrow i^* \uparrow.$$

In effect, without considering the initial fees, the true interest rate is $i^* = 10.92\%$, whilst by considering $i = 10\%$, the true interest rate is $i^* = 15.24\%$. Analogously, if n is large enough, we can state that the true interest rate is also increasing. Thus, for a duration of ten years for the previous loan, one has $i^* = 11.03\%$.

It is noteworthy to take into account that a loan amortized by using the linear discount exhibits a true interest rate much higher than i .

4. Amortizing loans with 0% interest rate and initial fees

The amortization schedule of a loan at 0% interest rate is the following:

s	I_s	A_s	a_s	C_s
0	-	-	-	C_0
1	0	$\frac{C_0}{n}$	$\frac{C_0}{n}$	$\frac{n-1}{n}C_0$
2	0	$\frac{C_0}{n}$	$\frac{C_0}{n}$	$\frac{n-2}{n}C_0$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	0	$\frac{C_0}{n}$	$\frac{C_0}{n}$	0

Table 3. Amortization schedule of a loan at 0% interest rate. **Source:** Own elaboration.

Observe that this amortization schedule is a mix of:

- The amortization method of constant repayment since all repayments (A_s) are constant and equal to $\frac{C_0}{n}$.
- The loans with waiting periods (no interests) for all periods of time (Brealey *et al.*, 2006).
- The French amortization method since all periodic payments (a_s) are constant and equal to $C_0 \left(\frac{1}{n} + i \right)$.

As a consequence, the outstanding principal (C_s) is decreasing in arithmetic progression with difference $\frac{C_0}{n}$. In case of existence of initial fees, denoted by G_0 , the true interest rate results from the following equation:

$$C_0 = G_0 + \frac{C_0}{n} a_{\overline{n}|i^*}, \quad (9)$$

that is to say

$$C_0 = G_0 + \frac{C_0}{n} \frac{1 - (1 + i^*)^{-n}}{i^*}. \quad (10)$$

Example 2. Let us consider the loan of Example 1. In this case, the amortization schedule is the following:

s	I_s	A_s	a_s	C_s
0	-	-	-	\$50,000
1	\$0	\$10,000	\$10,000	\$40,000
2	\$0	\$10,000	\$10,000	\$30,000
3	\$0	\$10,000	\$10,000	\$20,000
4	\$0	\$10,000	\$10,000	\$10,000
5	\$0	\$10,000	\$10,000	\$0

Table 4. Amortization schedule of the loan in Example 2. **Source:** Own elaboration.

The true interest rate arises from the following equation:

$$50,000 = 2,000 + 10,000 \frac{1 - (1 + i^*)^{-5}}{i^*}, \quad (11)$$

from where $i^* = 1.38\%$. Observe that, as $a_{\{ni\}}$ is decreasing with respect to i , one has the following implications:

$$G_0 \uparrow \Rightarrow C_0 - G_0 \downarrow \Rightarrow i^* \uparrow.$$

5. Conclusion

The annual equivalent interest rate is a noteworthy parameter able to measure the cost (resp. profitability) for the borrower (resp. lender) in a loan transaction. As shown in this paper, it has been obtained as the solution of the equation of financial equivalence which makes equal the true amounts paid and received by the borrower. In general, this parameter is an accurate measure of the cost/profitability of any financial operation. In particular, in the case of quick loans, it allows us to know the exorbitant true interest rates (sometimes near 25% interest rate) applied in these amortizing loans. Therefore, the annual equivalent interest rate quantifies the financial information of all banking products, in particular the quick loans offered by some private companies.

But, in the case of loan transactions, it allows us to choose among several offers of credits becoming an important instrument to negotiate that loan with the smallest true interest rate. Finally, this paper shows that even the loans at 0% interest rate can represent an excessive cost for borrower. Indeed, the annual equivalent interest rate is a relevant instrument for loans negotiation.

References

- Ayres, F. (1963): *Mathematics of Finance*. New York: McGraw-Hill.
- Banco de España (1990): “Circular 8/1990, de 7 de septiembre, sobre transparencia de las operaciones y protección de la clientela”. Madrid: BOE núm. 226 de 20 de septiembre de 1990.
- Biehler, T.J. (2008): *The Mathematics of Money. Math for Business and Personal Finance Decisions*. New York: McGraw-Hill.
- Bodie, Z.; Kane, A. and Marcus, A.J. (2004): *Essentials of Investments*. 5th Edition. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Brealey, R. and Myers, S. (2002): *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill.
- Brealey, R.A.; Myers, S.C. and Allen, F. (2006): *Principles of Corporate Finance*. 8th Edition. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Brigham, E.F. and Daves, P.R. (2007): *Intermediate Financial Management*. 9th Edition. Mason, OH: Thomson/South-Western.
- Cruz Rambaud, S. and Valls Martínez, M.C. (2014): *Introducción a las Matemáticas Financieras*. Madrid: Ediciones Pirámide, S.A.
- Cruz Rambaud, S. and Valls Martínez, M.C. (2016): Use of two valuation functions in financial and actuarial transactions. *Control & Cybernetics*, Vol. 45 No. 1, pp. 111-124.
- De Pablo López, A. (2000): *Matemática de las Operaciones Financieras, Tomos I y II*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED).
- Ferruz Agudo, L. (1994): *Operaciones Financieras. Descripción, Análisis y Valoración*. Barcelona: Ed. Ariel, S.A.
- Gil Luezas, M.A. and Gil Peláez, L. (1987): *Matemáticas de las Operaciones Financieras*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Gil Peláez, L. (1993): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Madrid: Editorial AC.
- Valls Martínez, M.C. and Cruz Rambaud, S. (2013): *Operaciones Financieras Avanzadas*. Madrid: Ediciones Pirámide, S.A.
- Valls Martínez, M.C. and Cruz Rambaud, S. (2015): Operaciones de amortización con origen o final aleatorio de la devolución del capital prestado. *XXIX Congreso Internacional de Economía Aplicada ASEPELT*

Salvador Cruz Rambaud, Ana María Sánchez Pérez

2015: *Sostenibilidad y Suficiencia del Sistema de Pensiones*, Cuenca, junio 2015, publicación digital.

Valls Martínez, M.C.; Cruz Rambaud, S. and Abad Segura, E. (2017): Amortizing loans with random commencement and maturity. *AESTIMATIO, The IEB International Journal of Finance*, 14, pp. 56-75.

Valls Martínez, M.C. and Cruz Rambaud, S. (2016): “Loan transactions with random dates for the first and last periodic instalments”. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, Vol. 2016, Article ID 2152189, 14 pages.

Van Horne, J. (1997): *Financial Management and Policy*. New Jersey: Prentice-Hall.

Risks connected with railway transport: sociological-psychological point of view

Olga Becherová

University of Defence, FML
Kounicová 65/662, 662 10 Brno
olga.becherova@unob.cz

Received on: 01-10-2016. **Accepted** on: 30-11-2016. **Published** on: 01-02-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.300



© Olga Becherová

Abstract

The article brings a completely unconventional view of the issue of examining causes of the worst railway disasters in the Czech Republic and Slovakia, as well as marginally in the world. The author is trying to find an answer to the question: “If the individual overviews of emergency events are analyzed, do the results relating to the cause of these emergency events differ?”

Keywords: railway transport, risk, railway disasters.

1. Introduction

The author has been analyzing risks connected with railway transport for a long time. She particularly examines the causes of emergency events on railway in passenger transport as well as in freight transport especially in relation to transport of dangerous substances on railway.

During the study she gathered a large amount of data from various sources – i.e. freely accessible sources, as well as internal sources of the biggest cargo carrier in the Czech Republic. Especially studying the information about railway disasters from freely accessible sources then motivated both of the

authors to think about the issue from another point of view – sociological-psychological.

When searching the internet, using key words such as railway disaster/accident, overview of railway accidents/disasters, you find:

1. Information about a specific situation (place, persons involved in the accident, number of casualties, number of injured people, causes, etc.)
2. A lot of overviews by various authors, such as:
 - a. The most serious accidents on railway
 - b. The most tragic railway disasters
 - c. The overview of the worst tragic accidents on railway
 - d. Etc.

All of these overviews have one thing in common, that is the use of adverb “the most terrible”, “the most serious”, or “the most tragic”.

Everybody intuitively understands the meaning of this adverb. However, if you want to use it as a “criterion” for further study, its clear definition based on which it would be possible to define the membership function of a set of “most serious railway disasters” is missing. Not only none of the authors of the above-mentioned overviews tried to make such definition, but also in most cases they did not state a brief description of their own points of view and criteria according to which they created the overview. The range of various overviews of railway disasters especially in the Czech Republic and Slovakia, which are available to the authors, is rather wide – from book publications such as (Gulík, 2006); very specific and unique overview contained in the archive fund of ÚV KSČ – Department of transport and communications (Source 3), internal materials of railway (CD Cargo, 2016); detailed overview done by a serious journalist of public television (Source 1, Source 7), to many overviews from various private blogs and websites (Source 2, Source 4, Source 5, Source 6). With regards to the sociological width of the range of the authors of the overviews, there is a logical question:

“If the individual overviews of emergency events are analyzed, do the results concerning causes of these emergency events differ?”

To be more accurate – regardless of who, with what aim, for how long periods of time, and according to what criteria the specific overview of emergency events was created – do the causes of these events differ? If yes, how?

From the sociological point of view, the authors considered the opportunity to answer this question based on statistical analysis of the causes of emergency events in the individual overviews to be very interesting.

2. Data

From all collected data were, for this paper, chosen data from Source 1 and Source 2 and the comparison was done.

Discussion

The authors is neither an expert of sociology, nor psychology. The examined question and the issue described in the chapter came up spontaneously during the study of EE on railway from a completely different point of view, as the authors focus on the examination of the causes of risks leading to railway disasters.(Becherova, 2016), (Bekesiene et al., 2016), (Hošková-Mayerová, Becherová, 2016).

Are not people these days – when all types of media inform us every day about tragedies from all over the world – hardened against tragedies of others? How does the fact that some media try to surpass the others with “gore” of their news influence a contemporary man? How did the perception of this term change – if it changed at all – in times when the information was passed on only orally, then telegraphically, by radio, etc.? How did people 200, 100 years ago perceive the term tragedy?

It would certainly be interesting to find out with the help of sociological research what people nowadays perceive as “the worst railway disaster”, or “tragic railway disaster”. What is nowadays actually hidden in the term “tragic accidents”. Are they only those with casualties? If yes, then is one enough, or do there have to be more casualties than one, how do people perceive an accident with a higher number of seriously injured people, but with no casualties? Is it also tragic?

Another interesting topic in this connection is the question:

“How is this term perceived by the professionals of all units of the integrated rescue system (IRS)?”

They are – unlike general public – confronted with tragedy in their everyday work. Depending on the type of their profession, some more, some less, but all of them have had an experience with an EE firsthand. This experience must necessarily influence each individual. The question is how, and how the perception of the term “tragedy” changes.

Conclusion

Security and safety have been a very important factor in everyday life of people for many years. At present, there are many definitions related to security and safety; those are being developed and adapted to today’s modern

times. Security disturbance may cause serious consequences on safety, certainty and continuity of the state function at emergency situations. (Rosická, 2002), (Rosická, Beneš, 2007). Transport infrastructure belongs to the most significant critical infrastructure components. Solving questions related to security, protection, assessment or critical infrastructure assessment is among hot current issues.

References

Becherová, O. (2015) Application of point method in risk evaluation for railway transport, *Ratio Mathematica*, 29: 15-24

Bekesiene S. & Hoskova-Mayerova S. & Becherova O. (2016) Accidents and Emergency Events in Railway Transport while Transporting Hazardous Items. In: *Proceedings of 20th International Scientific Conference. Transport Means*. Kaunas: Kaunas University of Technology, p. 936-941

ČD Cargo (2016) Internal documents, (internal materials of railway company ČD Cargo)

Gulík J. (2006) *Železničné nehody na Slovensku*, Knihovna Světa železnice, Corona, Praha

Hošková-Mayerová Š. & Becherová O. (2016) Risk of probable incidents during railways transport, Uniwersytet Szczeciński Zeszyty Naukowe, in print

Rosická Z. & Beneš, L. (2007) *Transport Engineering as an Important Part of the Economy*. Wydawnictwo Menedżerskie PTM, Warszawa

Rosická Z. (2002) Carriage of Hazardous Goods, Classification, Packaging, Labelling. Study on related measures. *Horwegh & Quint, Advisory and Consult Ltd.*, Netherlands: Amsterdam, 17 pp

Skřehot P. & et al. (2009) *Prevence nehod a havárií 2. díl: mimořádné události a prevence nežádoucích následků*, Výzkumný ústav bezpečnosti práce, Praha

Online references:

Source 1: *Stéblová – name of death* (2010) Available online: <http://www.ceskatelevize.cz/ct24/domaci/1434088-steblova-jmeno-smrti>, Praha, In Czech.

Source 2: The largest *railway accident* in the Czech Republic (2016) Available online: <http://www.top365.cz/podrobnosti.php?tema=36>, (In Czech:

Risks connected with railway transport: sociological-psychological point of view

Největší železniční neštěstí v České republice, Přehled největších železničních neštěstí na našem území).

Source 3: Miroslav Kunt, (1997, 2008) Overview of railway accidents and traffic disturbances in the 50s, *Železnice & Historie*, archivní fond ÚV KSČ, Available online: <http://archiv.kvalitne.cz/drobnost/nehody.htm>, (In Czech: *Přehled železničních nehod a poruch dopravy v 50. letech* .

Source 4: ČTK. (2008) The most tragic train accident in the Czech Republic by the number of victims. www.Ceskenoviny.cz, 2008-08-08, [2015-07-23]. Available online. (In Czech. *Nejtragičtější železniční nehody v ČR podle počtu obětí*)

Source 5: Pražan J. (2013) Krouna - the most tragic accident of the '90s, Available online: http://www.krouna.cz/articles.php?article_id=2340, (In Czech. *Krouna - nejtragičtější nehoda 90. let*).

Source 6: Novák D. (2016) *Hradec nad Svitavou 13. September 1967*, Týdeník Českých drah – ŽELEZNIČÁŘ, Available online: http://www.cd.cz/old/TCD2008/8_10neho.htm, In Czech

Source 7: Pösel M. (2015) *Database of rail accidents in the Czech Republic and Slovakia*, Available online: http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Transport_accident_statistics, In Czech

Source 8: Honuš A. (2016) *On The Track At The Studenka The Same Tragedy Has Already Occurred. 25 years ago*, Available online: <http://www.novinky.cz/domaci/375953-na-trati-ve-studence-se-uz-stejna-tragedie-odehrala-pred-25-lety.html>, (in Czech: *na trati ve studénce se už stejná tragédie odehrála. před 25 lety*)

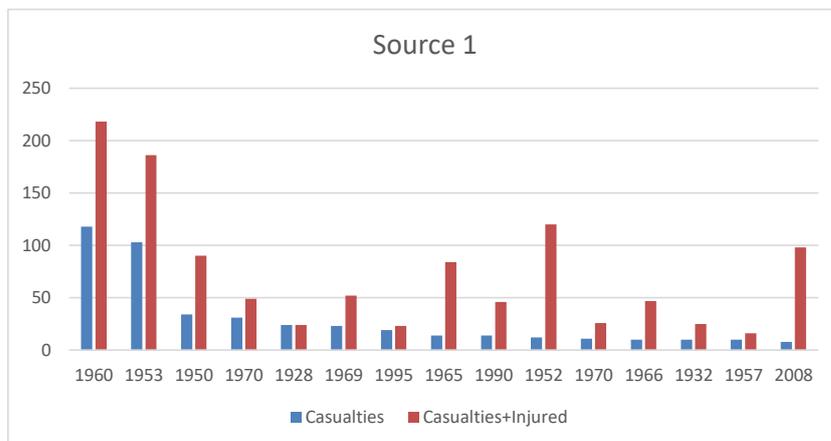
Casualt.	Injured	Place	Date	What happend	Note	Cause	Subcategory	Place of incident
118	100	Sieblová-Pardubice	14.11.1960	Collision with train and fire	fog	leaving the station without permission from the dispatcher, ride despite "Stop!"	A1, B7, C6	at station
103	83	Šakvice-Břeclav	24.12.1953	Collision with train		default train drivers who drank alcohol before driving	A1, C4	railroad crossing
34	56	Podivín na Břeclavsku	21.12.1950	Collision with bus		early lifting of barriers at railroad crossing	B5,C4,C8	railroad crossing
31	18	Říkonín u Tisnova	11.12.1970	Collision with derailed wagon		admitted locomotive train on unauthorized rail line	A3, C6	on railway
24	not know	Zaječí na Břeclavsku	18.9.1928	Collisions with freight trains		unauthorized ride	A1,C6	on railway
23	29	Bezděčín-Mladá Boleslav	28.7.1969	Collision with bus		crossing despite the red light	B5,C4,C6	railroad crossing
19	4	Polička- Skuteč	24.6.1995	Collisions with 4 freight wagons		leak of loaded wagons from the station	A3	on railway
14	70	Praha-Hloubětín	21.9.1965	Collision with train		failure to observe sectioning a signal	A1,C6	at station
14	32	Spálov-Semily	25.8.1990	Collision with obstacle		dispatcher sent trains against each other	A3, C6	on railway
12	108	Suchdol nad Odrou	26.8.1952	Derailment		failure signaling equipment	A2, C16	on railway
11	15	Valasského Meziříčí	23.2.1970	Collision with train		???	A1	on railway
10	37	Dešnice-Lounsko	2.5.1966	Collision with car		notifies the delayed train	A1, C6	railroad crossing
10	15	Znosim	2.7.1932	Collision with train	Strong storm	delayed train	A1	on railway
10	6	Brumov-Bylnice	27.4.1957	Collisions with freight wagon		leak of freight wagon	A3	on railway
8	90	Studénka	8.8.2008	Collisions with obstacle	Fallen a bridge	fallen a bridge	A3	on railway

Source 1

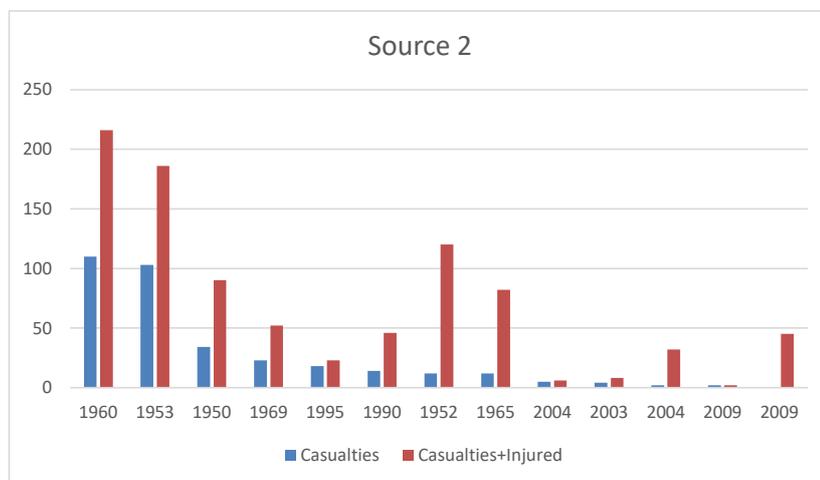
Risks connected with railway transport: sociological-psychological point of view

Casualties	Injured	Place	Date	What happened	Cause	Subcategory	Place of incident
110	106	Stěblová	14.11.1960	Collision with train	leaving the station without permission from the dispatcher, ride despite "Stop!"	A1, C6	at station
103	83	Sakvice	24.12.1953	Collision with train	default train drivers who drank alcohol before driving	A1, C4,	railroad crossing
34	56	U Podivína	21.12.1950	Collision with bus	early lifting of barriers at railroad crossing	B5, C4, C8	railroad crossing
23	29	Bezděčín	28.7.1969	Collision with bus	crossing despite the red light	B5, C4, C6	railroad crossing
18	5	Krouna	24.6.1995	Collision with train	leak of loaded wagons from the station	A3, C6	on railway
14	32	Spálov	25.8.1990	Collision with train	failure dispatcher, the dispatcher sent trains against each other	A1, C6,	on railway
12	108	Sachdol nad Odrou	26.8.1952	Derailment	failure signaling equipment	A2, C16	at station
12	70	Praha-Hloubětín	21.9.1965	Collision with freight train	failure to observe sectioning a signal	A1, C6	at station
5	2	Prosejov	9.12.2004	Collision with military van	the cause is unknown	C4	railroad crossing
4	4	Hradec Králové	4.4.2003	Collision with bus	bus driver has overlooked warning signal	B5, C6	railroad crossing
2	30	Blaniče	23.7.2004	Collision with train	opaque place	A1	on railway
2	0	Brno-Komárov	27.4.2009	Collision with people	irresponsible behavior of children	B6	on railway
0	45	Paskov	16.2.2009	Collision with train	driver has overlooked red light	A1, C6	on railway

Source 2 - 365



Risks connected with railway transport: sociological-psychological point of view



Science & Philosophy, Volume n.4, Issue n.2, 2016

Contents

Articoli in lingua Italiana

- Massimo Squillante, Maria Fredella Incoronata, Maria Grazia Olivieri, Gaetano Vitale** 3
The Logic of Probability: A Trip through Uncertainty
- Domenico Lenzi, Roberta Lenzi** 19
From Homo Abilis to Homo Rationalis through Analytic Perception and Mathematics
- Giovanni Vincenzi** 29
The Napoleon's Theorem: Synthesis and Related Investigations
- Lia Giancristofaro** 41
A Basis for Socio-Economic Development? Participatory Inventories of Local Traditions
- Maria Teresa Viglioglia** 53
The Pedagogical Perspective of Jacques Maritain
- Barbara Ferri** 67
A Multi-Criteria Analysis for the Evaluation of Social Housing Proposals: from the Analytic Hierarchy Process (AHP) to the Analytic Network Process (ANP)
- Georgeta Fudulache** 85
The Social Status of the Artist in the Fifteenth Century: Art and Mathematics
- Loredana Biacino** 97
Construction of the Tangent to a Cycloid Proposed by Wallis and Fermat

Papers in English language

- Salvador Cruz Rambaud, Ana María Sánchez Pérez** 107
Relevance of Financial Information in Quick Loans Negotiation
- Olga Becherova** 117
Risks Connected with Railway Transport: Sociological-Psychological Point of View

Published by Accademia Piceno - Aprutina dei Velati in Teramo (A.P.A.V.)