

ISSN 2282-7765 [online]

ISSN 2282-7757 [testo stampato]

Volume 1, Numero 2, Dicembre 2013

# Science & Philosophy

Rivista di divulgazione delle Scienze e della Filosofia

Honorary Chief Editor  
Giordano Bruno

Chief Editor  
Franco Eugeni

Advisory Editors  
Antonio Maturo  
Aniello Russo Spina  
Ezio Sciarra

FONDAZIONE  
PANTA REI



Casa Editrice Telematica Multiversum

**Honorary Chief Editor:** Giordano Bruno

**Chief Editor:** Franco Eugeni

**Advisory Editors:** Antonio Maturo - Aniello Russo Spena - Ezio Sciarra

**Editorial board:** Emilio Ambrisi - Antonio Angelone - Lino Befacchia - Ferdinando Casolaro - Luciana Delli Rocili - Romano Gatto - Giangiacomo Gerla - Stefano Innamorati - Andrea Manente - Luca Nicotra - Domenico Marconi - Rossella Passavanti - Marco Santarelli - Massimo Squillante - Elisa Savarese - Federico Sepe - Salvatore Sessa - Luca Tallini - Marco Valente - Aldo Ventre

**Scientific Coordinator of the student section:** Ferdinando Casolaro con la collaborazione di Domenico Tucci e Antonio Fontana

**Editorial Manager and Webmaster:** Giuseppe Manuppella

**Direttore Responsabile:** Bruna Di Domenico

**COPYRIGHT © 2013** All rights reserved

**Editore:** *Fondazione Panta Rei Alta Scuola di Scienza e Formazione*

**Periodicità:** semestrale

*Stampato on line a Pescara nel mese di gennaio 2014*

Autorizzazione n. 13 del 18/07/2013 del Tribunale di Pescara

ISSN: 2282-7757 (testo stampato)

ISSN: 2282-7765 (online)

FONDAZIONE  
**PANTA REI**



Casa Editrice Telematica Multiversum

## **Il ruolo della MATHESIS nell'innovazione didattica e nella formazione degli insegnanti**

Emilio Ambrisi<sup>1</sup>

**Sunto.** Si descrive sinteticamente il lavoro svolto dalla Mathesis al servizio dei docenti. Si riportano in particolare le iniziative tendenti a chiarire il senso e la portata dei provvedimenti normativi che hanno sostituito i programmi ministeriali d'insegnamento con Indicazioni Nazionali e Linee guida e il lavoro fatto per sostenere i docenti nella condivisione dei traguardi cognitivi, nella progettazione degli itinerari didattici, nel confronto su metodi d'insegnamento e sugli strumenti dell'accertamento e della valutazione degli apprendimenti.

**Parole chiave:** Mathesis, tavole di apprendimento, scuola estiva, indicazioni nazionali.

**Abstract** We describe briefly the work done by the Mathesis for the training of teachers. We mention in particular the initiatives aimed to clarify the meaning or scope of the regulatory measures that have replaced the Ministerial training programmes with National Guidance and Guidelines. Moreover we recall the work done by Mathesis to support teachers in sharing cognitive goals, in the design of didactical itineraries, in comparison on teaching methods, and tools of investigation and evaluation of learning.

**Keywords** Mathesis, learning tables, summer school, national guidelines.

### **1. La Mathesis**

La Mathesis è Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche. Lo è dal 1895, quando nacque, per iniziativa di insegnanti, con la finalità di potenziare e migliorare l'insegnamento della matematica nelle

---

<sup>1</sup> Presidente Nazionale Mathesis

scuole di ogni ordine e grado; oggi si direbbe nelle scuole di ogni ciclo e indirizzo di studi.

Una finalità e una denominazione impegnative anche perché non era “una” ma “la Società...”. La data di costituzione la colloca certamente tra le più antiche associazioni del suo genere, preceduta, secondo la Enciclopedia Britannica dalla Association for the Improvement of Geometrical Teaching fondata in Inghilterra nel 1871.

Negli anni, la Mathesis ha progressivamente rafforzato la sua natura di associazione di insegnanti e, attraverso la sue numerose sezioni, presenti sull'intero territorio nazionale, ha sviluppato un'intensa e capillare attività al servizio dei docenti, della scuola e della matematica. Lo ha fatto sempre nei suoi quasi centoventi anni di storia, nell'alternarsi dei periodi storici, delle stagioni culturali e delle mode didattiche. E per quanto riguarda più specificamente la seconda metà del secolo scorso, lo ha fatto sia quando si riteneva che il miglioramento dipendesse da questioni di metodo (ad esempio *genetico*, *storico-genetico*, *psico-genetico* o *anche attivo*, *dinamico*, *sincretico*, come talora si è detto) sia quando si è ritenuto fondamentale introdurre nuovi argomenti - notissimo, al riguardo, il momento dello *strutturalismo bourbakista* e *piagetiano* e dei programmi d'insegnamento fondati su mappe ben definite di concetti “*primari*” - sia quando si è cominciato a guardare con grande fiducia alla *spazializzazione* dei concetti e all'apporto delle tecnologie, sia ancora quando ci si è concentrati sulla personalizzazione dei programmi d'insegnamento e degli itinerari di apprendimento, com'è oggi. In verità, si tratta di aspetti che hanno influenzato non poco il dibattito sull'insegnamento/apprendimento e di cui esistono ricche documentazioni.

Sono aspetti tutti importanti che costituiscono, chi più chi meno, ingredienti necessari per un buon insegnamento che non è mai racchiudibile e codificabile in un definito numero di istruzioni.

Nel passato a volte è prevalso l'uno a volte l'altro per un ossequio alla moda che è anche la difficoltà, per il singolo intelletto umano, di affrontare globalmente una questione reale nella molteplicità dei suoi aspetti, di poterla guardare nella sua interezza, dominarla, tenerla tutta intera sotto la coltre illuminata delle agenzie mentali attive, al modo di una coperta intellettuale, immagine geometrica suggerita dal non facile problema di trovare *dati n punti dello spazio, la superficie minima che*

*possa coprirli tutti*, problema noto, appunto, come della *coperta minima*.

Di qui l'azione sempre tesa a contrastare gli eccessi, quelli della formalizzazione spinta o del *problem solving* a tutti i costi (famoso, al riguardo, le reazioni negli U.S. a quella che è stata etichettata la *new-new mathematics*) o della artificiosa enfasi posta sulla matematizzazione della realtà, tipica del PISA/OCSE che sta svolgendo un funzione esorbitante e esercitando un peso enorme anche sulle scelte delle politiche nazionali se commisurato alla **qualità** dei risultati e alle stesse sue finalità.

Diversamente che nel passato, però, oggi anche per l'azione che la Mathesis va a svolgere, pesa soprattutto il disorientante clima politico e culturale che si respira nel nostro Paese. Un clima tutt'altro che *matetico* o *mateloquente*, portatore, cioè, di apprendimento della matematica, e che mostra il suo lato peggiore proprio in tutto ciò che concerne l'educazione e l'istruzione dei giovani.

E' una questione che la Mathesis ha posto attraverso le pagine del Periodico e in vari convegni. Ad essa ha dedicato anche il tema del Congresso nazionale 2014 celebrato nel mese di aprile a Spoleto: *Educazione e Cultura Matematica in Italia. Serve ciò che si studia a scuola?*

Oggi – si è detto - si privilegia la personalizzazione del curriculum sia con riferimento all'insegnamento che all'apprendimento. Non è un fatto da poco. E' un principio che è stato recepito nella legge che regola il nostro sistema educativo dell'istruzione e della formazione. E' il principio in atto nelle scuole del primo ciclo dal 2004 e nel secondo ciclo dal 2010. E' il principio che ha abolito i programmi d'insegnamento **ministeriali** e li ha sostituiti con le *Indicazioni Nazionali* e le *Linee Guida*.

Se non si comprende questo principio, non solo normativo ma scientifico e pedagogico insieme, non si può comprendere il compito assegnato a scuole e docenti e, a maggior ragione, non si può comprendere, ad esempio, il ruolo e la funzione che la legge assegna all'Invalsi che è l'istituto delegato ad accertare che le "prescritte" mete educative e formative siano conseguite dalle scuole operanti in ogni parte d'Italia, dalle scuole del Sud, del Centro e del Nord.

Di questo cambiamento se ne è parlato sempre, fino ad essere ripetivi, attraverso il Periodico e, come si è detto, nei convegni e congressi di questi ultimi anni. Un cambiamento notevole, vera radice dell'innovazione didattica: progettare l'insegnamento non sulla base di una organizzazione standard, canonica della disciplina ma in funzione delle conoscenze, delle abilità e delle competenze matematiche ritenute così significative da essere poste a traguardo dell'azione formativa per tutti i giovani.

E' a diffondere tale principio, tale forte radice innovativa, che la Mathesis ha lavorato e sta ancora lavorando. In definitiva, per favorire una chiara e comprensibile individuazione di conoscenze abilità e competenze condivisa da scuole e docenti come traguardi della loro progettazione didattica, una ben precisa lista di risultati di apprendimento cui dirigere l'impegno di studio.

## **2. La tavola degli apprendimenti del primo biennio**

Il quadro vuole indicare in forma rapida e sintetica i traguardi di conoscenze abilità e competenze matematiche fissati dalle Indicazioni Nazionali e dalle Linee Guida per il primo biennio degli indirizzi di studio della scuola secondaria di secondo grado.

I risultati di apprendimento sono sistemati in un quadro del 1651 di *David Teniers il giovane*. Ciascuno di essi, come un'opera d'arte, è incorniciato e posto in mostra in una ***Galleria matematica dei traguardi di apprendimento del primo biennio***.

L'immagine complessiva è di un quadro pieno di altri quadri, ove fanno bella mostra di sé i sedici prodotti dell'arte matematica. Una tavola, cioè, da esporre in ogni aula quale riferimento per l'azione didattica dei docenti e l'impegno degli studenti; sedici gioielli da leggere, memorizzare e tener presenti quali tappe da raggiungere e che hanno anche la funzione, nuova sul piano scientifico e della gestione del sapere, di aggiungere alla continua ricerca del "come" insegnare la matematica, l'attenzione al problema di come "ri-creare" la conoscenza matematica.



Figura 1 La tavola degli apprendimenti nel biennio

Ri-creare la conoscenza matematica in funzione dei risultati di apprendimento da perseguire e da raggiungere, spingendo a superare le “levigate” e per certi versi innaturali e artificiose trattazioni dei tradizionali capitoli dell’Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell’Analisi Matematica.

Alcuni elementi della lista esprimono più chiaramente delle conoscenze, altri sottendono anche abilità e competenze. Tutti però sono molto specifici, circoscritti a fatti o risultati matematici ben precisati. Per ciascuno di essi si possono declinare le conoscenze, abilità e competenze che vi si addensano.

Ciascun elemento della lista gioca il ruolo di quello che altrove chiamano *curriculum focal point*. Un punto cioè che è di accumulazione di conoscenze, abilità e competenze; qualcosa che specifica il contenuto matematico da conoscere accuratamente per l'apprendimento della matematica in futuro e soprattutto è tale da costituire il riferimento per la costruzione di itinerari didattici la cui unione sia il **ricoprimento** di quanto previsto che si insegna e si apprenda.

Ciascun punto della lista ha la funzione di guidare il docente nella sua progettazione didattica, nella definizione del suo programma d'insegnamento. Il docente, in questo modo, sa qual è il traguardo, sa dove gli si chiede di arrivare. Una meta che può raggiungere come vuole, scegliendo metodi, strumenti, linguaggi, esempi che arricchiscono di significato, applicazioni che contestualizzano, riferimenti storici e, sempre calibrando i tempi, seguendo un itinerario che attraversa i capitoli tradizionali, connette variamente teoremi e algoritmi per coglierne, in una visione unificatrice, particolari e generalizzazioni.

Il docente gioca cioè con il suo sapere matematico, come un giocoliere che manovra e assembla diversamente ciò che sa; non insegna l'Algebra, la Geometria, la Trigonometria nelle loro false sistemazioni, non srotola nè ricapitola una matematica già fatta ma rimescola, associa fatti, idee e procedure che ri-organizza in una rete robusta di ragionamenti e non seguendo le esili e canoniche catene deduttive.

La selezione dei risultati di apprendimento da perseguire sistemati anche nella forma linguistica più chiara ed efficace avvantaggia il docente per il fatto che anche gli studenti possono averne conoscenza, esserne informati preventivamente.

In questo modo gli studenti sanno per che cosa s'impegnano, che cosa si chiede che essi sappiano e sappiano fare a conclusione del primo biennio. In definitiva come i docenti, anche gli studenti sono messi nelle condizioni di conoscere e di condividere le tappe del proprio impegno di studio e di lavoro.

Il quadro è frutto di un lavoro che ha coinvolto, in un progetto realizzato dal MIUR, centinaia di docenti in servizio nelle scuole delle varie regioni d'Italia ed è stato presentato nelle Giornate Matematiche che si sono svolte nell'arco dell'anno scolastico 2012/13 in tutte le regioni per iniziativa dei rispettivi UU.SS.RR e della Mathesis.

### 3. La tavola degli apprendimenti a conclusione del liceo scientifico

L'idea del quadro nasce dal bisogno di presentare in forma rapida ed efficace i risultati attesi a conclusione del corso di studi di Liceo Scientifico. Un lavoro fatto in prosecuzione di quello già realizzato per il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado.

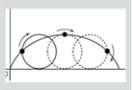
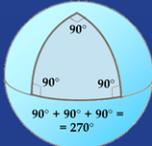
	Qual è il grafico di $y = f(x)$ ?	$e^{i\pi} + 1 = 0$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	Esistono solo cinque poliedri regolari
Equazioni di luoghi geometrici	Permutazioni Disposizioni Combinazioni	Come approssimare $e, \pi, \varphi$		$\aleph_0$ Chi è aleph-zero?
I teoremi di <i>Lagrange, Rolle, l'Hôpital</i>	Problemi di massimo e minimo  Il principio di induzione	Applicazione degli integrali al calcolo di aree e volumi	Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione	Come approssimare un integrale definito
Principio di Cavalieri	Cos'è un sistema assiomatico?	Quante volte devo giocare al lotto per vincere?	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	

Figura 2 La tavola degli apprendimenti nel liceo scientifico

Un insieme costituito da un contenuto numero di “*focal point*”. Una tavola degli apprendimenti alla quale il docente può riferirsi per progettare il suo insegnamento, una sorta di stelle fisse da tener presenti navigando nell'universo del sapere matematico. Una guida, quindi, per discenti e docenti. Dove tendere gli sforzi?

Un modo efficace per corrispondere, senza rovinosi eccessi, alle tante esigenze didattiche, e anche a una *flipped classroom*. Una classe

capovolta: studiare a casa e lavorare in classe, confrontarsi sul lavoro svolto, su significati e applicazioni, storia e connessioni da cogliere e organizzare.

Una tavola che è anche una essenzializzazione di **Syllabus** per la prova scritta di matematica agli esami di Stato e uno strumento per realizzare un concreto cambiamento di prospettiva: dall'attenzione ai punti di partenza del discorso matematico, allo sguardo rivolto ai punti di arrivo, dove si vuole arrivare.

La scelta, cioè, di ciò che va insegnato per prima in funzione di ciò che serve per approdare alla meta.

Dunque, la ri-organizzazione dei percorsi didattici in funzione dei risultati di apprendimento da perseguire e da raggiungere annullando così le abituali gradualità e gerarchie concettuali. Qualcosa che ha anche il significato di rompere con i tradizionali capitoli dell'Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell'Analisi Matematica e con le loro canoniche trattazioni, per approdare ad una matematica integrata, pensata in modo fusionista, non tagliata a fette, ciascuna sistemata in un suo specifico cassetto. In definitiva, un processo analogo alla ricostruzione del *continuo* a partire dal *discreto*.

Il quadro contiene teoremi e principi, concetti, formule e procedure, problemi e forme geometriche esposti come in una galleria d'arte matematica. "Fatti" matematici percepibili, comprensibili, di cui si può parlare e dibattere. In ciascuno di essi si addensano altri concetti, altre idee e procedure che è possibile collegare in un'unica trama concettuale, logica, applicativa.

Il quadro è il distillato della lettura delle Indicazioni Nazionali e dell'ampio dialogo che ha coinvolto i docenti nelle annuali indagini sui risultati della prova scritta di matematica agli esami di Stato realizzata attraverso il sito [www.matmedia.it](http://www.matmedia.it).

#### **4. La tavola di apprendimento a conclusione della scuola secondaria di primo grado**

L'idea che domina è sempre quella della lista: insegnare la matematica non seguendo una linea canonica e standardizzata

Il ruolo della MATHESIS nell'innovazione didattica e nella formazione degli insegnanti

derivante dalle sistemazioni del passato ma organizzare il discorso matematico, l'itinerario didattico in funzione dei fatti matematici che si vogliono insegnare e far apprendere.

Il lavoro per il primo ciclo è stato solo avviato. Quella che segue è una prima elencazione di fatti essenziali cui tendere con l'azione didattica sviluppata nella scuola secondaria di primo grado.

<b>OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO A CONCLUSIONE DELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO</b>			
I numeri sulla retta. Il piano cartesiano.	Il numero pi-greco, la misura del cerchio e della circonferenza	Invarianti: il rapporto di similitudine	Scomporre un numero in fattori primi
Stimare l'area di una figura delimitata da linee curve.		Volumi e superfici delle figure solide	Leggi di proporzionalità: rappresentare $y = ax$ , $y = a/x$
Equazioni di primo grado	Stimare la radice quadrata di un naturale; irrazionalità	Uso di riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria	Teorema di Pitagora
Variazioni percentuali		Le funzioni $y = ax^2$ , $y = 2^n$	
Calcolare la probabilità di qualche evento		Eventi complementari, incompatibili, indipendenti	Moda, mediana, media aritmetica

Figura 3 La tavola degli apprendimenti nel primo ciclo

## 5. Le scuole estive della Mathesis

Una delle iniziative che la Mathesis sta svolgendo da alcuni anni è quella delle scuole estive. L'obiettivo è quello di favorire occasioni di incontro e di riflessione tra i docenti del primo e del secondo ciclo.

E. Ambrisi

Esse sono realizzate nella seconda metà di luglio e mirano a creare un'ambiente in cui i docenti possano condividere le stesse tappe dell'insegnamento, confrontarsi sugli itinerari didattici e gli strumenti e i sussidi didattici, riflettere sulle prove di accertamento e di valutazione degli apprendimenti realizzati.

I programmi e i risultati delle scuole estive finora realizzate sono ampiamente riportati sul sito [www.mathesisnazionale.it](http://www.mathesisnazionale.it).

## Le Scuole di Matematica per la Formazione Docenti<sup>1</sup>

Ferdinando Casolaro<sup>2</sup> - Raffaele Prospero<sup>3</sup>

**Sunto.** Il presente lavoro, dedicato alla memoria di Giuseppina Varone, pone in risalto la funzione delle Scuole di Matematica per la formazione e l'aggiornamento dei docenti. In particolare, si evidenziano le risultanze emerse dalla Scuola estiva, organizzata dalla Mathesis a Terni dal 26 al 30 luglio 2011; in tale sede si è provveduto alla raccolta e all'editazione di documenti relativi alle attività precedentemente svolte dai vari gruppi di lavoro in relazione alle principali branche della matematica.

**Parole chiave:** Didattica, Matematica, Docenti.

**Abstract.** This work, dedicated to the memory of Josephine Varone, highlights the role of Mathematics Summer School for teachers training and updating. In particular, we highlight the findings emerged from the Summer School, organized by Mathesis in Terni from 26 to 30 July 2011; in that context we arranged for the collection and editing to be done of documents related to the activities previously carried out by the various working groups about the main branches of mathematics.

**Keywords:** Didactics, Mathematics, Teachers.

---

<sup>1</sup> Lavoro dedicato alla memoria di Giuseppina Varone (1964- 2010) - Ricercatrice presso l'Università di Chieti-Pescara.

<sup>2</sup> Dipartimento di Scienze Economiche Aziendali - Università degli Studi del Sannio fcasolar@unisannio.it .

<sup>3</sup> Dipartimento di Scienze Economiche Aziendali - Università degli Studi del Sannio prospero@unisannio.it.

## 1. Introduzione

Nel XX secolo la visione del mondo è completamente mutata, a seguito dei risultati ottenuti dall'evoluzione della Fisica (Relatività, Meccanica Quantistica, convinzione dell'Architettura come Scienza) nonché delle esperienze di carattere politico-economico.

Nella Scuola, tra programmi e Indicazioni Nazionali, si è cercato di porre in risalto questi mutamenti, in particolare negli anni '80 e '90 con le varie sperimentazioni (indirizzo Brocca, PNI, ...) che, però, non sono stati mai presi in debita considerazione dai Docenti e dai Dirigenti Scolastici, perché l'unico fine dell'insegnamento è rappresentato dall'esame di Stato (versione di Latino o Greco nell'indirizzo classico, tema di Matematica nel liceo scientifico, problema specifico di indirizzo nei tecnici e nei professionali).

Con la riforma Gelmini sono stati addirittura cancellati questi tentativi e siamo ritornati, quasi, alla programmazione Gentile del 1923.

Si pone dunque, oggi più che in passato, il problema di un'analisi storica e di approfondimento dei temi classici e moderni delle discipline scientifiche - in particolare della Matematica e delle sue interrelazioni con la Fisica - per formare i docenti in modo adeguato alle esigenze del mondo reale. Per tale obiettivo riteniamo che le "*Scuole di Matematica*" svolgano una funzione molto forte.

Quali sono gli elementi essenziali di una Scuola?

- La possibilità di andare oltre le "*Indicazioni Ministeriali*" e le "*Linee Guida*" e cercare di porre le basi per una didattica più vicina alle esigenze del mondo reale.

- L'impegno per i giovani docenti a continuare a studiare nella Scuola, oltre le giornate di lavoro in presenza, per pubblicare le risultanze.

- La "*reale*" possibilità di confronto: dico "*reale*", perché c'è la convinzione che la Formazione si faccia attraverso conferenze di "*persone che contano*", indipendentemente dall'aver o non avere avuto rapporti con l'insegnamento secondario. La Scuola non ha bisogno di *scienziati o pseudo-tali*, ma di persone umili con la

passione di trasmettere *le conoscenze e le competenze acquisite* alle giovani generazioni.

Nell'ambito degli incontri della Scuola Estiva di Matematica, organizzata dalla Mathesis a Terni, è stato realizzato e pubblicato un volume che contiene le risultanze emerse dal confronto dei docenti partecipanti ai vari gruppi di lavoro.

Il volume, edito da "2C Contact", dal titolo "*Matematica per la Scuola Secondaria di 2° grado - Un contributo per il docente di Matematica*", contiene cinque capitoli dedicati, rispettivamente alle branche seguenti:

- Aritmetica e Algebra
- Geometria
- Analisi Matematica
- Probabilità e Statistica
- L'informatica nell'insegnamento della Matematica

Inoltre, tutti i gruppi hanno concordato una descrizione degli argomenti e un glossario-syllabus relativo alla Geometria.

Nei prossimi paragrafi porremo l'accento sull'evoluzione della Geometria e della Matematica dell'Incerto (Calcolo delle probabilità e Statistica), con un cenno alla funzione che ha assunto l'Informatica nell'insegnamento della Matematica e su quanto prodotto nei capitoli relativi all'Algebra ed all'Analisi.

## **2. L'ampliamento del modello euclideo alle altre geometrie**

Le conoscenze degli eventi scientifici (in particolare nella Matematica e nella Fisica) sviluppatasi negli ultimi 150 anni, già citati nel paragrafo precedente, possono avere, in ambito *didattico-formativo*, una funzione di valorizzazione e di recupero di quegli interessi culturali che spesso la scuola non riesce a trasmettere alle nuove generazioni. In tale arco temporale, infatti, si sono verificati

approfondimenti in alcune branche della Matematica, che sono risultati essenziali per l'evoluzione del mondo moderno.

Con riferimento alla Geometria, le questioni affrontate in questo periodo evidenziano gli elementi essenziali relativi agli ampliamenti del modello euclideo, come le geometrie sviluppatesi negli ultimi due secoli:

- la *geometria affine*, con un cenno agli spazi vettoriali ed alle operazioni tra vettori utilizzati in Fisica e nelle Scienze applicate;

- la *geometria proiettiva*, di cui si sottolinea l'evoluzione come sviluppo di quanto già prodotto in tempi precedenti sulla spinta delle esigenze degli artisti già dai tempi di Euclide con "*l'Ottica degli antichi*" e dall'evoluzione dell'arte nel Rinascimento con i vari Brunelleschi, Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Leonardo da Vinci, ecc.;

- le *geometrie non euclidee*, con cenni in particolare al modello di Riemann, utilizzato da Albert Einstein per lo sviluppo della *Teoria della Relatività*.

Queste tematiche sono state oggetto di approfondimento dei matematici anche nei decenni successivi; in particolare nel dopoguerra, perché ritenute essenziali all'ammodernamento della didattica, sono state portate avanti da Lucio Lombardo Radice, Lina Mancini Proia, Emma Castelnuovo e altri, fino a Giovanni Prodi, Francesco Speranza e Aldo Morelli.

Si pone dunque oggi un problema:

- *Quale Geometria si deve insegnare?*

- *Geometria e Cinematica devono ancora procedere una indipendentemente dall'altra o il concetto "spazio-tempo" ci impone di rivedere alcune questioni anche nell'insegnamento?*

Che la geometria euclidea sia il più forte strumento che ha il docente di matematica per migliorare le capacità logiche e lo sviluppo del linguaggio dei propri allievi è fuor di dubbio, ma è anche evidente che la velocizzazione degli eventi negli ultimi decenni e la capacità di osservare un universo più ampio debba far sentire il dovere di apportare qualche ritocco a questo percorso.

Il lavoro compiuto nella Scuola di Terni, che ci proponiamo di continuare con i prossimi appuntamenti, va inteso come un tentativo di dare una risposta a queste domande; per tale motivo abbiamo ritenuto opportuno anteporre ad ogni paragrafo del capitolo "Geometria" una breve sintesi storica dello sviluppo dall' VIII sec. a.C. (prime congetture di un universo curvo da parte dei Caldeo-Babilonesi) ad oggi.

### **3. Analisi Matematica**

Il gruppo di lavoro "*Analisi Matematica*"<sup>4</sup> si è posto come obiettivo la "*questione di come introdurre gli argomenti in una lezione di matematica*", tenendo conto delle differenze di esigenze e di ore disponibili nei vari corsi di studio.

Poiché uno dei motivi delle difficoltà che incontrano gli allievi nell'apprendimento della matematica è sicuramente l'approccio che utilizza il docente nella presentazione iniziale, il gruppo di lavoro ha trattato questioni elementari che si ritiene dovrebbero essere oggetto di riflessione da parte del docente, per valutare l'opportunità di presentare attraverso la rappresentazione grafica alcuni degli argomenti proposti come introduzione ai concetti di limite, derivata, integrale.

### **4. Probabilità e Statistica**

Il gruppo "*Probabilità e Statistica*"<sup>5</sup> ha affrontato le problematiche che può incontrare un Docente di Matematica nell'insegnamento di "*Dati e Previsioni*" in termini di scelta degli argomenti da proporre in classe, della loro ripartizione temporale, della metodologia, degli esempi, degli esercizi, dei problemi.

---

<sup>4</sup> Coordinato dalla prof.ssa Daniela Buono, docente del Liceo Scientifico "*Cartesio*" di Giugliano (NA).

<sup>5</sup> Coordinato dal Prof. Raffaele Prosperi, Università del Sannio - Benevento.

Sono state affrontate separatamente le parti riguardanti il primo biennio e il secondo biennio con il quinto anno.

Sono state analizzate con attenzione le Indicazioni Nazionali e le Linee Guida, al fine di individuare i punti cardine e proporre un possibile percorso didattico; ne è nata una discussione cui hanno contribuito costruttivamente tutti i presenti, per cui l'analisi, le relative conclusioni e le conseguenti proposte sono state condivise da ciascuno dei docenti che ha preso parte alla Scuola.

Una prima considerazione ha riguardato la scelta del tempo da dedicare agli argomenti di Probabilità e Statistica; in particolare si concorda che questi, per il primo biennio, si limitino alla sola Statistica Descrittiva, ritenendosi ovunque che la parte di Statistica Inferenziale possa essere affrontata solo a partire dal terzo anno, cioè dopo che un allievo sia venuto in possesso delle conoscenze e competenze di base necessarie. Indipendentemente dalla scelta di partire prima con la Probabilità o, come preferiscono molti, dalla Statistica Descrittiva, si è ritenuto che tali argomenti (come del resto tutti quelli di Matematica) debbano essere preceduti da concetti base di Logica Elementare e di Teoria ingenua degli Insiemi e che molti degli esercizi da proporre durante lo svolgimento di tali argomenti dovrebbero essere mirati a problemi sulla Probabilità, intendendosi che ne dovrebbero costituire la parte iniziale; basta pensare alla determinazione dell'Insieme Universo degli Eventi, ottenibile spesso come prodotto cartesiano di altri insiemi di eventi elementari. Una parte dei Docenti ha ritenuto importante anche far precedere il Calcolo delle Probabilità da cenni di Calcolo Combinatorio, ad esempio al fine di determinare il numero di casi favorevoli e il numero di quelli ugualmente possibili in situazioni di equiprobabilità ipotizzabile a priori.

L'analisi del gruppo ha mirato alla scelta di una sequenza di argomenti e delle rispettive motivazioni pratiche legate alla vita di tutti i giorni, introdotte per sollecitare la partecipazione attiva degli alunni e per semplificare la previsione dell'ordine di grandezza del risultato. Per tale motivo, si è ritenuto fondamentale non seguire uno sviluppo sequenziale, progressivo degli argomenti, bensì spingere gli allievi alla discussione della validità di alcuni risultati e all'eventuale

introduzione di ulteriori concetti che ne potenzino il significato: un caso emblematico può essere rappresentato dall'introduzione del concetto di *media* come sintesi di una serie di valori tra loro differenti o, ancor di più, del concetto di *deviazione standard* nei casi in cui *gruppi di valori aventi la stessa media aritmetica semplice non fossero ugualmente rappresentati da tale valore medio*.

Un altro punto condiviso dalla quasi totalità dei partecipanti al gruppo di lavoro è quello secondo cui *è più conveniente fornire una sola definizione di media, quella che la identifica con il valore comune che deve essere sostituito a tutte le occorrenze per ottenere lo stesso risultato*; a seconda della funzione che permette di calcolare il risultato richiesto, si ottengono tutti i tipi di media (aritmetica, geometrica, armonica, quadratica). In tal modo non si richiede all'alunno di applicare meccanicamente alcune formule, ma di essere in grado di individuare di volta in volta il tipo di problema da risolvere (anche problemi diversi con la stessa serie di dati) e di maneggiare correttamente l'algebra per giungere ad una formula risolutiva, che alla fine coincide con una delle varie definizioni di media.

Infine, sempre nell'ottica di sollecitare l'alunno a utilizzare consciamente tutti i metodi e gli strumenti di cui di volta in volta acquisisce conoscenza e competenza necessarie, si è ritenuto molto utile proporre inizialmente l'uso contemporaneo di più strumenti di rappresentazione dei dati e dei corrispondenti valori di sintesi, al fine di apprezzarne le peculiarità e saperli selezionare all'uopo.

## 5. L'informatica nell'insegnamento della Matematica

Il gruppo "*L'informatica nell'insegnamento della Matematica*"<sup>6</sup>, ha posto la questione sulle competenze di cui deve essere in possesso un docente di Matematica al fine di ottimizzare, nell'insegnamento-apprendimento, l'utilizzo di macchine di calcolo senza che venga sminuita la funzione educativa delle abilità matematiche di base. In tale ottica, dopo una sintesi storica di Tiziana Bindo<sup>7</sup>, relativa

---

<sup>6</sup> Coordinato dal Prof. Luca Paladino, docente dell' ITI "Talete" di Acerra (NA).

<sup>7</sup> Presidente della Sezione Mathesis di Grottaglie.

all'utilizzo degli strumenti informatici per l'insegnamento della matematica e due applicazioni alla didattica di Elisabetta Lorenzetti e Vincenza Fico, il gruppo ha prodotto una descrizione di Salvatore Sessa<sup>8</sup>, che sottolinea l'importanza che può avere il foglio elettronico (detto anche *spreadsheet*) nell'insegnamento della Matematica. La proposta è sviluppata in un CD allegato al volume in oggetto.

## 6. Aritmetica e Algebra

Il gruppo "*Aritmetica e Algebra*"<sup>9</sup> ha presentato un percorso, estratto dal lavoro "*Dal finito all'infinito numerabile*" [13], sulla funzione del significato di corrispondenza, per proporre un primo approccio ai grandi numeri ed al concetto di infinito. Tale lavoro è stato prodotto nell'ambito del protocollo di intesa MPI-Mathesis-2007, come proposta di percorso didattico per gli anni a cavallo tra la scuola primaria e la scuola secondaria di primo grado.

Inoltre, il gruppo ha prodotto:

1) una sintesi storica, sviluppata da Mario Mandrone<sup>10</sup>, dei momenti essenziali dell'evoluzione dell'aritmetica e dell'algebra: "*Dal pensiero aritmetico al pensiero algebrico*".

2) un'esperienza di lezione presentata da Luca Dattero come gioco, in una prima classe di un istituto professionale, relativamente all'introduzione dei primi elementi di algebra moderna: "*Una lezione di Algebra introdotta come gioco*".

---

<sup>8</sup> Docente Ordinario di Informatica presso la Facoltà di Architettura dell'Università "Federico II" di Napoli.

<sup>9</sup> Coordinato dal Prof. Luca Dattero, docente del IPSSCT "Sassetti-Peruzzi" di Firenze.

<sup>10</sup> Presidente della Sezione Mathesis di Benevento.

## Bibliografia

- [1] Lipschutz S. (1975) *Calcolo delle Probabilità*, Collana Schaum teoria e problemi ETAS Libri, Milano.
- [2] Spiegel M. R. (1976) *Statistica*, Collana Schaum teoria ed applicazioni, ETAS Libri, Milano.
- [3] F. Casolaro (1990) *Il Programma di Erlangen e le trasformazioni geometriche*. Atti del corso Disegno e Matematica: "Proposte per una didattica finalizzata all'uso delle nuove tecnologie", a cura di C. Cundari: Sorrento, pp. 11-15 (dicembre 1990; Roma, 6-10 maggio, 8-12 dicembre 1991 – M.P.I. e Dipartimento di Rappresentazione e Rilievo della Facoltà di Ingegneria dell'Università «La Sapienza» di Roma); pagg. 85-118 e 220-245.
- [4] F. Casolaro (1995) *La Matematica nell'insegnamento della Fisica*, in «Atti del Convegno Nazionale Mathesis: Cento anni di matematica», Palombi Editori, Roma, pagg. 363-368.
- [5] F. Casolaro, L. Cirillo (1996) "Le trasformazioni omologiche". Atti del Congresso Nazionale Mathesis: "I fondamenti della matematica per la sua didattica e nei suoi legami con la scienza contemporanea", pagg. 309-318.
- [6] F. Casolaro (2002) *L'insegnamento dell'analisi matematica nella scuola secondaria superiore. Dispense del corso di Perfezionamento in Didattica della Matematica 2001/2002*. - Università di Napoli "Federico II".
- [7] F. Casolaro (2003) *Le trasformazioni omologiche nella Storia, nell'Arte, nella Didattica*, speech al «Convegno internazionale Arte e Matematica», pagg.129-148.
- [8] F. Casolaro, R. Prospero (2004) *Aspetti qualitativi ed interdisciplinari delle funzioni elementari*, «Atti del Congresso nazionale Mathesis», pp. 296-302.
- [9] F. Casolaro, R. Pisano (2006) "Riflessioni sulla geometria nella Teoria della relatività", *Atti del XXVI Congresso Nazionale di "Storia della Fisica e dell'Astronomia"* (SISFA 15-17 giugno 2006), tenutosi il giorno 15/05/2006 presso la Facoltà di

Architettura “Valle Giulia” dell’Università di Roma “La Sapienza”. pag. 221-231.

- [10] F. Casolaro, A. Maturo (2006) “*Teaching the mathematics of the uncertainty for decision making*”, accettato per la pubblicazione agli Atti del Convegno internazionale “*Mathematics of uncertainty*” (ECIT 2006, European Conference on Intelligent Systems and Technologies) tenutosi presso l’Università di Iasi (21-23 settembre 2006).
- [11] F. Casolaro, L. Iorio (2007) “*Le applicazioni della matematica da Eulero ad oggi*”. Atti del Congresso nazionale “*MATHESES*” 2007 “*Nel III centenario della nascita di Leonhard Euler (1707 – 2007)*” - Chieti, 1-2-3-4 Novembre 2007; pagg.117-127.
- [12] F. Casolaro, R. Prospero (2008) “*L’evoluzione della matematica attraverso quattro congetture fondamentali sull’osservazione del mondo fisico*”. Atti del 1° Convegno “*Intersezioni AIF: Calitri, Latina, Minturno, Napoli1, Napoli2*”, tenutosi ad Aversa il 26/05/2008; pagg. 71-83.
- [13] I. Aschieri, F. Casolaro, L. Iorio (2011) “*Dal finito all’infinito numerabile*”. Pubblicato agli atti del Seminario MPI-Mathesis “*Matematica senza numeri*”, tenutosi a Parma nei giorni 28, 29, 30 aprile 2007 - Atti della Scuola Estiva di Terni 2011 - Editore 2C Contact, pagg. 13-20.
- [14] F. Casolaro (2008) “*L’evoluzione della Matematica attraverso quattro congetture fondamentali sull’osservazione del mondo fisico*”. Atti del 1° Convegno AIF: Calitri, Latina, Minturno, Napoli: “*Qual è il ruolo culturale ed interdisciplinare delle scienze fisiche e matematiche? Ipotesi e prospettive*” tenutosi presso l’Istituto “*Niccolò Jommelli*” di Aversa il 26 Maggio 2008, pagg. 71-83.
- [15] F. Casolaro, R. Pisano (2009) *Riflessioni sulla geometria nella Teoria della relatività*. Atti del XXVI Congresso Nazionale SISFA.
- [16] F. Casolaro, M. Coccozza, A. Pezone (2010) “*I contenuti della prova di Matematica agli esami di Stato*” - Periodico di Matematica n. 1, gen.-aprile 2010, pagg. 70-76.

- [17] F. Casolaro, L. Paladino (2010) "*Analisi sociale e rigore scientifico: Scelta di equilibrio per l'ottimizzazione dei risultati nell'insegnamento della Matematica*" - Atti del Convegno Nazionale "*Logica, linguaggio e didattica della matematica 2010*". Dipartimento di Matematica - Informatica, della Università Degli Studi di Salerno. 24-27 novembre 2010.
- [18] F. Casolaro, R. Pisano (2011) "*An Historical Inquiry on Geometry in Relativity: Reflections on Early Relationship Geometry-Physics (Part One)*" - History Research - Vol. 1, Number 1, December 2011 - pag. 47-60.
- [19] F. Casolaro (a cura di) Atti della Scuola Estiva che si è tenuta a Terni nel periodo 26-30 luglio 2011. "*La Matematica per la Scuola Secondaria di secondo grado: un contributo per il docente di Matematica*" - Editore 2C Contact.
- [20] F. Casolaro et al (2011) "*L'introduzione agli argomenti di Analisi Matematica nell'insegnamento*" - Capitolo III del volume degli Atti della Scuola Estiva di Terni, 26-30 luglio 2011 "*La Matematica per la Scuola Secondaria di secondo grado: un contributo per il docente di Matematica*". Editore 2C Contact, pagg. 92-112.
- [21] F. Casolaro (2011) Glossario-Syllabus di Geometria. Appendice al volume degli Atti della Scuola Estiva di Terni, 26-30 luglio 2011 - "*La Matematica per la Scuola di 2° secondo grado: un contributo per il docente di Matematica*". Ed. 2CContact, pag. 167-194.
- [22] F. Casolaro, L. Paladino (2012) "*Evolution of the geometry through the Arts*" - 11<sup>th</sup> International Conference APLIMAT 2012 - in the Faculty of Mechanical Engineering - Slovak University of Tecnology in Bratislava, 7-9 febbraio 2012, pag. 481-490.
- [23] F. Casolaro, L. Paladino (2012) "*Didactics of Statistics in Sociology*" - First International Conference on *Recent Trends in Social Sciences: Qualitative Theories and Quantitative Models* (RTSS) - Iași (Romania), 23-25 September, 2012. In fase di stampa.

- [24] F. Casolaro, R. Prosperì (2001) *La Matematica nelle Scienze applicate: equazioni algebriche ed equazioni differenziali nei programmi degli istituti tecnici*, «Atti del Congresso nazionale Mathesis», pp. 173-186.
- [25] M. Kline (1999) *Storia del pensiero matematico*, Einaudi Editori, Torino, 2 Voll.
- [26] L. Paladino, R. Prosperì (2008) La logica nei problemi di incertezza assegnati agli esami di Stato-Indirizzo PNI, in *Atti Congresso nazionale "Mathesis" 2008 "La didattica della matematica da Peano a oggi"*.

## **Il contributo dei giochi matematici all'innovazione didattica**

Paolo Rotondo<sup>1</sup> Agostino Zappacosta<sup>2</sup>

**Sunto** Il contributo intende illustrare il possibile ruolo dei giochi matematici come stimolo alla didattica, per avvicinare gli studenti a situazioni ‘matematiche’ non standard, col fine di favorire l’approccio per problemi all’apprendimento della materia.

**Parole Chiave:** innovazione, gioco, intuizione.

**Abstract** The contribution intends to illustrate the possible role of the mathematics games as stimulus to didactics, in order to make the students interested in non standard “mathematical” situations, with the aim to facilitate the approach through problems to the learning of the subject.

**Keyword:** innovation, game, intuition.

### **1. Introduzione**

I cosiddetti “Giochi matematici” – di recente diffusi nella pratica didattica in diversi ordini di Scuola – risalgono, nella letteratura matematica, a tempi più che antichi, se si pensa che già nelle testimonianze sull’antico Egitto, sulla matematica greca, in quella cinese e indiana si trovano tracce di attività ‘matematiche’ assimilabili agli attuali giochi.

<sup>1</sup> ex docente di Matematica e Dirigente Scolastico Scuola I grado; Viale G. Bovio 194 PESCARA

<sup>2</sup> ex docente di Matematica Scuole Superiori; Via Liberazione 67; CHIETI

Nel 1484 in Francia – all'interno di un primo trattato di algebra – si trova un capitolo interamente dedicato a problemi ricreativi. Nel XVII secolo M. Mézirac (1581 – 1638) pubblica in Francia un primo libro di giochi matematici.

In anni moderni, tutti conosciamo Martin Gardner che, dal 1956 sulla Rivista “Scientific American”, si è occupato con particolare originalità ed acume di tale tipo di giochi.

## **2. Che cos'è un “gioco matematico”**

Nel tentativo di dare una accettabile ‘definizione’ di “Gioco matematico”, si conviene che esso debba soddisfare alcuni requisiti: per esempio, quello di essere accessibile ad un gran numero di persone.

Ciò comporta che esso non venga esposto con tecnicismi da ‘addetti ai lavori’, e che la sua soluzione non richieda particolari conoscenze teoriche; si richiede invece che il suo enunciato risulti intrigante o anche divertente, che inneschi – per così dire – uno ‘scenario’ quotidiano, nel quale sia evidente l'aspetto logico-matematico, ma non nel senso ‘scolastico’ del termine, bensì in maniera da risultare intrigante, da incuriosire chi vi si dedica. Il più delle volte la soluzione di un problema classificato come “Gioco matematico” appare semplice, finanche elegante, con pochi calcoli (o anche con nessun calcolo); ed anzi appare interessante quando le soluzioni sono più di una, legate a determinati criteri.

Un simile gioco risulta infine proficuo quando ne viene lo stimolo a saperne di più, ad approfondire, a generalizzare, a ‘matematizzare’ adeguatamente certe situazioni, in maniera da allargare il panorama del tipo di problematica suscitato dalla situazione iniziale.

Proponiamo alcuni esempi:

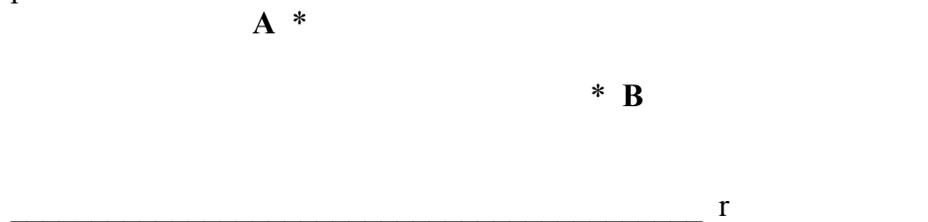
### **a) Penne e triangoli**

Si danno 3 penne, chiedendo di formare con esse un triangolo: sembra banale. Poi si aggiungono 2 penne, con la richiesta di formare un altro triangolo, e risulta facile. Ma infine si fornisce una sesta

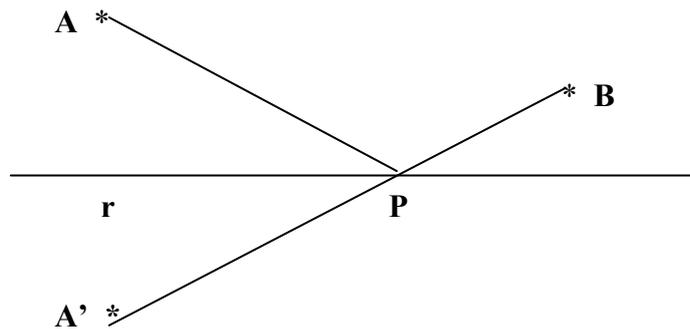
penna, con la richiesta di formare altri 2 triangoli, senza modificare la forma dei precedenti già formati: allora si scopre la difficoltà di comporre 4 triangoli con 6 penne . . . se si rimane sul piano. Non è banale farsi venire in mente che basta – e occorre – ‘alzare’ 2 penne precedenti ed inserire la sesta penna in modo da formare un tetraedro, per avere appunto i 4 triangoli richiesti.

**b) Il cammino minimo**

Una nave-soccorso posta in A deve soccorrere un'imbarcazione in difficoltà che si trova in B, ma deve prima fare rifornimento presso una postazione mobile collocata sulla riva, rappresentata dalla retta r. Bisogna allora trovare un cammino dal punto A al punto B, che tocchi la retta r in un punto P e che sia il più corto possibile. Come si può fare ?



Se si considera il simmetrico A' di A rispetto ad r, basta unire con un segmento B con A': tale segmento necessariamente interseca r in un punto, che è il punto P cercato.



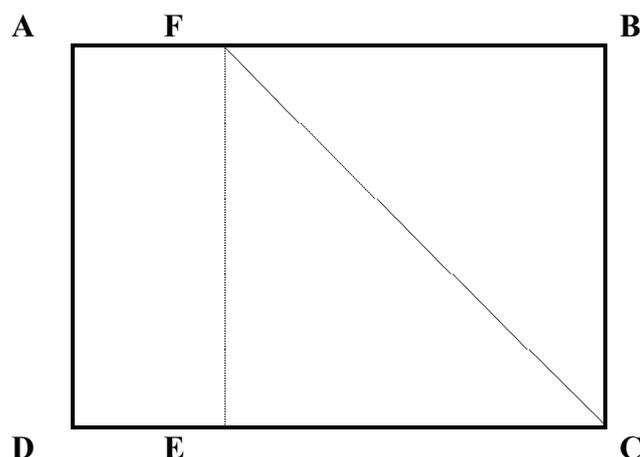
Il cammino **A P B** realizza il percorso minimo cercato. Qui appare evidente l'eleganza della soluzione grafica, rispetto ad una possibile matematizzazione 'tecnica' della questione, con ricerca del 'minimo' di un'opportuna funzione. Appare anche evidente che si possono innescare questioni riguardanti la simmetria, la legge di riflessione ottica, ed allargare il discorso ai problemi generali di 'cammino minimo'.

**c)Carta e forbici**

**A)** Prendiamo un foglio di carta, di forma rettangolare (va benissimo il formato A4) e lo mostriamo agli alunni. Facciamo tre prove: sempre con le braccia alzate teniamo il foglio in modo che il lato maggiore risulti: a) orizzontale; b) verticale (in questo caso è il lato minore ad essere orizzontale); c) obliquo (in modo che la diagonale risulti verticale).Una volta che ci siamo accertati che tutti stanno osservando il foglio di carta che stiamo loro mostrando, chiediamo loro: "Che figura vedete?".

Da diverse prove effettuate con alunni di quarta, quinta elementare e prima media, nei casi a) e b) la quasi totalità degli alunni risponde esattamente. Invece nel caso c) sono molto incerti: un 45% risponde che si tratta di un rombo; un altro 45% risponde che si tratta di un parallelogramma e solo il 10% degli alunni dà la risposta esatta con dei puntuali commenti (come per es.: è naturale che se giro il foglio, la sua forma è sempre la stessa).

A questo punto chiediamo ai ragazzi di ritagliare dal foglio rettangolare un quadrato il più grande possibile, senza adoperare né righello graduato, né matita (o penna).Diciamo pure che il foglio può essere piegato in qualsiasi modo, anche più volte, se necessario.



Generalmente, dopo alcuni tentativi, qualche alunno trova la giusta soluzione che facciamo poi descrivere in modo preciso: “Tenendo fermo il foglio sul banco, poniamo l’indice della mano destra sul vertice C, mentre con la mano sinistra prendiamo il lembo (spigolo, vertice) contrassegnato con la lettera B e lo portiamo a farlo combaciare su un punto situato lungo il lato CD (nella figura il punto è contrassegnato con la lettera E).

A questo punto pieghiamo il foglio di carta lungo la linea CF. Con le forbici, tenendo ben fermo il lembo FB che combacia con la linea FE, tagliamo il foglio. Otteniamo così il quadrato BCEF.”

**Attenzione:** in pratica le linee tratteggiate in figura, non devono essere disegnate. Siamo stati costretti a disegnarli per spiegare meglio il procedimento.

Ripetiamo, col quadrato così ottenuto, le 3 prove descritte sopra, ruotando opportunamente il foglio tra le due mani alzate. In questo caso, molto banale per la verità, per i casi a) e b) otteniamo sempre risposte esatte. Per il caso c), invece il 90% degli alunni risponde che la figura ha la forma di un rombo mentre pochissimi danno la risposta giusta (quadrato).

**A questo punto passiamo alla magia:**

Cominciamo con una domanda rivolta agli alunni: “Piegando opportunamente questo foglio di carta di forma quadrata con più piegature e adoperando le forbici, con un solo taglio dritto, dobbiamo ottenere 4 quadrati più piccoli uguali tra loro. Come si fa?”

Tutti i ragazzi, con spirito agonistico, si impegneranno e dovremo saper attendere con pazienza l’esito dei loro tentativi. Bisogna saper creare ad arte un’atmosfera di suspense per aumentare la curiosità nei ragazzi. Alla fine mostriamo la soluzione (dell’uovo di Colombo). Generalmente gli alunni non riescono a risolvere questo problema. Il motivo è molto semplice: se nella prima piegatura, scelgono di piegare il foglio lungo una diagonale desistono subito perché dopo la prima piegatura ottengono una forma triangolare e non sanno andare avanti.

Allora provano ad effettuare delle piegature ripetute soprattutto lungo le mediane e poi riaprendo il foglio vedono che il quadrato iniziale è stato diviso in quattro quadrati più piccoli ed uguali (ben visibili dalle pieghe rimaste sul foglio). Però questo fatto richiede due tagli e non un unico taglio di forbici, come richiesto dal quesito. Questo fatto accresce la loro curiosità insieme ad un certo fastidio più o meno malcelato.

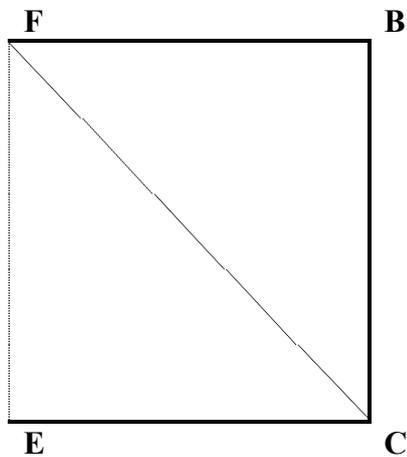


Figura 1

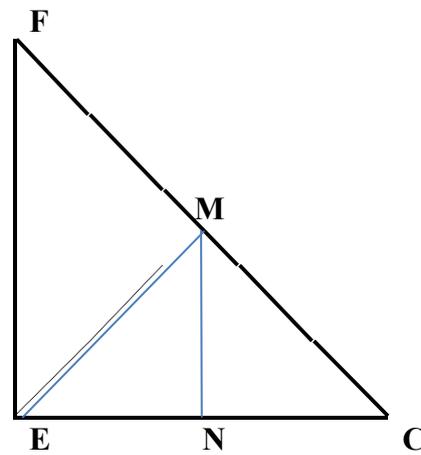
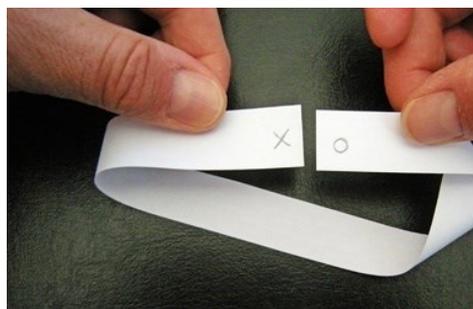


Figura 2

Alla fine diamo la soluzione: dopo aver effettuato due piegature lungo le linee CF e EM (dove M è il punto medio del segmento FC). Dopo la seconda piegatura, otteniamo EMC formato da 4 fogli piegati sovrapposti. Con le forbici effettuiamo un taglio da M al punto medio di EC (il punto N).

Automaticamente, dai fogli sovrapposti vengono fuori quattro quadrati ripiegati a forma di triangolo isoscele rettangolo. A prendoli otteniamo i 4 quadrati richiesti.

**Nota Bene:** Abbiamo evitato al massimo un linguaggio più tecnico (cateti, ipotenusa, ed altri termini) per una più facile comprensione.



**Figura 3.** Per facilitare la costruzione del nastro di Möbius, alle due estremità del nastro, segneremo due cerchietti su una faccia e due crocette sull'altra faccia. Nell'incollaggio, dopo la torsione, i due cerchietti (o crocette) coincideranno.



**Figura 4.** Ecco come si presenta il nastro di Möbius, alla fine dell'incollaggio. In questo caso abbiamo adoperato carta colorata. Per quanto riguarda le linee longitudinali previste nei punti a), b), c) e d), conviene tracciarle prima di effettuare la torsione di  $180^\circ$  e unire così le estremità.

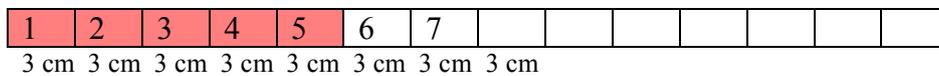
### **B) Nastro di Möbius**

Ritagliamo da un foglio di carta 4 strisce lunghe almeno 50 cm e larghe 3, 4.5, 6 e 7.5 cm.

Su tutte e due le facce di queste strisce tracciamo, rispettivamente una, due, tre e quattro linee longitudinali ed equidistanti tra loro e dal

bordo per circa 1.5 cm. Prima di incollare un'estremità all'altra, facciamo compiere ad una di esse una torsione pari a mezzo giro.

a) Prima di eseguire il taglio lungo l'unica linea presente nel nastro largo 3 cm, chiediamo agli alunni quanti nastri avremo dopo il taglio. Registriamo le risposte e un alunno procederà a tagliare il primo nastro. Alla fine ci si accorgerà, con meraviglia, che si ottiene unico nastro più lungo (al posto dei due previsti dalla maggioranza dei ragazzi).



**Figura 5**

Per rendere più interessante l'esperimento, una volta formato il nastro di Möbius con l'unione delle due estremità, su entrambe le facce del nastro si riportano delle linee trasversali pari alla larghezza delle varie strisce e distanti tra loro circa 3 cm. (vedi figura 3). Quindi si inizia la colorazione di queste caselle: da una parte il rosso e, in corrispondenza, sull'altra faccia della striscia il blu. Si procede casella per casella da entrambi i lati e alla fine ci si meraviglierà quando la faccia colore rosso va ad incontrare il colore blu e viceversa.

- a) Ripetiamo con un altro alunno la stessa procedura col nastro che presenta due linee longitudinali. Con grande meraviglia, con un taglio solo (grazie alla torsione fatta prima di incollare il nastro), non si otterranno tre nastri separati ma un nastro dentro l'altro.
- b) Lo stesso si farà col terzo nastro.
- c) Lo stesso col quarto nastro.

A questo punto si possono trarre delle conclusioni e accennare al principio di induzione, importante per la scoperta dei concetti matematici.

### 3. Quale il confine tra Matematica e Matematica divertente

Se si cerca di individuare una sorta di 'confine' tra Matematica (p. es. quella della Scuola) e 'Matematica divertente', occorre prima avere in mente qualche caratteristica della Matematica – diciamo così

– ufficiale. Una celebre osservazione paradossale dovuta a B. Russell recita: <La Matematica è quella scienza nella quale non si sa di che cosa si parla, e non si sa se quello che si dice sia vero o falso>.

Non essendo qui il luogo per cercare una qualche definizione generale della scienza matematica, forse è più utile richiamare il concetto di “competenza matematica” – come è stato definito in ambito internazionale – e accennare alla tematica del “Problem solving”, essendo questi due temi tra i più dibattuti nell’attuale ammodernamento nella didattica della Matematica nelle Scuole di ogni ordine.

• **Competenza matematica** (definizione internazionale P. I. S. A.)

*La competenza matematica è la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell’individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.*

• **Problem solving**

*La capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per affrontare e risolvere situazioni reali e interdisciplinari, per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente e nelle quali gli ambiti di competenza o le aree curriculari che si possono applicare non sono all’interno dei singoli ambiti della matematica, delle scienze o della lettura.*

Se si considera che i giochi matematici sono un veicolo utilissimo e spesso originale per diffondere la **bellezza** e l’**utilità** della Matematica, e dunque si impongono quale strumento di una nuova didattica, si comprende che non ci sono reali confini tra *Matematica* e *Matematica divertente*. Inoltre, i ‘Giochi matematici’ sono spesso più vicini alla realtà quotidiana che ci circonda, pertanto occasione di ‘matematizzazione’ più facile ed interessante per gli alunni meno motivati.

Con i giochi l’alunno deve discernere i dati utili ed essenziali da quelli superflui o sovrabbondanti rispetto alle soluzioni possibili; ed è

bene aggiungere che la pluralità delle soluzioni di una situazione problematica può essere meglio approcciata da un intrigante ‘Gioco matematico’, per il quale spesso sono possibili diverse strategie risolutive, tra le quali scegliere secondo criteri da discutere: semplicità / eleganza . . . (anche a seconda del livello di scolarità).

Appare allora evidente come un intelligente uso dei “Giochi Matematici” tocchi da vicino sia le tematiche inerenti la *competenza matematica*, che le capacità auspiccate nella definizione di “Problem solving”.

#### 4. I 'Giochi' come strumento di innovazione didattica

Ricordiamo due osservazioni, che cadono a proposito per quanto stiamo argomentando.

Martin GARDNER <Purtroppo moltissimi insegnanti continuano ad ignorare il potenziale educativo della matematica divertente>.

Lucio LOMBARDO RADICE <Cari colleghi insegnanti: ma perché qualche volta, per controllare quello che i vostri allievi hanno imparato, non fate in classe un'ora di palestra di giochi intelligenti, invece di interrogare? Imparare a giocare, stabilendo e rispettando regole oneste, crea l'abitudine ad una convivenza civile molto più che non lunghe prediche di educazione civile . . . Giocare bene significa avere gusto per la precisione, amore per la lingua, capacità di esprimersi con linguaggio non verbale; significa acquisire insieme intuizione e razionalità>.

Ogni opera di autentica innovazione richiede sforzo, messa in discussione, cambiamenti reali – e spesso perciò scomodi – delle abitudini, pur collaudate. Così accade nel campo della didattica: se l'intuizione si potesse ‘insegnare’ . . . tutti gli studenti prima o poi sarebbero bravi in matematica; ma l'intuizione si può **coltivare**, **stimolare** . . . **mostrare** proprio attraverso i giochi matematici; rispetto alla annosa routine “spiego – interrogo – valuto”, in cui spesso

l'alunno è solo soggetto passivo che deve recepire quanto dice l'insegnante, un'innovazione didattica che faccia accorto uso dei giochi matematici (certo non solo di essi) comporta di necessità una qualche 'preparazione' che aggiorni il bagaglio professionale del docente tradizionale.

Troppo spesso un tradizionale percorso didattico della matematica (a qualunque livello) è costellato da una miriade di 'esercizi', ma troppo di rado si incontrano "problemi significativi": crediamo che sia come se una squadra di calcio si allenasse continuamente, ma non giocasse mai una partita seria ed ufficiale. I giochi matematici costituiscono un aspetto attraente dell'**apprendimento significativo** della matematica.

In proposito, ricordiamo che un **apprendimento significativo** della matematica comporta sempre un approccio per problemi, nel senso che ogni nuovo concetto, costruzione e procedimento deve venire introdotto dopo aver in qualche modo esplorato ciò che è già stato acquisito, e preso coscienza della necessità di procedere oltre a causa di qualche incompletezza, provvisorietà o errore. Va notato che tentativi personali di soluzione devono avere il giusto spazio, anche se guidati, controllando che alla fine la nuova conoscenza sia stata incorporata in maniera **valida ed efficace**, vale a dire aprendo nuove questioni su cui applicare, giudicare, sistemare quanto è stato appena raggiunto. Ed anche all'interno dell'apprendimento significativo *per ricezione*, va dato spazio all'attività di *matematizzazione* di situazioni anche 'esterne' alla matematica, alla soluzione di problemi 'non matematici' per favorire lo sviluppo di un atteggiamento propizio ad un 'modo di fare' matematico.

Proviamo ad elencare alcuni obiettivi desiderabili in generale per la didattica di qualunque disciplina, ma in particolare per la Matematica, e che si possono favorire anche con l'uso dei "Giochi Matematici":

- creare curiosità;
- sapersi porre domande;
- evitare la noia, la ripetitività e la monotonia che a volte caratterizzano i percorsi didattici tradizionali;

- evitare il più possibile la parte ‘costruita’ del sapere matematico, vale a dire che l’*apprendimento per ricezione* non sia prevalente;

- la ‘motivazione’ che oggi bisogna dare a quasi tutti gli studenti, considerato che – fuori della scuola – essi non incontrano, nella vita reale, nulla di tutto ciò che viene dato per “Matematica scolastica tradizionale”: invece i Giochi possono avvicinare e motivare con la curiosità il ‘fare matematico’.

Tutti sanno che da qualche anno, in alcune classi di ogni livello scolastico, è diventata obbligatoria la valutazione degli apprendimenti di “Italiano” e “Matematica” per mezzo delle Prove Nazionali INVALSI. Tali quesiti assegnati a livello nazionale sono nettamente diversi dai tradizionali esercizi dei corsi di Matematica, e spesso proprio questa loro diversità (per linguaggio, tipologia etc...) ha messo in difficoltà i nostri studenti. Pensiamo che questa circostanza possa risultare ancora a favore dell’attenzione ai “Giochi Matematici”, perché proprio la loro diversità dagli esercizi (o problemi) tradizionali, aiutano a guadagnare quelle abilità e competenze auspiccate dalla ‘filosofia’ INVALSI sulla didattica della disciplina.

Analogo discorso si può sostenere a proposito della globalizzazione mondiale, che tende a farci considerare la necessità di tenerci al passo delle altre nazioni che da tempo hanno introdotto nella didattica l’uso di percorsi alternativi basati su giochi – gare – olimpiadi ecc.. (gli scacchi in Russia). Invero in Italia sono molto diffusi diversi tipi di gare matematiche, non tutte però basate sui Giochi.

Mentre le varie “Olimpiadi” (tra cui quelle classiche di Matematica) si basano su problemi tradizionali o comunque lontani dalle caratteristiche di un “Gioco matematico”, il miglior esempio di gare nazionali basate sui Giochi è quello dell’Università “Bocconi” di Milano, che da oltre dieci anni cura l’organizzazione – nazionale ed internazionale – di giochi che riguardano tutti i livelli scolastici, ed anche il ‘grande pubblico’ degli adulti appassionati.

## 5. Considerazioni conclusive

Quali possono essere le ragioni della scarsa diffusione – nella pratica didattica ordinaria – dei “Giochi matematici” come strumento didattico? C’è una sorta di “paura del nuovo”? Prevale la preoccupazione di “finire il programma”? Si presta attenzione ai mezzi di comunicazione di massa, che generalmente vantano la cultura umanistica come l’unica autentica e ‘alta’, a scapito di quella scientifica, con i relativi equivoci? Ci sono motivazioni economiche (scarsità di risorse dedicate)? Ci si preoccupa di una scarsa ‘visibilità’ dei risultati? Si pensa alla scarsa considerazione sociale dei talenti che possono emergere attraverso tali giochi? Ovviamente non abbiamo risposte certe, ed alle ragioni esposte se ne potrebbero aggiungere altre.

La nostra esperienza è però che alla maggioranza degli alunni piace cimentarsi con esercizi e giochi di carattere matematico, che siano anche divertenti, anche in competizioni con premi simbolici. Non di rado è accaduto che uno studente non particolarmente brillante nel corso ordinario di Matematica, secondo l’insegnante, si riveli poi particolarmente acuto nel cimentarsi nei giochi matematici. Episodi di questo genere dicono molto sulla reale distanza fra tradizione scolastica e possibile innovazione; se si considera che oggi l’obiettivo di una didattica moderna non dev’essere puntata sui ‘contenuti’ da far possedere allo studente, bensì sulle *abilità / competenze* che deve guadagnare, allora appare del tutto evidente che gli esercizi e problemi tradizionali ovvero i giochi matematici sono strumenti: ma non di rado i giochi si rivelano più utili, anche se certo non da soli.

In conclusione, auspichiamo una maggiore attenzione da parte dei dirigenti e dei docenti, e delle Istituzioni, a favore di un rinnovamento autentico del modo di operare, per una didattica della Matematica che riesca meglio del passato anzitutto a non far odiare la materia, e poi a renderla anche piacevole ed appassionante.

## **Bibliografia**

- [1] Cohen G. (a cura di) (2006) *Pitagora si diverte 1*, B.Mondadori, Milano
- [2] Gardner M.(1967-68) *Enigmi e giochi matematici voll. 1, 2, 3*, Sansoni, Firenze
- [3] Stewart I. (2008) *Come tagliare una torta e altri rompicapi matematici*, Einaudi, Torino
- [4] Beutelspacher Albrecht; Wagner Marcus (2009) *Piega e spiega la matematica. Laboratorio di Giochi matematici - Ponte alle Grazie*, Salani, Milano
- [5] Clifford A. Pickover (2006) *Il nastro di Möbius*, Apogeo, Milano
- [6] Cohen G. (2006) *Pitagora si diverte - Voll. 1-2-3*, B. Mondadori, Milano
- [7] Ghattas R. (2010) *Bricologica. Trenta oggetti matematici da costruire con le mani*, Sironi, Milano
- [8] Peiretti F. (2010) *Il matematico si diverte*. Longanesi& C., Milano
- [9] Peres E. (2004) *Enigmi geniali. 200 problemi da risolvere solo con un fulmineo... colpo di genio*, L'Airone Editrice, Roma
- [10] Schattschneider D. (1992) *Visioni della simmetria. I disegni periodici di M. C. Escher*, Zanichelli, Bologna
- [11] Ghersi I.(1988) *Matematica dilettevole e curiosa*,Editore Ulrico Hoepli, Milano
- [12] Brodex A. (2011) *Enciclopedia degli origami e della lavorazione della carta*,Il Castello Editore, Milano.
- [13] Sito internet [www.matematicabruzzo.it](http://www.matematicabruzzo.it)

## **Decision in the pedagogical professional practice and the abduction's function**

Franco Blezza<sup>1</sup>

**Sunto** Lo scopo di questo breve contributo è presentare sinteticamente il problema della decisione nell'ambito dell'esercizio della professione di pedagogo, e il ruolo in esso dell'abduzione, o *ἄπαγωγή*, o retroduzione, come anche nelle altre professioni sociali che hanno la pedagogia come loro componente organico.

Forma paradigmatica dell'esercizio professionale pedagogico è la cosiddetta "interlocuzione pedagogica", erede legittima del dialogo socratico.

La decisione nell'esercizio professionale pedagogico, propriamente, si colloca nell'interlocutore (o negli interlocutori), che viene da questi presa, discussa e fatta evolvere con l'aiuto del pedagogo professionale. Questa decisione è sempre ipotetica, interlocutoria, provvisoria; d'altra parte, essa è fallibile e falsificabile, imperfetta e perfettibile, con evidenti limiti e controindicazioni..

L'aiuto del pedagogo professionale, a questo specifico riguardo come in tutto l'esercizio professionale, comporta il ricorso all'abduzione, l'antica *ἄπαγωγή* appunto. Essa, come del resto l'induzione, non contiene in sé la sua validità logica e deve essere sottoposta al controllo empirico, all'esperienza futura secondo un principio fondamentale del Pragmatismo classico.

L'approccio professionale del pedagogo, dal punto di vista metodologico, è casistico e situazionale come forma di aiuto rivolta alla persona, alternativo alla metodologia statistico-operazionale che si rivolge piuttosto a popolazioni composte da individui.

---

<sup>1</sup> Department of Letters, Arts, and Social Sciences - University "G. d'Annunzio" of Chieti - Pescara (Italy)

I casi generali di interesse pedagogico-professionale possono essere chiamati “casistiche”. Ottimi esempi di casistiche ci sono state offerte da Erich Fromm, a proposito dei problemi dell’educazione familiare; e da Viktor E. Frankl con la sua ricerca del senso della vita, Lebensinn o λόγος.

Ulteriori ventagli di esempi trattabili pedagogicamente si hanno nell’orientamento per la vita e negli studi, e nel Training Autogeno, con specifico riguardo alla formula proposizionale, detta ed eventualmente ripetuta sia in apertura che in chiusura, la quale va adattata al singolo caso cioè alla singola persona, tenuto conto dei casi generali che la letteratura riporta, e questa può esser considerata competenza specificamente pedagogica come del resto la formazione graduale a questa tecnica proposta da Johannes Heinrich Schultz.

La pedagogia professionale, in questo modo e per queste vie, può recare un contributo originale ed altamente specifico al discorso sulla decisione nelle scienze sociali, umane e della cultura (o, se si vuole, human- sozial- geistes- wissenschaften).

**Parole chiave** Pedagogia sociale e professionale, pedagogista professionale, professioni sociali, metodologia, tecnica d’esercizio

**Abstract** The aim of this short contribution is to present a summary of the decision problem within the profession of the pedagogist, and the fundamental role of the abduction (᾿απαγωγή, retroduction) process in its proper context, in professional practice of the pedagogist, as in all professional practice involving the social and professional pedagogy.

Pedagogy is a field for reflection, application and commitment or engagement to education. Moreover, pedagogy is establishing itself as a profession, the profession of the pedagogist (not of the educator, who is a different figure), in the socio-health, intellectual, cultural and aid profession field, even in spite of heavy delays and failures of the Italian laws and the resistance of professional groups related but already recognized both by law and by society.

The so-called “*pedagogical interlocution*” is a paradigmatic form of the professional pedagogical practice. Decision in professional pedagogy, properly speaking, must be reached by the interlocutor(s),

who must debate and develop it, with the aid of the professional pedagogist. Abduction is not a valid syllogism: it concerns a possible example of a general case or of a rule, whose the actual pertinence to this general case or this rule is mediated by the professional or expert assumptions.

The professional approach of the pedagogist, from methodological point of view, is casuistic (case based) and situational as a form of aid given to the person, alternative and other than to the statistical-operational methodology that addresses rather to populations composed of individuals.

Cases of general interest in professional pedagogy can be labeled as "casuistries" or "case study" categories.

A good collection of casuistries - case study categories is provided by Erich Fromm, concerning the problems of family education; and by Viktor E. Frankl in his search for sense, Lebenssinn or *λόγος*. A further range of examples of categories based on case studies which can be dealt with a pedagogical professional methodology are the life and studies orientation problems. A fourth class of examples, applicable differently but methodologically similar, offers to us the autogenic training, particularly the choice of the propositional formula, called and eventually repeated both in the opening and in the closure, which must be adapted to the particular case of each single person; and this can be considered a specific pedagogical competence as the gradual training to the technique proposed by Johannes Heinrich Schultz reveals to be.

Professional pedagogy, by this way, can make an important and an authentic and specific contribution to general discussion about decision in the social, human and cultural sciences (or *human- sozial- geistes- Wissenschaften*).

**Key words** Social and professional pedagogy, professional pedagogist, methodology, professional practice technique

## 1. Introduction: pedagogy as a social profession

Pedagogy is a field for reflection, application and commitment or engagement to education. The plurality of terms used to name or denote it, in Western languages, is an evidence of its composite nature and of the multiplicity of its aspects and problems which it deals with.

During the nineteenth and the twentieth century, in Italy, Pedagogy had for a long time a dominant interest in the school with particular regard to some of the ages of development (childhood, late childhood), with possible developments in minor history and philosophy reductionism, and with some variations in the so-called "special pedagogy", i.e. pedagogy of special needs. In the nineteenth century the last neo-idealist philosophy considered pedagogy as a philosophical reductionism.

These reductive visions are being overrun by some decades. It is acknowledged that pedagogy covers all the social aggregation and relations and all the ages of the human person lifetime, without the need to distinguish it from andragogy and geragogy as we do in other European languages, for instance in German and in Slavic languages. It also covers all branches of social, political and human relationship. Moreover, pedagogy is establishing itself as a profession, the profession of the pedagogist (not of the educator, who is a different figure), in the socio-health, intellectual, cultural and aid profession area, even in spite of comprehensive heavy delays and failures of the Italian laws and the resistance of professional groups related but already recognized both by law and by society.

It is a profession with an ancient history as medicine and surgery or as jurisprudence, but recently resurfaced. It's right and necessary to bring us back to these ancient roots because several important conceptual and operational pedagogical tools, with obvious actuality, date back to them.

We can begin exemplification with Protagoras from Abdera (ca. 490 – 420 BC) πάντων χρημάτων μέτρον ἐστὶν ἄνθρωπος, τῶν μὲν ὄντων ὡς ἔστιν, τῶν δὲ οὐκ ὄντων ὡς οὐκ ἔστιν; Gorgias from Leontini (ca. 485 - c.380 BC) οὐδὲν ἐστίν, εἰ δ' ἐστίν οὐ νοητόν, εἰ δὲ νοητόν, ἀλλ' οὐ γνωστόν, εἰδὲ καὶ γνωστόν, ἀλλ' οὐ δηλωτόν ἄλλους;

Aristoteles (384 - 322 BC) φύσει μὲν ἐστὶν ἄνθρωπος ζῶν πολιτικόν; ῥητορεία role and importance; Socrates διάλογος; πολιτεία as socialization and active participation in political life; classical *logic* and its rules; γνῶθι σεαυτόν (*nosce te ipsum*), with the full awareness of his own potential and limits, and the ὕβρις condemnation; and so on.

We have been committed for nearly twenty years in preparing the necessary equipment for launching the profession: i.e. the methodological context, the techniques, the procedures, the scientific vocabulary, clinical case studies and everything that is necessary for any profession, and for any other ones which need the contribution of pedagogy.

The aim of this short contribution is to present a summary of the decision problem within the profession of the pedagogist, and the role of the abduction process or *'απαγωγή* in its proper context.

## **2. The decision process in the pedagogical interlocution context**

The so-called “*pedagogical interlocution*” is a paradigmatic form of the professional pedagogical practice. It is the legitimate heir of the socratic dialogue. We can still speak of ἡρωεῖα and μαευτική τέχνη, but not of ἀλήθεια, with reference to this second phase.

The pedagogist practices a form of aid to one or more interlocutors, only on request, by promoting the transition from problematic situation to a strict and full problem posing, by employing the *Einfühlung* (not exactly Empathy), comparing advices, opinions, viewpoints, and enforcing the rules of the scientific research and discovery methodology, as the logical consistency, the theoretical controllability (or check) with the future experience and the resulting asymmetric feedback. The aim is to support interlocutors in the research of their own problem(s) solutions, and allow them to submit this (these) solution(s) to logical and empirical evidences.

Decision in professional pedagogy, properly speaking, must be reached by the interlocutor(s), who must debate and develop it, with

the aid of the professional pedagogist. It is always a conjectural, hypothetical, controversial decision, and on the other hand fallible, falsifiable, capable of contradictions. Where and when a falsification occurs, the idea of possible solution should be spelled out, made explicit, in any case.

### 3. Abduction in pedagogical practice

The aid of the professional pedagogist, as in this particular regard, as in all professional practice involves the use of old *ᾠπαγωγή* known by Aristotle (384-322 BC), used as a figure of speech in particular in the field of philosophy, logic and legal or juridical, approachable to *reductio ad absurdum* of Zeno from Elea (489-430 BC). This is used to justify the falsity of a statement underlining the absurdity of the consequences of its application.

The whole theoretical framework of reference for the profession of the pedagogist refers to the classic Pragmatism or to a Neopragmatism current perspective. Coherently, the concept of abduction is taken as it was formulated by Charles S. Peirce (1839-1914) (*Collected papers*, 7.218), as inference and not as an argument or a demonstration; it represents an alternative to induction and deduction, which provides an opportunity and a chance that we would call "corroboration" in accordance with the concept of the Critical Rationalism by Popper, with some similarity to the concept of "educated guess", but without any effect on the probability as shown by the well-known theorem of Pavel Tichý (*On Popper's definition of verisimilitude*, "British journal for the philosophy of science", 25, 1974, pp. 155-160; *Verisimilitude redefined*, "British journal for the philosophy of science", 27, 1976, pp. 25-42).

In substance, and taking the topic of this contribution into account, we can describe synthetically the abduction as follows:

<b>Rule</b>	the general case A presents (or can present) the B phenomenology
<b>Data</b>	the evidences B of a particular case repeat aspects that can be considered professionally experienced to include reference into the A general case, and no other reasonable hypothesis explains these evidences as well
<b>Clinical diagnosis</b>	the case we are studying, the B evidences, constitutes a particular case of A

Abduction is not a valid syllogism: it concerns a possible example of a general case or of a rule, whose the actual pertinence to this general case or this rule is mediated by the professional or expert assumptions.

It is suitable to increase our knowledge, to advance new hypotheses, make predictions, which can find their substance in the past experiences, particularly thanks to some professional skills. But it is also the operative way of reasoning to be more subject to the risk of error. It, like the induction, doesn't contain its logical validity in itself, therefore it must be assessed through empirical tests, the previous mentioned *future experience*, following a fundamental taught (or principle) of the classical Pragmatism.

#### **4. The casuistic-situational (case based), or clinical, approach**

The professional approach of the pedagogist, from methodological point of view, is casuistic (case based) and situational as a form of aid given to the person, alternative and other than to the statistical-

operational methodology that addresses rather to populations composed of individuals.

For this particular approach we use the term "clinical" (κλινικός, the adjective, not to be used as a noun) in methodological terms (κλίνη, κλίνω). The analogy is with the practice of clinicians and surgeons who cures patients and not diseases, but the same analogy is to be applied to the professional training: there should not be therapeutic profession if the therapist did not know to inscribe the clinical symptoms of each individual sickness, with its unique singularity, into more general cases or categories of illness or disease that they know how to be dealt with, being aware of the treatment strategies, used from subject to subject, transferable inter-subjectively in their general way. till to be generalized.

The only difference, however substantial, is that the relationship with the pedagogist is an aid's relation, exclusive alternative to the therapeutic relationship, thus being something very different from. In this way, the pedagogist takes care of the interlocutor(s), and he doesn't cure him or them. Cases of general interest in professional pedagogy can be labeled as "casuistries" or "case study" categories.

## **5. Some examples of clinical casuistries categories interesting professional pedagogy**

A good collection of casuistries - case study categories is provided by Erich Fromm (1900-1980). They concern the problems of family education: problems we have faced working professionally with a wide prevalence in recent years. It is well known the distinction he proposed between paternal love (i.e. conditional) and maternal love (unconditional), whose full integration brings to mature and accomplished love. The possible combinations of some lack of balance between a form of love and the other, addressed to a child male or female, taking into account love they feel for themselves and the selfish love lead to a series of general case study categories. We have already proposed to draw the attention of professional pedagogy, obviously far away from Fromm suggestion : to deal them with psychotherapy, rather we suggested to everything relate to family education and treat them specifically by a pedagogical approach .

Other good examples of casuistic - case study categories are offered to us by Viktor E. Frankl (1905-1997), in his search for sense, the meaning of life, Sinn, Lebenssinn or λόγος, that we cannot call "logotherapy" because the pedagogical relationship excludes the therapeutic relationship, but neither "logoanalysis" or "existential analysis" because it is rather a synthetic approach. Both the search for sense and for sense in life (someone improperly translates "Sinn" as "meaning"), as the conceptual tools proposed by Frankl namely "dereflection" and "paradoxical intention", can be used with full legitimacy by the professional pedagogue, because they are not tools whose use is exclusive by MD or psychotherapist.

A further range of examples of categories based on case studies which can be dealt with a pedagogical professional methodology orientation, a pedagogical skill, which is first of all pivotal in life and then in school and university. Even the access to a secondary school course or degree course and post-graduate students are case studies, where each case to be guided and oriented, often together with his/her own family, is to be dealt abductively through the pedagogical practitioner's ability of mediation and culture.

A fourth class of examples, applicable differently but methodologically similar, offers to us the autogenic training, which we don't consider only, or even mainly, a relaxation technique. The sequence of six stages (heaviness, heat, breath, solar plexus, heart, fresh forehead) cannot be changed by a pedagogue, at least this is our well-founded opinion, but the propositional formula, called and eventually repeated both in the opening and in the closure, which must be adapted to the particular case of each single person, given the general claims that the literature shows, and this can be considered a specific pedagogical competence as the gradual training to the technique proposed by Johannes Heinrich Schultz (1884-1970) reveals to be.

## **6. The supportive, professional aid's relationship, and the decision outcoming by the interlocutor(s)**

Among the conditions indicated by the research and the professional experience, in order the pedagogue can the

interlocutor(s) to make decisions and manage them, we can point out, without any pretence of completeness and being comprehensive, the following ones:

- a) the «opening», willingness to question themselves, both as partners and the professional;
- b) the position of the problem, starting from the problematic situation;
- c) the staunch mastery by the professional of the rules of methodology of the scientific research;
- d) the professional use of the *Einfühlung*, in order to take the problematic situation into himself and return it to the interlocutor so that it is better solvable;
- e) the ability to detect social and relational evidences in their problematic significance, similarly to what happens as for the doctor's «clinical eye»;
- f) the ability to proceed by abduction from cases to casuistries studies or case study categories, to offer the interlocutors the specific contribution of pedagogy.

The speech is complex (Blezza 2010, 2014), and perhaps this is neither the place, nor the time for a detailed description of the outlined profession and its practice (AA.VV. 1998, 1999, Crispiani 2001, Blezza 2011, Trisciuzzi 2003, Crispiani 2008). Specifically regarding the theme of this convention, it is essential that the decision in relation to the professional pedagogue is always taken by the person involved in such a relation with the aid of the pedagogical practitioner who works by abduction in the search for possible solution strategies that are just opportunities and proposals.

The decision is, furthermore always hypothetical, *ad interim*, that is provisional. On the other hand, such a decision is fallible, weak, sick, can be forged, with obvious limitations and drawbacks. In the pedagogical interlocution the decisions are shaped according to double hypothetical imperatives (if ... then ...), meaning that besides being hypothetical just the protasis («if ... ») even the apodosis is alike («... then ... »).

This is the reason why it should be feasible to recognize even in word clusters that this very particular kind of decision ("if ... then maybe ....").

Professional pedagogy, by this way, can make an important and an authentic and specific contribution to general discussion about decision in the social, human and cultural sciences (or *human- sozial- geistes- Wissenschaften*).

## References

1. AA.VV.: *L'educazione come relazione di aiuto ed etica professionale* (Professione Pedagogista, Bologna 1998).
2. AA.VV.: *I processi di insegnamento-apprendimento nella formazione della persona* (Professione Pedagogista, Bologna 1999).
3. Franco Blezza: *La pedagogia sociale*. Liguori, Napoli 2005, n.e. 2010.
4. Franco Blezza: *Pedagogia della vita quotidiana –Dodici anni dopo*. Luigi Pellegrini, Cosenza 2011.
5. Franco Blezza: *Pedagogia e professioni sociali*. Gr. Ed. L'Espresso, Roma 2014.
6. Michele Borrelli (ed.): *Deutsche Gegenwartspädagogik* (Band I u. II, Schneider Verlag Hohengeren, Baltsmannweiler 1993-1996). Ed. it. *La pedagogia tedesca contemporanea*, Volume I e II (1993) poi ristampati in un nuovo volume I (1995<sup>2</sup>), e volume II (1996) (Luigi Pellegrini, Cosenza).
7. Piero Crispiani: *Pedagogia clinica* (Junior, Bergamo 2001).
8. Piero Crispiani, Catia Giaconi: *Hermes 2008 - Glossario pedagogico professionale* (Junior, Bergamo 2008).
9. Viktor E. Frankl: *Logos und Existenz. Drei Vorträge* (Amandus-Verlag, Wien 1951). Ed. it. *Alla ricerca di un significato della vita* (Mursia, Milano 1980).
10. Viktor E. Frankl: *Grundriß der Existenzanalyse und Logotherapie* in Viktor E. Frankl, Viktor E. von Gebattel,

- Johannes H. Schultz *Handbuch der Neurosenlehre und Psychotherapie* (5 b., Urban & Schwarzenberg, München und Berlin 1951-1961). Il testo è disponibile in traduzione italiana nel volume di Frankl *Logoterapia. Medicina dell'anima* (Gribaudo, Milano 2001, pp.60-178).
11. Erich Fromm: *The Art of Loving* (Harper & Row, New York 1956). Ed. It. *L'arte di amare* (Mondadori, Milano 1963 e numerose riedizioni successive).
  12. *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 vols. Edited by Charles Hartshorne, Paul Weiss, and Arthur W. Burks (Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1931–1958; vols. 1–6 edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss, 1931–1935; vols. 7–8 edited by Arthur W. Burks, 1958). In the Web.
  13. *The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings, 1893-1913*. Volume 2 (1893-10913), XVI Harvard Lecture on Pragmatism, Lecture 6, pag. 226- , 1903.
  14. Karl R. Popper: *Logica della ricerca e società aperta*, antologia a cura di Dario Antiseri. La Scuola, Brescia 1989. Part. pag. 368-374 per il teorema di Tichý e, fra l'altro, la confutazione delle teorie originarie sulla verosimiglianza. Una nuova edizione integrata è stata espressa nel 1997, pag. 335-339.
  15. Karl R. Popper: *Logik der Forschung* (impressum 1935, tatsächlich 1934); *The Logic of Scientific Discovery* (Hutchinson, London 1957); ed. it. *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino 1970.
  16. Jurgen H. Schultz: *Das Autogene Training (konzentrierte Selbstentspannung)*. Thieme Leipzig, 1930; Hofmann und Campe, Hamburg 1968). Ed. it. *Il Training Autogeno – Il Training autogeno metodo di autodistensione da concentrazione psichica* (2 voll.; Feltrinelli, Milano 1968).
  17. Leonardo Trisciuzzi: *La pedagogia clinica* (Laterza, Roma-Bari 2003).

## **Probabilità e Statistica nella scuola primaria: esperienze didattiche e proposte**

Luciana Delli Rocili e Antonio Maturo

**Sunto** Le prove INVALSI, con l'idea di valutare le scuole, e, quindi, gli insegnanti, valutando le abilità degli alunni, determinano, di fatto, un passaggio dalla scuola di massa, in cui l'obiettivo era di promuovere la cooperazione e la formazione uniforme di tutti gli studenti, con particolare attenzione per i più deboli, alla scuola di élite, in cui si esalta la competizione. Ci chiediamo allora quali sono gli obiettivi più importanti per la matematica nella scuola primaria: formazione, informazione, cooperazione o competizione? O altro? O un mix di tali obiettivi, e, in tal caso, in quali proporzioni? In questo lavoro, in particolare, approfondiamo gli obiettivi e le competenze collegati a Probabilità e Statistica. Il punto di partenza è che un ruolo importante nell'insegnamento di tali discipline è da attribuire al gioco che è il momento in cui il bambino si trova a dover valutare situazioni d'incertezza e a prendere decisioni in base alle proprie opinioni ed esperienze.

**Parole chiave:** Probabilità e Statistica nella scuola primaria, didattica con il gioco, formazione, informazione, competizione e cooperazione.

**Abstract** INVALSI tests, with the idea of evaluating schools, and teachers, evaluating students abilities, produce a passage from mass school, in which the goal was to promote cooperation and uniform training of all students, with particular attention to the weakest, to elite school, which enhances competition. We ask ourselves then what are the most important objectives for mathematics in primary school: training, information, cooperation or competition? Or something else? Or a mix of these objectives, and, if so, in what proportions? In particular, in this paper, we deepen the objectives and skills related to probability and statistics. The starting point is that an important role in the teaching of probability and statistics is to be attributed to the game that is the time when children are having to assess situations of uncertainty and make decisions according to their own opinions and experiences.

**Keywords:** Probability and Statistics in primary school, didactic playing, training, information, competition and cooperation.

## 1. Gli obiettivi di Probabilità e Statistica

La Probabilità e la Statistica impongono un diverso modo di ragionare rispetto ai rami classici della matematica.

La matematica tradizionale, puramente deduttiva, può apparire ad alcuni bambini poco collegata con la realtà e lontana dai loro interessi.

La caratteristica fondamentale della matematica può essere riassunta nella frase, presente nei programmi ministeriali del 1985, “*il pensiero matematico è caratterizzato dall’attività di risoluzione dei problemi*”. I ragazzi (e anche gli adulti) che hanno una mentalità matematica si divertono a risolvere problemi! Si tratta di una sfida e una sperimentazione per conoscere le proprie potenzialità.

La mentalità del matematico, portato a provare piacere nel mettersi alla prova risolvendo problemi, è esemplificata dal seguente *orologio del matematico*, grande divertimento per chi ha uno spirito matematico e roba da maniaci per chi non condivide il gusto di misurare la propria abilità.

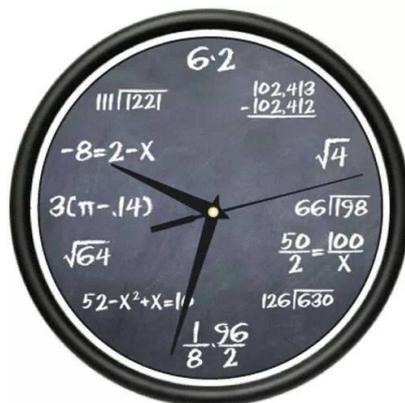


Figura 1 Orologio del matematico (fonte: dalla rete)

Nella matematica tradizionale, la fase di matematizzazione del problema e quella dell’interpretazione dei risultati sono abitualmente costituite da passaggi praticamente obbligati, che poco concedono alle opinioni e alla fantasia del ragazzo.

I calcoli dell’orologio del matematico, così come in generale i problemi della matematica classica, sono tesi alla ricerca di una soluzione oppure alla negazione della sua esistenza.

Si tratta comunque di agire in condizione di certezza. La soluzione di un problema esiste o non esiste di per sé, è come una realtà metafisica, non legata all'opinione di qualcuno, sia pure esperto. L'abilità e la competenza sono utilizzate per cercare la verità che esiste di per sé.

Invece, nei problemi legati al Calcolo delle probabilità e alla Statistica si tiene conto dell'incertezza presente nella vita reale e si introducono criteri logici per misurare e/o controllare tale incertezza. Le certezze sono spesso sostituite da opinioni espresse in maniera logicamente coerente, e c'è, di solito, un ampio spazio di riflessione, anche per le proposte personali degli allievi, al confronto d'idee, senza rinunciare alla rigosità matematica.

Il bambino è stimolato a pensare, incoraggiato a prendere una decisione nei momenti d'incertezza, messo in condizione di vedere la realtà da diversi punti di vista, ad essere meno categorico nei giudizi ed è aiutato ad uscire dal suo egocentrismo e quindi ad essere più aperto e comprensivo verso gli altri.

Molto importante, in tale contesto, è il concetto definettiano di *valutazione soggettiva* della probabilità di un evento E come “grado di fiducia del verificarsi di E”, dove la soggettività è intesa non come arbitrarietà, ma come opinione coerente di un esperto derivante dal complesso di informazioni in possesso del soggetto che valuta (de Finetti, 1970; 1989; Scozzafava, 1989; Coletti, Scozzafava, 2002; Maturo, 1992).

A tale impostazione fanno riferimento le varie teorie della scelta razionale in condizione d'incertezza (Lindley, 1998; March, 1998).

In conclusione, mentre i rami tradizionali della matematica sono basati su deduzioni da enti astratti, quelli racchiusi nelle parole chiave “*Probabilità, Statistica*” hanno lo scopo di aiutare il bambino a ragionare e trarre conclusioni partendo da situazioni reali incerte e complesse.

Una situazione reale complessa non si presenta in genere come un problema classico di matematica, con dati e incognite ben definiti (o univocamente individuabili), ma come un qualcosa di vago che ha bisogno di un'ampia fase di discussione, elaborazione, adattamento, per essere messa a fuoco e tradotta in linguaggio formale tipico della matematica.

In questa maniera i bambini imparano a maneggiare la matematica per una rappresentazione accettabile del mondo reale con le sue situazioni d'incertezza ed a percepire sia i vantaggi, sia i limiti, sia la soggettività dell'uso della matematica, soggettività che non è da confondere con l'arbitrio, ma anzi è consapevolezza della portata del ragionamento umano (de Finetti, 1970; Scozzafava, 1989; Maturo, 2001; Delli Rocili, Maturo, 2013a, 2013b).

In conclusione alcuni obiettivi della Probabilità e della Statistica sono:

- (1) Introdurre il bambino allo studio di situazioni reali, individuare le criticità e i problemi ponendosi domande (fase dell'intuizione);
- (2) Formulare correttamente, anche se in maniera vaga, i problemi (fase della formalizzazione);
- (3) Risolvere, magari in maniera approssimata e parziale, i problemi connessi, anche se posti in maniera vaga (fase dell'elaborazione matematica);
- (4) Addestrare il bambino al processo di matematizzazione del mondo che lo circonda anche in condizioni d'informazione parziale e quindi di incertezza;
- (5) Sviluppare la creatività del bambino anche nel campo della matematica, e quindi favorire l'interesse verso di essa;
- (6) Fornire al bambino non solo una visione della matematica come scienza astratta e deduttiva, ma anche e soprattutto mostrarne gli aspetti induttivi e sperimentali.

Per aiutare il bambino (ma anche l'adulto!) a sviluppare procedimenti logici e a organizzare il proprio pensiero è fondamentale l'approccio ludico. Attraverso il gioco, il bambino si sente a proprio agio e viene stimolato alla curiosità, all'intuizione, a ricercare procedimenti che lo portano a nuove scoperte da verificare successivamente.

D'altra parte è stato proprio il gioco che ha dato origine al Calcolo delle Probabilità. Nel XVII secolo il cavaliere De Mére, Pascal e Fermat elaborarono teorie sulla Probabilità proprio per comprendere e controllare situazioni legate ai giochi d'azzardo, per determinare in maniera razionale la distribuzione di rischi e guadagni.

Nella seconda parte del lavoro esamineremo in maniera critica alcuni giochi utili ai bambini per apprendere questioni logiche e terminologiche legate alla Probabilità e alla Statistica.

Nelle parti successive desideriamo approfondire le competenze specifiche, acquisibili dai bambini, legate alle impostazioni classica e statistica del Calcolo delle Probabilità. La parte quinta contiene alcune brevi conclusioni e prospettive di ricerca.

## **2. Un approccio ludico alla logica dell'incerto**

Il gioco, come situazione in cui i ragazzi devono prendere decisioni dall'osservazione e dalle proprie opinioni e attitudini, si presta molto bene alla formulazione dei giudizi qualitativi tipici della logica dell'incerto e alle

valutazioni di probabilità e quindi a fare scelte in base a tali giudizi o assegnazioni di probabilità. Tutti noi, durante la giornata, facciamo in continuazione implicitamente o esplicitamente valutazioni qualitative o quantitative di probabilità, di solito in maniera soggettiva, e su esse basiamo le nostre azioni quotidiane.

Il gioco è, per i bambini, l'attività più adeguata per affrontare situazioni di incertezza, in quanto li aiuta ad accostarsi alle situazioni aleatorie in modo sempre più razionale senza un atteggiamento emotivo che crea stress e induce a reazioni non coerenti con i propri obiettivi.

Il bambino si rende conto che l'incertezza può essere *dominata e misurata*. In questa maniera impara gradualmente a valutare l'*utilità* delle scelte in condizioni d'incertezza, analizzando razionalmente le alternative possibili e assegnando, in maniera soggettiva, un grado di fiducia al verificarsi dei vari eventi.

Ciò, ad esempio, è quello che avviene durante una partita di calcio (o di tennis), in cui vengono prese velocemente decisioni basate, di fatto, su valutazioni soggettive di probabilità, scegliendo, in condizioni di incertezza, l'azione che con maggiore probabilità permette il raggiungimento dell'obiettivo costituito dal goal (o da un aumento di punteggio).

Vediamo alcuni esempi di giochi utili per entrare nella terminologia e nello spirito della logica dell'incerto.

In questo lavoro, analizzando giochi e proposte didattiche usualmente svolti nella Scuola Primaria, proponiamo un'analisi critica e una metodologia ordinata per porsi problemi a partire da situazioni osservate. Inoltre proponiamo alcuni criteri per risolvere tali problemi utilizzando sia ragionamenti qualitativi (più adatti per le prime classi), sia elaborazioni quantitative (per i ragazzi più grandi).

### 2.1 Il gioco dei frutti

Si hanno due figurine con l'immagine di una mela.

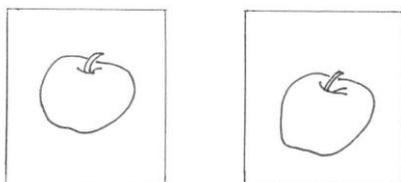


Figura 2 Due mele

Si capovolgono le figurine e si mescolano. Si pone al bambino la seguente domanda: *Scegliendo una figurina sei certo di “pescare” una mela*

In questo caso il bambino dirà di sì.

La maestra però chiede: *Perché sei certo?*

Abitua così il bambino a due fasi del ragionamento matematico:

- *deduzione logica* (anche se semplice);
- *formalizzazione*, ossia l'uso di un linguaggio specifico.

In un secondo momento si fanno osservare al bambino altre 3 figurine con l'immagine di tre frutti diversi dalla mela.

Si capovolgono le figurine e si mescolano. Si pone al bambino la seguente domanda: *Scegliendo una figurina puoi “pescare” una mela?*

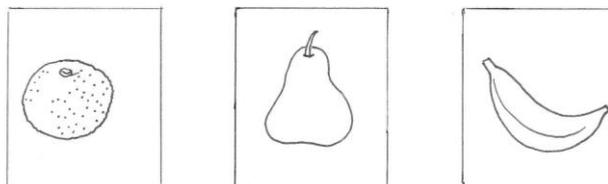


Figura 3 Nessuna mela

Il bambino risponderà “è impossibile”. Anche in questo caso la maestra chiederà al bambino un ragionamento che motivi la sua risposta e che sia espresso con un linguaggio formalmente corretto.

In questa maniera il bambino avrà assimilato i concetti di *evento certo* e di *evento impossibile*. Da notare che l'evento è stato espresso da una proposizione logica, in accordo con l'impostazione soggettiva di de Finetti, che sembra la più adeguata.

Successivamente si presentano tre figurine, con una banana, una pera e una mela.

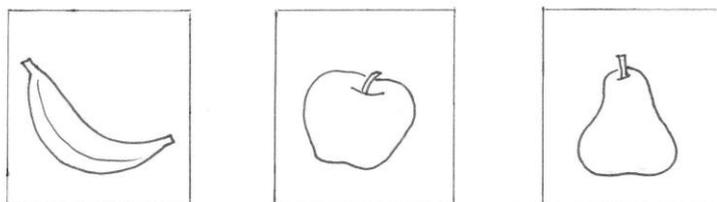


Figura 4 Una mela e due altri frutti

Si capovolgono le figurine e si mescolano. Si pone al bambino la seguente domanda:

*Scegliendo una figurina sei certo di “pescare” una mela?*

Il bambino dovrebbe dare una risposta del tipo: “E' possibile, ma non è certo”.

A questo punto la maestra sostituisce la pera con un'altra mela e ripete la domanda:

*Scegliendo una figurina sei certo di “pescare” una mela?*

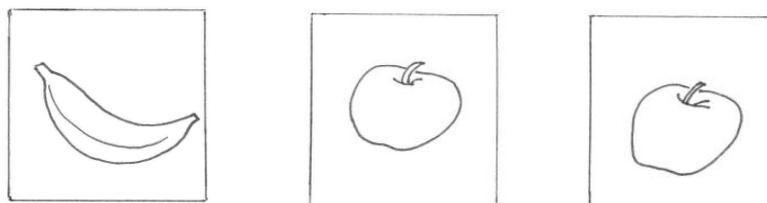


Figura 5 Due mele e un altro frutto

Il bambino può ripetere la risposta di prima, però si accorge che qualcosa è cambiato. La maestra chiede: *Cos'è cambiato rispetto a prima?*

Con la conversazione la maestra stimola il bambino ad arrivare alla conclusione che ora, pur essendoci incertezza sul fatto di avere o no una mela, è più facile che si scelga una mela rispetto al caso precedente.

Si fa intuire così, con il gioco, il concetto di *probabilità qualitativa*, che deve precedere logicamente quello di *probabilità come misura* (de Finetti, 1970; Scozzafava, 1982).

Si introducono poi, gradualmente, valutazioni di probabilità qualitative più complesse. Si presenta la situazione della seguente figura.

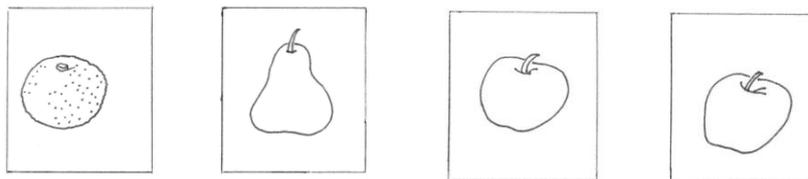


Figura 6 Due mele e due altri frutti

La maestra domanda: *Fra le situazioni della figura 5 (due mele e un altro frutto) e della figura 6 (due mele e due altri frutti) in quale dei due casi è più facile pescare una mela? E fra le situazioni delle figure 4 (una mela e due altri frutti) e 6 (due mele e due altri frutti)?*

Il bambino è indotto a fare ragionamenti più sottili e approfonditi. Può arrivare alla conclusione che aggiungendo un caso sfavorevole (un altro frutto) la facilità di ottenere una mela diminuisce e, invece, aggiungendo una mela, le possibilità di “pescare” una mela aumentano.

Di fatto, così, il bambino, senza accorgersene, acquista familiarità con gli assiomi della probabilità qualitativa.

Evidenziamo il fatto che sarebbe una strategia didattica errata introdurre in questa fase la probabilità come *rappporto* fra casi favorevoli e casi possibili, in quanto, anche se i bambini conoscessero le frazioni, si introdurrebbero degli automatismi di calcolo che sarebbero di ostacolo allo sviluppo del ragionamento logico.

## **2.2 Frutti aggiunti e frutti tolti a carte coperte**

### Frutto tolto

Ragioniamo nella situazione della figura 4, una mela e altri due frutti. Copriamo le figurine e le mescoliamo. Poi togliamo una figurina e ne facciamo rimanere due. Chiediamo al bambino:

*E' più facile pescare una mela adesso o prima di togliere la figurina? Oppure è ugualmente facile?*

Il bambino sarà sospettoso. Penserà che, se è stata tolta la mela, adesso è impossibile ottenerla; se invece è stato tolto un altro frutto ora è più facile rispetto a prima ottenere la mela.

Ma nessuno sa quale figurina è stata tolta. Questa mancanza d'informazione fa in modo che la facilità di ottenere una mela è ancora la stessa di prima, ognuna delle figurine rimanenti è una scelta a caso.

Questo problema, di tipo logico, può essere risolto con le probabilità condizionate (occorre però una classe, almeno di scuola media, ben addestrata).

E' necessario saper attribuire dei simboli come nomi degli eventi, dopo aver scelto opportunamente le proposizioni logiche che rappresentano gli eventi stessi.

Indichiamo con:

- M l'evento “pesco una mela nella situazione iniziale, della figura 4 (una mela e altri due frutti)”;

- $M_2$  l'evento "pesco una mela dopo aver tolto una figurina";
- $T_M$  = "ho tolto una mela",  $T_F$  = "ho tolto un altro frutto".

Considerando le probabilità si ottiene:

$$p(M_2) = p(M_2 \cap T_M) + p(M_2 \cap T_F),$$

e quindi

$$p(M_2) = p(T_M) p(M_2/T_M) + p(T_F) p(M_2/T_F),$$

dove nel secondo membro si hanno probabilità di situazioni con maggiore informazione (in  $p(M_2/T_M)$  so che ho tolto una mela e in  $p(M_2/T_F)$  so che ho tolto un altro frutto).

Se la figurina è stata tolta a caso risulta:

$$p(T_M) = p(M) = 1/3, p(T_F) = 2/3.$$

Inoltre:

$$p(M_2/T_M) = 0, p(M_2/T_F) = 1/2.$$

Segue

$$p(M_2) = 2/3 \times 1/2 = 1/3 = p(M).$$

#### Frutto aggiunto

Poniamo ora il problema di valutare la facilità di ottenere una mela *aggiungendo* un frutto a caso partendo dalla situazione della figura 4 (una mela e altri due frutti). Abbiamo ora 4 figurine, di cui la quarta con un frutto sconosciuto. Mescoliamo e chiediamo al bambino:

*E' più facile pescare una mela adesso o prima di aggiungere la figurina? Oppure è ugualmente facile?*

Il bambino sarà sospettoso. Penserà che, se è stata aggiunta una mela, adesso è più facile ottenerla; se invece è stato aggiunto un altro frutto, è più difficile rispetto a prima ottenere la mela.

Ma nessuno sa quale figurina è stata aggiunta.

A differenza del problema precedente, in cui è stata tolta una figurina, in questo caso si ha un grado d'informazione minore, che non permette di concludere che la facilità di ottenere una mela è ancora la stessa di prima, oppure che è maggiore o minore.

Bisogna vedere da quale insieme di figurine è stata presa a caso la quarta figurina. Se in questo insieme c'è una mela ogni tre figurine, allora la facilità di ottenere una mela è la stessa di prima, altrimenti le cose cambiano.

Anche in questo caso, il problema può essere risolto con le probabilità condizionate in una classe ben addestrata, almeno di scuola media.

Siano:

- $M$  l'evento “pesco una mela nella situazione iniziale, della figura 4 (una mela e altri due frutti)”;
- $M_2$  l'evento “pesco una mela dopo aver aggiunto una figurina”;
- $A_M$  = “ho aggiunto una mela”;
- $A_F$  = “ho aggiunto un altro frutto”.

Risulta:

$$p(M_2) = p(M_2 \cap A_M) + p(M_2 \cap A_F),$$

e quindi

$$p(M_2) = p(A_M) p(M_2/A_M) + p(A_F) p(M_2/A_F).$$

Si ha:

$$p(M_2/A_M) = 2/4, p(M_2/A_F) = 1/4.$$

Segue

$$p(M_2) = p(A_M) \times 2/4 + p(A_F) \times 1/4.$$

Otteniamo  $p(M_2) = p(M) = 1/3$  se e solo se  $p(A_M) = 1/3$  (e quindi  $p(A_F) = 2/3$ ), ossia se la nuova figurina è stata presa a caso da un insieme in cui c'è una mela ogni 3 figurine.

### 2.3 Il gioco e la probabilità qualitativa

Nel gioco della mela si è dato per scontato che il bambino intuisse il significato del confronto fra le *facilità di verificarsi* di eventi e quindi della *probabilità qualitativa* (detta anche *comparativa*). E' opportuno, però, chiarire almeno le definizioni di base della probabilità qualitativa anche per capire il suo ruolo di struttura logica che precede la probabilità numerica. Per approfondimenti si vedano (Scozzafava, 1982; Maturo, 2000).

Supponiamo che  $K$  sia un'algebra di eventi, ossia una famiglia di eventi tale che:

- (A1) l'evento certo  $\Omega$  appartiene a  $K$ ;
- (A2) se  $A$  appartiene a  $K$  allora anche il suo contrario  $A^c$  appartiene a  $K$ ;
- (A3) se  $A$  e  $B$  appartengono a  $K$  anche la loro unione appartiene a  $K$ .

Come conseguenza dei precedenti assiomi anche l'evento impossibile  $\emptyset$  appartiene a  $K$ . Inoltre se  $A$  e  $B$  appartengono a  $K$  allora anche la loro intersezione e la loro differenza appartengono a  $K$ .

Supponiamo inoltre che  $K$  sia non banale, ossia che esista in  $K$  almeno un evento aleatorio.

Una relazione di *preordine completa* in  $K$  è una relazione, indicata con  $\llapprox$  (minore o equivalente) che gode delle seguenti proprietà:

(PQ1) *transitività*: se  $A, B, C$  sono elementi di  $K$  tali che  $A \llapprox B, B \llapprox C$ , allora  $A \llapprox C$ ;

(PQ2) *completezza*: se  $A$  e  $B$  appartengono a  $K$  allora vale almeno una delle due proprietà  $A \llapprox B$  oppure  $B \llapprox A$ .

Se valgono entrambe le  $A \llapprox B$  e  $B \llapprox A$  diciamo che  $A$  e  $B$  sono *equivalenti* e scriviamo  $A \approx B$ . Se vale solo la  $A \llapprox B$  e non la  $B \llapprox A$  diciamo che  $A$  è minore di  $B$  (oppure che  $B$  è maggiore di  $A$ ) e scriviamo  $A < B$  oppure  $B > A$ .

Una *probabilità qualitativa* in  $K$  è una relazione di preordine completa che soddisfa le seguenti proprietà:

(PQ3) *isola l'evento impossibile*: se  $A$  è un evento non impossibile allora  $\emptyset < A$ ;

(PQ4) *compatibile con l'unione*: se  $A \llapprox B$  e  $C$  è un evento incompatibile sia con  $A$  che con  $B$  allora  $A \cup C \llapprox B \cup C$ ;

(PQ5) *compatibile con la differenza*: se  $A \llapprox B$  e  $C$  è un evento contenuto sia in  $A$  che in  $B$  allora  $A - C \llapprox B - C$ .

In particolare dagli assiomi segue che, per ogni evento  $A \neq \Omega$ ,  $A < \Omega$ .

Una domanda sorge spontanea: vale la pena far studiare la probabilità qualitativa prima di quella numerica? Il problema è analogo a quello che si pone in Geometria: è opportuno un confronto non numerico fra le estensioni delle figure prima di introdurre le aree? Riteniamo decisamente di sì, perché le strutture logiche devono precedere i calcoli, altrimenti si rischia di avere ragazzi bravi a calcolare ma che non sanno il significato del risultato trovato.

#### 2.4 Il gioco della battaglia navale

I bambini, alla fine del percorso di studi nella Scuola Primaria, sono già in grado di rappresentare con le frazioni le probabilità di semplici eventi, ma possono utilizzare anche altre rappresentazioni: le percentuali, le tabelle, i diagrammi ad albero.

Il classico gioco della *Battaglia navale* ci permette di fare alcune interessanti osservazioni didattiche e di proporre problemi per applicare le

più importanti formule di probabilità. Ci permette anche di stimolare gli alunni a porsi problemi.

Com'è noto vince chi, per primo, riesce a “affondare” tutte le navi. In questo lavoro, per semplicità, ci limitiamo a considerare solo alcuni problemi particolari riferiti a un caso specifico di gioco di battaglia navale.

Si invitano i bambini a disegnare un quadrato 10x10 con lettere per indicare le righe e numeri per indicare le colonne.

I bambini devono poi disporre nel reticolo 10 navi, ad esempio:

1 da 5 quadretti, 2 da 4 quadretti, 3 da 3 quadretti, 1 da 2 quadretti, 3 da 1 quadretto

Si potrà avere, ad esempio, la seguente situazione:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
L										

Figura 7 La Battaglia Navale

Le navi occupano 27 caselle. Rimangono vuote 73 caselle.

Poniamo ai bambini la seguente domanda: “Qual è la probabilità di colpire ciascuna nave al primo ‘tiro’?”

I bambini dovranno rappresentare la probabilità prima con una frazione e poi trasformarla in percentuale. Il passaggio alle percentuali è molto importante poiché porta al concetto di frequenza, base per la comprensione di tutti i problemi statistici e per il confronto fra le proprietà statistiche di insiemi con numerosità diversa.

La conversazione porterà a stabilire le seguenti probabilità:

Una nave di 5 quadretti, ...5 su 100,... cioè 5/100...cioè il 5%  
Una nave di 4 quadretti,...4 su 100,... cioè 4/100...cioè il 4%  
Una nave di 3 quadretti,...3 su 100,... cioè 3/100...cioè il 3%  
Una nave di 2 quadretti,...2 su 100,... cioè 2/100... cioè il 2%  
Una nave di 1 quadretto,...1 su 100,...cioè 1/100...cioè l'1%  
Nessuna nave ... 73 su 100,...cioè 73/100,... cioè il 73%

E' importante, però, tener presente anche il numero delle diverse navi, pertanto si potrebbe chiedere ai bambini:

“E' più probabile che venga colpita la nave di 5 quadretti o la nave di 2?”, oppure: “E' più probabile che venga colpita una nave qualunque o nessuna nave?”.

La situazione può essere complicata a piacimento e la discussione può condurre a riflettere su diversi aspetti (il numero, la dimensione, la posizione della nave).

### **2.5 Probabilità di affondare una nave**

Limitiamoci a considerare il seguente problema:

*Date due navi, una da una casella e una da due caselle, calcolare le probabilità di affondarle, rispettivamente, in uno e due colpi.*

Per la nave di una sola casella la probabilità di affondarla al primo colpo è 1/100.

Per la nave di due caselle indichiamo con C1 l'evento “colpita al primo colpo” e con C2 “colpita al secondo colpo”. Si tratta di calcolare la probabilità di  $C1 \cap C2$ .

L'evento C1 è l'unione di tre eventi incompatibili:

- C1i = “la nave è colpita al primo colpo in un punto *interno* al reticolo (non su un bordo)”;
- C1b = “la nave è colpita al primo colpo in un punto *di frontiera* del reticolo ma non su uno spigolo”;
- C1s = “la nave è colpita al primo colpo in un punto *di frontiera* del reticolo su uno spigolo”.

Allora risulta:

$$p(C1 \cap C2) = p(C1i \cap C2) + p(C1b \cap C2) + p(C1s \cap C2).$$

C1i è l'intersezione di due eventi: C1 = “colpita al primo colpo”, Si = “scelto un punto interno”;

C1b è l'intersezione di C1 = "colpita al primo colpo", Sb= "scelto un punto di frontiera diverso dagli spigoli";

C1s è l'intersezione di C1 = "colpita al primo colpo", Ss= "scelto un punto di frontiera coincidente con uno spigolo".

Segue allora:

$$p(C1i \cap C2) = p(Si) p(C1/Si) p(C2/(Si \cap C1));$$

$$p(C1b \cap C2) = p(Sb) p(C1/Sb) p(C2/(Sb \cap C1));$$

$$p(C1s \cap C2) = p(Ss) p(C1/Ss) p(C2/(Ss \cap C1)).$$

Abbiamo  $p(C1) = 2/100$  indipendentemente dal fatto che i colpi siano su punti interni o di frontiera. Quindi  $p(C1/Si) = p(C1/Sb) = p(C1/Ss) = 2/100$ .

Se ammettiamo che il secondo colpo è portato con intelligenza, per colpire di nuovo la nave, il bambino capisce che conviene provare una delle caselle vicine a quella colpita.

Bisogna distinguere tre casi:

1. la casella colpita al primo colpo non è sul bordo del reticolo; le caselle vicine sono 4, per cui  $p(C2/(Si \cap C1)) = 1/4$ . La probabilità di affondare la nave al secondo colpo, se il primo colpo non è sul bordo del reticolo ed ha raggiunto l'obiettivo, è allora:

$$p(C1i \cap C2) = p(Si) \times 2/100 \times 1/4 = p(Si) \times 1/200.$$

2. la casella colpita è sul bordo del reticolo, ma non su uno spigolo; le caselle vicine sono 3, per cui  $p(C2/(Sb \cap C1)) = 1/3$ . La probabilità di affondare la nave al secondo colpo, se il primo colpo ha raggiunto l'obiettivo ed è sul bordo del reticolo ma non su uno spigolo, è allora:

$$p(C1b \cap C2) = p(Sb) \times 2/100 \times 1/3 = p(Sb) \times 1/150.$$

3. la casella colpita al primo colpo è su uno spigolo del reticolo; le caselle vicine sono 2, per cui  $p(C2/(Ss \cap C1)) = 1/2$ . La probabilità di affondare la nave al secondo colpo, se il primo colpo ha raggiunto l'obiettivo ed è su uno spigolo, è allora:

$$p(C1s \cap C2) = p(Ss) \times 2/100 \times 1/2 = p(Ss) \times 1/100.$$

In conclusione, la probabilità di affondare la nave in due colpi è:

$$p(C1 \cap C2) = p(C1i \cap C2) + p(C1b \cap C2) + p(C1s \cap C2) =$$

Probabilità e Statistica nella scuola primaria: esperienze didattiche e proposte

$$= p(S_i) \times 1/200 + p(S_b) \times 1/150 + p(S_s) \times 1/100.$$

Se la scelta del primo punto da colpire è casuale risulta:

$$p(S_i) = 1/64; p(S_b) = 1/32; p(S_s) = 1/4.$$

Si possono però avere valori diversi di  $p(S_i)$ ,  $p(S_b)$ ,  $p(S_s)$  a seconda dei criteri di scelta utilizzati.

Il problema è più complesso se si tratta di calcolare la probabilità di affondare in tre colpi una nave di tre caselle.

Infatti bisogna tener conto in via preliminare che  $C1 = C1a \cup C1b$ , dove  $C1a$  è l'evento "la nave con il primo colpo è colpita lateralmente" e  $C1b$  è "la nave con il primo colpo è colpita nel mezzo".

### 3. Le competenze legate all'impostazione classica della probabilità

*L'impostazione classica* del calcolo delle probabilità è basata sulla definizione di probabilità di un evento come *rapporto fra il numero di casi favorevoli all'evento e il numero di casi possibili*. Essa, essendo un'impostazione teorica, con *valutazioni a priori*, è quella che più si avvicina al modo di procedere deduttivo, per assiomi, definizioni e teoremi, della matematica classica.

Da un punto di vista logico l'impostazione classica è basata sulla convinzione che esiste una "partizione finita privilegiata" dell'evento certo tale che tutti gli eventi della partizione siano equiprobabili.

I tentativi di estendere l'impostazione classica a partizioni infinite si sono scontrati con grandi difficoltà di tipo matematico.

Le principali *abilità* richieste nell'impostazione classica sono:

- 1) saper calcolare il numero di elementi di un insieme finito;
- 2) conoscere bene il calcolo con le frazioni.

La prima abilità è la più importante e delicata. Si va dal *calcolo combinatorio* ai vari metodi della *matematica discreta*. Particolarmente significativo è il caso dell'unione di insiemi finiti che possono avere parti in comune, in cui si ottiene il *teorema di Poincaré*, molto rilevante per la soluzione di un gran numero di quesiti di probabilità e per le generalizzazioni della teoria della probabilità a casi in cui non vale l'additività.

Dopo aver introdotto la probabilità classica, il passo successivo è la comprensione del *problema delle prove ripetute* e della *distribuzione*

*binomiale*. Normalmente si parte dal classico esperimento di testa e croce con una moneta. Riteniamo preferibile però sostituire le monete con le figurine, poiché esse sono sempre presenti nella realtà quotidiana dei bambini di questa età e possiamo sfruttare il fascino che esse esercitano su di loro utilizzandole per apprendere la probabilità giocando.

Attraverso le figurine possiamo anche sviluppare nuove conoscenze e abilità, facendo apprendere e utilizzare praticamente i primi elementi di *rappresentazione matriciale e teoria dei grafi*, i concetti di *n-pla ordinata e non ordinata* di elementi di un insieme, le *relazioni di equivalenza* e varie tipologie di *funzioni*.

### **3.1 Probabilità classica e figurine**

Proponiamo ai bambini di analizzare i risultati possibili che si ottengono lanciando in aria una o più figurine e osservando se esse ricadono dalla parte della scritta o da quella dell'immagine.

Successivamente, dopo aver introdotto l'impostazione statistica della probabilità, facciamo fare alcuni esperimenti per confrontare i risultati ottenuti con quelli teorici.

Si fa dapprima accettare, con ragionamenti e esperimenti, ai bambini il fatto che, lanciando una figurina, si ha la stessa probabilità che essa ricada dalla parte dell'immagine (I) o dalla parte della scritta (S) che si trova nella parte posteriore.

Abbiamo quindi sia per I e sia per S: probabilità 1 su 2, cioè  $1/2$  che corrisponde a  $50/100$  e perciò al 50%.

Chiediamo poi ai bambini:

*“Se invece lanciamo 2 figurine, quali risultati possiamo ottenere?”*

Il punto cruciale del quesito è che i bambini dovranno imparare a distinguere fra i concetti di coppia ordinata e coppia non ordinata e capire se, con la parola “risultato”, ci si riferisce a coppie di figurine ordinate o non ordinate. Il quesito è volutamente impreciso, per fare in modo che i bambini possano dare la loro interpretazione.

Osserviamo che, se  $x$  e  $y$  sono due elementi di un insieme, il simbolo  $(x, y)$  rappresenta una coppia ordinata. Allora bisognerà chiedere ai bambini di pensare un simbolo per le coppie non ordinate. Può andare bene la notazione  $[x, y]$ . Facciamo osservare che  $[x, y] = [y, x]$  e che il simbolo  $[x, x]$  indica che si ripete due volte lo stesso oggetto  $x$ .

I bambini si renderanno conto che possiamo ottenere 4 coppie ordinate, precisamente: 2 immagini (I, I), 2 scritte (S, S), immagine e scritta (I, S), scritta e immagine (S, I).

Le coppie ordinate possono essere rappresentate con una tabella a doppia entrata:

	2° fig.		
1° fig.		I	S
I		(I, I)	(I, S)
S		(S, I)	(S, S)

Tabella 1 Matrice delle coppie ordinate

La stessa situazione può essere rappresentata con un grafo, in particolare un diagramma ad albero, in cui ogni arco, considerato orientato dalla prima figurina alla seconda, rappresenta una coppia ordinata.

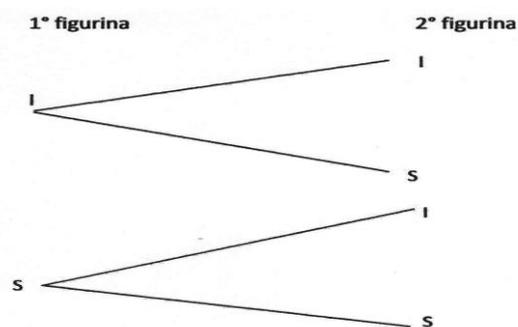


Figura 8 Grafo delle coppie ordinate

Chiediamo ai bambini: “*Quante volte si può verificare ogni coppia di figurine?*”

I bambini osserveranno che ogni coppia ordinata può verificarsi una sola volta, mentre, volendo ragionare sulle coppie non ordinate di figurine, noteranno che:

- la coppia [I, I] appare 1 volta su 4, ossia il 25% dei casi;

- la coppia [S, S] appare 1 volta su 4, ossia il 25% dei casi;
- la coppia [I, S] = [S, I] appare 2 volte su 4, ossia il 50% dei casi.

In maniera analoga si può discutere il caso di 3 o più figurine. Per 3 figurine, se  $x, y, z$  sono rispettivamente le facce ottenute per la prima, la seconda e la terza figurina, allora  $(x, y, z)$  rappresenta una terna ordinata, mentre  $[x, y, z]$  una terna non ordinata.

Lanciando tre figurine otterremo 8 terne ordinate:

$(I-I-I), (I-I-S), (I-S-I), (I-S-S), (S-I-I), (S-I-S), (S-S-I), (S-S-S)$ .

Si ha la seguente rappresentazione con un diagramma ad albero, in cui ogni cammino di lunghezza 2, ossia formato da due archi, rappresenta una terna ordinata:

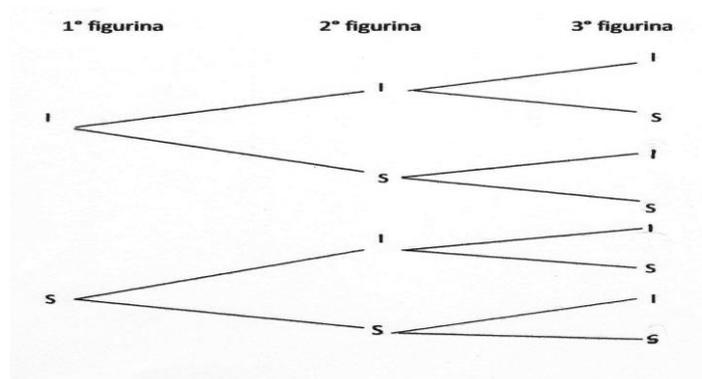


Figura 9 Grafo delle terne ordinate

Chiediamo ai bambini: “*Quali terne hanno più probabilità di presentarsi?*”

I bambini dovranno chiedersi se è opportuno parlare di terne ordinate o terne non ordinate. Ogni terna ordinata si presenta una sola volta, quindi tutte le terne ordinate hanno la stessa probabilità.

Per arrivare al concetto di terna non ordinata bisogna introdurre una *relazione di equivalenza*. Due terne ordinate si considerano equivalenti se hanno lo stesso numero di immagini (e quindi di scritte). Le terne non ordinate sono le *classi di equivalenza*.

I bambini dovranno contare quanti cammini del diagramma ad albero hanno un fissato numero di immagini. Si accorgeranno che le terne non ordinate sono 5, precisamente:  $[I, I, I]$ , con 3 immagini;  $[I, I, S]$ , con 2

immagini e 1 scritta, [I, S, S], con 1 immagine e 2 scritte, [S, S, S], con 3 scritte. Noteranno che un solo cammino ha 3 immagini, 3 hanno 2 immagini, 3 hanno 1 immagine e uno ha solo 3 scritte e quindi nessuna immagine.

Quindi le situazioni [I, I, I] e [S, S, S] si verificano una sola volta, mentre le [I, I, S] e [I, S, S] si verificano 3 volte. I bambini concluderanno che le terne ordinate più probabili sono [I, I, S] e [I, S, S].

Chiediamo ancora: “*In che percentuale?*”

I bambini dovranno tener conto che, essendo 8 le terne ottenute, le terne [[I, I, S] e [I, S, S] avranno ciascuna i  $\frac{3}{8}$  di possibilità di presentarsi, cioè il 37,5%.

Possiamo chiedere ancora: “*Quali terne hanno meno probabilità di presentarsi?*”

A questo punto diventa semplice dedurre che ciascuna delle due terne [I, I, I] e [S, S, S] avrà  $\frac{1}{8}$  di probabilità pari al 12,5%.

Si impone una riflessione su come presentare i concetti di terna ordinata o non ordinata di elementi di un insieme. Se B è un insieme di bambini, una terna ordinata di elementi di B può essere definita come un elenco di tre bambini che ricevono tre regali, R1, R2, R3, in ordine decrescente di importanza oppure come una funzione che ad ogni regalo associa un bambino. Può capitare che un bambino prenda più di un regalo!

Si può arrivare al concetto di terna non ordinata se diciamo ai bambini che i tre regali hanno la stessa importanza e quindi per ogni bambino conta solo il numero di regali che riceve.

Il passaggio dalle terne ordinate a quelle non ordinate è ottenuto per mezzo di una *relazione di equivalenza*. Due elenchi di tre bambini sono equivalenti se negli elenchi sono presenti gli stessi bambini e ognuno di essi ha lo stesso numero di regali. Le terne ordinate sono le *classi di equivalenza*.

### ***3.2 Il ruolo dell'impostazione classica rispetto agli obiettivi di formazione, informazione, cooperazione o competizione***

L'impostazione classica si presta alla *competizione* in quanto la comprensione e la velocizzazione delle applicazioni del calcolo combinatorio, e in generale della matematica discreta, possono creare molte diversità di risultati positivi ai test fra gli studenti.

Il filone in cui s'inserisce l'impostazione classica del calcolo delle probabilità è di grande interesse e attualità; esistono collegamenti con

geometrie finite, teoria dei grafi, etc. Inoltre i teoremi più importanti del calcolo delle probabilità sono ottenuti in maniera abbastanza semplice.

Meno interessante sembra il ruolo della probabilità classica dal punto di vista della *formazione logica* e da quello della *ricerca empirica*.

Dal punto di vista logico spesso manca la visione dell'evento come *proposizione logica*. L'evento è visto intuitivamente come “*qualcosa che accade*”, oppure come un *insieme* di “casi possibili”, sottoinsieme di un insieme *fissato a priori* di “casi favorevoli”.

Si parte spesso dall'idea che l'insieme dei casi possibili abbia un'esistenza propria, obiettiva, indipendente dalle opinioni delle persone, non si immagina che sia una creazione mentale di qualcuno per determinati obiettivi.

In particolare mancano *l'analisi della frase* che definisce l'evento e le *valutazioni* (necessariamente soggettive) dell'esperto. Inoltre le *premesse logiche* (ad esempio: Quali sono i casi possibili? Perché proprio quelli e non altri? Perché sono ugualmente possibili?) sono spesso date per scontate e non meritevoli di approfondimento.

La probabilità classica è data *a priori*, senza verifica sperimentale e senza essere preceduta da un'induzione dal mondo reale.

L'aspetto *interdisciplinare* è poco presente, proprio per il ruolo limitato che hanno l'analisi logica della frase, la valutazione critica del soggetto e così via.

In conclusione, la probabilità classica, pur essendo molto utile per rilevare alcune *abilità di calcolo*, è ancora fundamentalmente un capitolo della matematica teorica, deduttiva, e presenta pochi aspetti interdisciplinari.

Inoltre, almeno al livello di scuola del primo ciclo, il confronto con il mondo reale è limitato a modelli collegati a situazioni di gioco.

#### **4. L'impostazione statistica e la ricerca empirica**

*L'impostazione statistica* del calcolo delle probabilità è basata sulla definizione di probabilità di un evento come frequenza, ossia come rapporto fra il numero di volte in cui l'evento si verifica e il numero di prove (osservazioni o esperimenti).

Spesso viene precisato che questa definizione è approssimata, e si afferma che la definizione precisa di probabilità di un evento è il *limite della frequenza* quando il numero di prove tende a infinito.

Dal punto di vista logico ci si scontra con il fatto che un evento *non è ripetibile*, sia che si definisca come “proposizione logica”, sia, in maniera

approssimativa, come “qualcosa che accade”. Allora è da precisare il senso logico della definizione. In realtà si considera un numero finito  $n$  di eventi,  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , che da un certo punto di vista, vengono considerati “equivalenti” e “indipendenti”, precisamente *equiprobabili* e tali che *abbiamo sufficienti o ragionevoli motivi per ritenere* che il verificarsi di uno di essi non altera la probabilità di verificarsi degli altri.

La frase “numero di volte in cui l'evento si verifica” va interpretata, dal punto di vista logico, nel senso che si considera il *numero di eventi che si verificano* fra quelli dell'insieme  $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ .

Il primo passo nella probabilità statistica è far familiarizzare i bambini con i concetti di *equivalenza, classificazione, osservazione, esperimento e frequenza* attraverso dei giochi.

Per far compiere ai bambini rilevamenti statistici fin dai primi anni della Scuola Primaria e quindi cominciare a capire i concetti fondamentali di *classificazione, osservazione, sperimentazione e frequenza*, è importante:

- prendere in esame fatti reali piuttosto semplici;
- far scegliere loro i simboli da utilizzare;
- farli operare concretamente con la manipolazione di materiali;
- far registrare i dati raccolti;
- osservare insieme le informazioni (che gradualmente saranno più sintetiche);
- aiutarli ad interpretare i dati;
- far rappresentare i risultati con dei grafici;
- leggere i grafici attraverso conversazioni guidate.

#### ***4.1 L'indagine statistica nel primo biennio della scuola primaria***

Un itinerario da percorrere per far eseguire i rilevamenti statistici ai bambini del primo biennio della scuola primaria è basato su indagini che prevedono due sole possibilità di scelta, con la condizione che una scelta, comunque, è da considerarsi obbligatoria, ossia il bambino deve scegliere una e una sola di due alternative.

In un secondo tempo, dopo una discussione in classe, si può considerare anche il caso che, di due possibilità, non venga scelta nessuna o vengano scelte entrambe.

Per chiarezza di esposizione facciamo riferimento al classico gioco dell'animale preferito.

Ad esempio si possono porre al bambino le seguenti domande:

D1 = “Quale animale preferisci tra il *cane* e il *gatto*.”

D2 = “Quale animale hai in casa fra il *cane* e *gatto*?”

Nel primo quesito si hanno due alternative fra cui scegliere una sola, nel secondo le alternative sono sempre due, ma abbiamo 4 possibili risposte (cane, gatto, nessuno, entrambi).

In un gruppo di 13 bambini è stata svolta un'indagine sulle risposte al quesito D1. Per rappresentare e interpretare i dati a ciascun bambino sono state date due palline di due colori diversi (rosso e blu) e ad ogni colore è stata attribuita la preferenza di un animale; associando al colore rosso il cane e al colore blu il gatto.

Ogni bambino poteva esprimere la propria preferenza infilando una pallina in una cordicella predisposta per raccogliere le preferenze riservate al cane, oppure nella cordicella che raccoglieva le preferenze per il gatto.

Alla fine sono state appese le cordicelle a ganci fissati su un listello e, confrontando la lunghezza, è stato semplice individuare la preferenza espressa dal maggior numero di bambini.

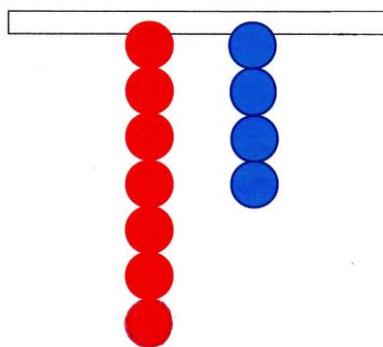


Figura 10 Preferenza con le palline dei 13 bambini

L'insegnante ha poi chiesto ai bambini di verificare l'adeguatezza e la completezza della rappresentazione effettuata, proponendo il seguente problema:

*“Come possiamo far sapere a chi non era in classe di che cosa abbiamo parlato?”*

*“Come possiamo far capire che si tratta di un'indagine sull'animale preferito?”*

Per rendere l'indagine chiara a tutti e leggibile anche a chi non era presente, gli alunni sono stati invitati a realizzare un cartellone con un grafico a blocchi con i disegni del cane e del gatto.

I bambini, essendo la prima volta che facevano questa esperienza, hanno incollato i disegni in modo disordinato e allora l'insegnante ha dovuto orientarli per fissare una "stessa linea di partenza" e allineare i disegni in modo "regolare".

I bambini hanno compreso che era sufficiente mettere l'immagine dell'animale solo alla base di ciascuna colonna e che era necessario usare cartoncini delle stesse dimensioni, ma di colore diverso (rossi e blu, come le palline); abbiamo finalmente costruito un nuovo cartellone.

In seguito la rappresentazione è stata riportata sul quaderno con fogli quadrettati e si passerà alla lettura del grafico. L'insegnante ha stimolato gli alunni con domande per l'osservazione e l'interpretazione dei dati.

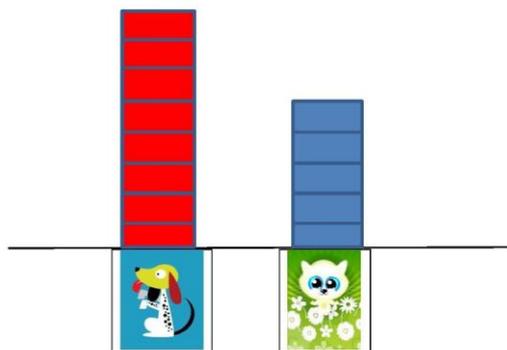


Figura 11 Preferenze con i cartoncini dei 13 bambini

#### 4.2 L'indagine statistica dopo il primo biennio della Scuola Primaria

Negli anni dalla terza alla quinta elementare gli alunni imparano a rappresentare in modo schematico i dati raccolti e registrati durante un'indagine e a trarre le loro conclusioni; imparano inoltre a rappresentare la frequenza mediante istogrammi e ortogrammi, a leggere la *moda*, a calcolare la *media*, la *mediana*, *etc.*

E' importante far comprendere ai bambini che è necessario scegliere il diagramma più efficace per rappresentare una data situazione. Alla fine del percorso di Scuola Primaria, l'insegnante può proporre l'uso di *grafici cartesiani* per visualizzare l'evoluzione di un fenomeno in un dato periodo (ad esempio la temperatura registrata nell'arco del mese).

Utilissimo è introdurre l'*ideogramma*, servendosi di disegni che indicano quantità (ad esempio per rappresentare gli ettari di terreno coltivati a frutto

in alcune Province, la densità di popolazione), *l'areogramma circolare* o diagramma a torta che permette di osservare quantità e percentuali con settori circolari (per rappresentare, ad esempio, la composizione di un terreno agricolo).

Un classico gioco per aiutare i bambini a imparare a costruire grafici, è il *gioco del cornetto farcito*, consistente nel fare un'indagine su come gli alunni di una classe preferirebbero farcire il loro cornetto.

Da un'indagine condotta in una classe di 24 bambini sono state ottenute le preferenze fra 4 diversi tipi di farcitura: *crema*, *cioccolato*, *marmellata* e *panna*. I bambini, guidati dalla maestra, hanno raccolto i dati con il seguente diagramma cartesiano.

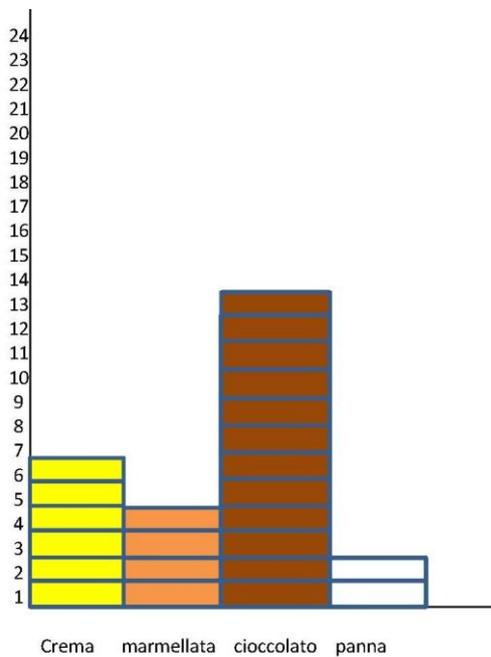


Figura 12 La farcitura preferita

Per introdurre ai concetti di frequenza e frequenza percentuale la maestra ha chiesto agli alunni:

*Che rapporti ci sono tra le preferenze espresse e il numero totale dei bambini in classe?*

I bambini sono stati indotti a lavorare su frazioni e percentuali e su come organizzare una tabella in cui riportare in maniera efficace i risultati trovati.

Dopo discussioni in classe, è stata compilata la seguente tabella delle frequenze:

farciture	frequenza assoluta	frequenza come frazione	frequenza come numero decimale	frequenza percentuale
crema	6 su 24	6/24	0,25	25
marmellata	4 su 24	4/24	0,17 circa	17
cioccolato	12 su 24	12/24	0,50	50
panna	2 su 24	2/24	0,08 circa	8
Totale	24 su 24	24/24	1	100

Tabella 2 Le frequenze delle farciture

#### ***4.3 Rappresentazioni non cartesiane dei dati***

Un itinerario a parte è quello della ricerca delle rappresentazioni dei dati più efficaci per rendere visibile e intuitiva l'interpretazione del fenomeno.

A partire dalla indagine precedente ci siamo limitati al disegno di un areogramma circolare. L'importanza di questa rappresentazione è nello stabilire un'attività interdisciplinare fra la Statistica, la Geometria e la manualità del Disegno. Inoltre si comincia a introdurre implicitamente il concetto di frequenza, e quindi di probabilità, come misura di un'area.

L'area di ciascun settore circolare doveva essere direttamente proporzionale al valore della frequenza e quindi si doveva trasformare la frequenza in gradi.

Sono stati stimolati gli alunni con la domanda:

*“Come possiamo fare?”*

Siccome il cerchio corrisponde a un angolo giro, di  $360^\circ$ , bisognava trovare l'ampiezza di ogni settore circolare, che corrispondeva alla relativa frequenza, dividendo i  $360^\circ$  per 100 e moltiplicando il risultato per la frequenza percentuale.

Farciture	Frequenza percentuale	Ampiezza Settori
crema	25	$(360:100) \times 25 = 90^\circ$
marmellata	17	$(360:100) \times 17 = 61^\circ$ circa
cioccolato	50	$(360:100) \times 50 = 180^\circ$
panna	8	$(360:100) \times 8 = 29^\circ$ circa
Totale	100	$360^\circ$

Tabella 3

Con il compasso e il goniometro è stato disegnato il cerchio e sono stati delimitati i vari settori partendo da un raggio.

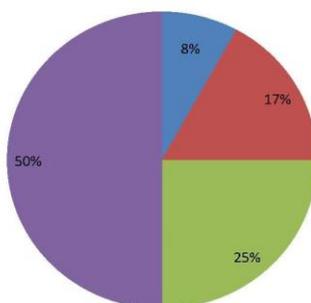


Figura 13 Le frequenze come settori circolari

#### ***4.4 Il ruolo dell'impostazione statistica rispetto agli obiettivi di formazione, informazione, cooperazione o competizione***

La definizione di probabilità come frequenza porta a sviluppare molte abilità, fra cui:

- 1) saper osservare accuratamente il mondo reale;
- 2) capacità di valutare se valgono le condizioni in cui le osservazioni o esperimenti portano a considerare eventi "equivalenti" e "indipendenti";
- 3) capacità di classificare, fare grafici e tabelle per rappresentare i dati osservati;
- 4) essere in grado di pianificare gli esperimenti, ossia creare le condizioni per poter osservare eventi "equivalenti" e "indipendenti";
- 5) conoscere bene il calcolo con le frazioni.

Traducendo il linguaggio statistico in linguaggio logico, si considera una successione  $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$  di eventi “equivalenti” e “indipendenti”.

La probabilità approssimata di un evento dello stesso tipo, valutata sull'osservazione dell'insieme finito  $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ , è il rapporto  $m/n$ , dove  $m$  è il numero di elementi dell'insieme che si sono verificati. La “probabilità precisa” dovrebbe essere il limite di tale rapporto per  $n$  che tende a infinito.

Le difficoltà logiche sul concetto di “probabilità precisa” come limite sono notevoli:

- Non si capisce cosa può significare fare un limite con infiniti esperimenti, mescolando teoria ed empirismo.
- Esistono dubbi legittimi sul fatto che il limite esista.
- E' preferibile fermarsi alla probabilità imprecisa, basata su un numero finito, ma “sufficientemente elevato” di osservazioni.

In conclusione, dal punto di vista *formativo*, la probabilità statistica appare efficace in quanto soddisfa la necessità del bambino di apprendere e elaborare idee restando in contatto con la realtà. Essa permette di collegare in modo critico il mondo reale con la teoria matematica, e induce il bambino a rappresentare i fenomeni che osserva con grafici e tabelle.

Dal punto di vista *competitivo* si può considerare la maggiore o minore abilità di predisporre o commentare grafici e tabelle.

Ma forse in questo senso sarebbe meglio sviluppare il senso di *cooperazione*, del mettere insieme le idee per una migliore rappresentazione e interpretazione del mondo reale in linguaggio matematico.

La probabilità statistica si adatta molto bene alla didattica attraverso il *gioco*. Ad esempio, volendo valutare qual è la squadra di calcio più forte, e in generale la probabilità che una squadra vinca o perda, i ragazzi sono indotti a raccogliere dati e fare tabelle da cui desumere la probabilità statistica.

#### **4.5 Previsione e modellizzazione**

Le relazioni fra la *probabilità a priori* (impostazione classica) e la *frequenza* o *probabilità empirica* (impostazione statistica) devono essere oggetto di discussioni in classe.

Infatti su tali relazioni si basano i processi di:

- (a) *previsione*, che si può ricondurre al fatto di “indovinare” le frequenze a partire dalle probabilità a priori;

(b) *modellizzazione*, che può essere pensato come il processo inverso di indurre le probabilità teoriche dalle frequenze osservate.

In altri termini, i ragionamenti che permettono il passaggio dalla deduzione teorica al mondo reale e, viceversa, dall'induzione sui fenomeni osservati alla teoria, si riconducono, in gran parte, alle relazioni fra probabilità classica e frequenza.

I limiti di tali processi logici sono noti: molti giocatori si sono rovinati operando nel mondo reale con previsioni dedotte da modelli probabilistici; molti modelli del mondo reale si sono rivelati inadeguati perché i risultati empirici non erano sufficienti per costruirli o non sono stati sottoposti a sufficienti analisi critiche.

I rapporti fra previsioni teoriche e fatti reali si possono ricondurre al legame fra probabilità e frequenza ben delineato in (Castelnuovo, 1970) con l'enunciato della legge empirica del caso:

*“In una serie di prove ripetute un gran numero di volte nelle stesse condizioni, ciascuno degli eventi possibili si manifesta con una frequenza che è presso a poco uguale alla sua probabilità. L'approssimazione cresce ordinariamente col crescere del numero di prove.”*

L'imprecisione contenuta in tale legge è inevitabile, con le locuzioni “presso a poco”, “ordinariamente”, ma anche con “un gran numero” e “stesse condizioni”. Eppure la legge empirica del caso governa tutte le scelte della nostra vita! E previsione e modellizzazione sono proprio i processi logici che segue il cervello umano che passa dalle idee ai fatti empirici e viceversa.

## 5. Prospettive di ricerca e conclusioni

Riteniamo che sia il caso di approfondire gli obiettivi generali dell'insegnamento, in particolare della matematica, nella scuola del primo ciclo. Alcuni di essi, talvolta fra loro contrastanti, sono *formazione, informazione, cooperazione, competizione*. Pensando, ad esempio, alla legge empirica del caso, si potrebbero aggiungere anche altri obiettivi come *intuizione e precisione*.

Ciascuno degli obiettivi può dividersi in *sub-obiettivi* a seconda che si guardi a breve termine, medio termine, lungo termine.

Per quanto riguarda i test INVALSI, si ha l'impressione che essi favoriscano soprattutto la competizione a breve termine. Le scuole si impegnano molto a preparare gli studenti per i test INVALSI, ma, a detta di

molti docenti, ciò va a discapito di un processo formativo equilibrato a lungo termine e non favorisce la cooperazione.

Gareggiare va bene, può essere anche molto divertente, ma può emarginare gli studenti meno dotati e le scuole situate in condizioni ambientali e sociali più difficili. Inoltre le condizioni di ristrettezza di tempi in cui si svolgono le prove sembrano favorire la velocità di esecuzione rispetto a una riflessione più lenta ma metodica.

Riteniamo quindi che le prove INVALSI siano molto utili per alcuni obiettivi, ma che vada ridimensionato il loro impatto, dando spazio ad altre iniziative che possono soddisfare gli altri obiettivi.

Si impone quindi una riflessione generale sugli obiettivi e sulla misura in cui le varie alternative d'azione possono soddisfarli.

In particolare riteniamo fondamentale incentivare lo spirito di *cooperazione* fra allievi, scuole, docenti di vari livelli. Uno strumento può essere quello di favorire l'organizzazione di convegni e giornate di lavoro in cui tutti possono presentare i propri progressi e discuterli con altri.

La competitività va incoraggiata, ma bisogna osservare che quella a lungo termine è frutto di una formazione serena, un'informazione mirata e un lungo periodo di cooperazione.

Per definire e soddisfare gli obiettivi andrebbero favorite le iniziative di scuole estive fra pari, in cui si discutano i percorsi formativi, facendo intervenire anche gli studenti; andrebbero anche incoraggiate pubblicazioni di tipo didattico in cui si approfondiscono e si discutono alcuni problemi e metodologie didattiche.

Queste iniziative, di convegni, scuole di formazione fra pari, pubblicazioni, hanno costituito per anni una gran parte del lavoro della Mathesis, portato avanti con abnegazione da pochi volontari e a proprie spese. Riteniamo che sia il caso di guardare con maggiore interesse a tali eventi, che sono un notevole momento di crescita.

Un ruolo importante per la formazione matematica è svolto dalla interdisciplinarietà, dal collegamento prima fra i vari rami della matematica, poi fra matematica e altre discipline e infine fra matematica e mondo reale.

Il Calcolo delle probabilità e la Statistica sono i settori della matematica sviluppatasi proprio per svolgere tale ruolo e, per questo motivo, riteniamo che le idee che sono alla base di tali materie vadano introdotte già dalla scuola primaria.

Riteniamo che le idee di base, i concetti logici, le deduzioni, le intuizioni e le induzioni collegati a tali discipline e alle loro applicazioni possano gradualmente essere padroneggiate dai ragazzi e che debbano essere assimilate in una fase che precede quella del calcolo. Spesso il calcolo

induce ad automatismi che uccidono le idee, forse è meglio utilizzarlo quando i concetti si sono già formati.

### **Bibliografia**

- Castelnuovo G., (1970), *Calcolo delle Probabilità*, Zanichelli, Bologna
- Coletti G., Scozzafava R., (2002), *Probabilistic logic in a coherent setting*, Kluwer Academic Publishers, London.
- de Finetti B., (1970), *Teoria delle Probabilità*, vol. I e II, Einaudi, Torino.
- de Finetti B., (1989), *La logica dell'incerto*, Mondadori, Milano.
- Delli Rocili L., Maturo A., (2013a), Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria, *Science & Philosophy*, No 1- 2013, 37-58.
- Delli Rocili L., Maturo A., (2013b), Probabilità e Statistica nella Scuola Primaria: riflessioni sulle Indicazioni Nazionali, esperienze e proposte, *Periodico di matematiche*, Serie XI, Anno CXXIII, Vol 2, 1-12.
- Lindley D. V., (1990), *La logica della decisione*, Mondadori, Milano.
- March J. G., (1998), *Prendere decisioni*, il Mulino, Bologna.
- Maturo A., (1992), Una introduzione alla probabilità soggettiva, *Periodico di matematiche*, Serie VI, Vol 3, 3, 19-36.
- Maturo A., (2000), Misure e probabilità qualitative, condizionate e stratificate..., *Periodico di matematiche*, Serie VII, Vol 7, 3-4, 37-52.
- Maturo A., (2001), Didattica della Matematica a partire da situazioni di incertezza, in *Atti del Congresso Nazionale Mathesis 2000*, pp. 277-292, Editrice Rotas, Barletta, 2001
- Scozzafava R., (1982), *Il ruolo della probabilità comparativa, finitamente additiva, nella statistica bayesiana*, Istituto di Matematica Applicata, Roma.
- Scozzafava R., (1989), *La probabilità soggettiva e le sue applicazioni*, Masson, Milano
- D.P.R. 104, 12-2-1985, (1985), *I programmi della Scuola elementare*, Armando Editore, Roma

## **Alcuni aspetti della discalculia e della dislessia**

Domenico Lenzi<sup>1</sup>

**Sunto.** In questo articolo vengono esaminate alcune difficoltà di apprendimento, con particolari riferimenti alla discalculia e alla dislessia. A nostro avviso, molte di queste difficoltà dipendono – oltre che da problemi di carattere mnemonico – da una inadeguata ripartizione delle funzioni corticali tra i due emisferi cerebrali di un individuo (difetto di lateralizzazione). Qui noi proponiamo alcuni interventi che possono attenuare quelle difficoltà.

**Parole Chiave:** apprendimento, lateralizzazione, discalculia, dislessia.

**Abstract.** In this paper some difficulties associated with dyscalculia and dyslexia are examined. Several of these difficulties depend either on mnemonic problems or on lateralization defects. Here some suggestions in order to weaken them are proposed.

**Keyword:** mnemonic problems, lateralization, dyslexia, dyscalculia.

### **1. Considerazioni generali**

Il passaggio dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria rappresenta una svolta fondamentale nel modo di apprendere di un bambino, e può determinare scompensi e difficoltà notevoli. In vero, nel primo periodo di vita – in cui la predisposizione alla conoscenza e l'ansia che ne deriva sono a livelli altissimi – l'apprendimento è del tutto spontaneo, e proprio per questo ricco di risultati e conquiste significative. Si pensi a come in questa fase un bimbo acquisisca una notevole padronanza non solo nella lingua materna, ma anche in una o più altre lingue. Padronanza che spesso è di gran lunga superiore a quella delle

---

<sup>1</sup> Corso di laurea in Scienze della Formazione primaria, Università di Bari, sede distaccata presso l'università del Salento (Lecce).

lingue straniere che si apprenderanno nel corso dei successivi impegni scolastici. Poi, con l'ingresso nella scuola primaria, il bambino viene a essere investito da diversi problemi di carattere mnemonico, che possono determinare difficoltà apparentemente insormontabili.

Tra le principali ricordiamo quelle relative alla memorizzazione della grafia delle cifre numeriche e al modo di rappresentare i numeri naturali maggiori di nove, che sono certamente aggravate da quelle legate all'apprendimento della lettura e della scrittura, a prescindere dalla presenza o meno di situazioni di ordinaria *dislessia/disgrafia*.<sup>2</sup> Perciò è importante diluire nel tempo le varie difficoltà di apprendimento, adottando strategie che consentano all'alunno di imboccare in maniera meno affannosa l'ardua strada della conoscenza. In definitiva, si tratta di applicare in modo oculato il principio dello *sviluppo prossimale* dello psicologo Lev Vygotskij, a cui ci si può riferire parlando di *piccoli passi ragionati*.

Quindi è opportuno introdurre già a partire dalla scuola dell'infanzia alcuni elementi di aritmetica e di letto/scrittura che l'alunno sia in grado di apprendere spontaneamente, aiutandolo a superare eventuali difficoltà. Onde egli sarà facilitato nell'acquisizione di nuove abilità in forma automatica e consapevole; altrimenti, nel corso del primo anno della scuola primaria, sarà costretto a imparare la grafia delle cifre numeriche, nonché i segni delle lettere dell'alfabeto nelle versioni maiuscolo/minuscolo e stampatello/corsivo; per non parlare dei colori da associare a ciascuna delle dieci cifre numeriche, e tante altre cose.

Tornando al discorso sull'automatizzazione di alcune abilità, facciamo presente che essa favorisce la possibilità di utilizzarle in modo spedito, consentendo di acquisirne di nuove in maniera più agevole.

Si pensi a un bambino che venga addestrato alla procedura dell'addizione. Se egli non ha automatizzato il richiamo della somma delle dieci cifre numeriche prese a due a due – pur conoscendone il significato – e la deve ripensare ogni volta, nel suo nuovo compito risulterà attardato e incontrerà delle difficoltà; per esempio, in relazione alla necessità di tener conto di un riporto, soprattutto se non si è reso conto di quale ne sia il significato. D'altro canto, per un alunno che non ab-

---

<sup>2</sup> Discalculia, dislessia, disgrafia e disortografia costituiscono i cosiddetti DSA (Disturbi Specifici dell'Apprendimento).

bia automatizzato l'utilizzo delle lettere dell'alfabeto, i tempi di riconoscimento delle parole si dilateranno, spesso pregiudicando un'agevole lettura e la presa di coscienza di importanti aspetti ortografici.

Purtroppo, però, sul versante della matematica spesso gli automatismi riguardano procedure presentate in modo acritico, senza spiegare, nei limiti del possibile, le ragioni che sono alla base di certi modi di operare. Il che a volte porta l'alunno a trasferire alcuni semplici automatismi a contesti in cui questi sono ingiustificati. Per esempio, si pensi al calcolo del prodotto di due frazioni. Ebbene, data la sua semplicità, a volte alcuni alunni tendono a trasportarlo, sbagliando, all'addizione tra frazioni. Invece, una presentazione ragionata della matematica sin dai primi approcci, aiuterebbe a ridurre molti errori e difficoltà, che poi possono accentuare eventuali problemi di discalculia.

Molti addetti ai lavori sono dell'avviso che prima dei 14 anni un bambino non sia in grado di capire un ragionamento. Questo punto di vista, che pare risalire a Jean Piaget, ha però avuto effetti deleteri. In realtà il bambino – nella sua ansia di sapere e di soddisfare i suoi “perché” – va avviato ai primi semplici ragionamenti; così come viene avviato al linguaggio ben prima che egli sia in condizione di parlare.

## 2. Cenni su discalculia e dislessia

Spesso i termini “discalculia” e “dislessia” li si ritrova congiunti; tuttavia ciò può risultare fuorviante, anche se spesso le cause che determinano quelle affezioni sono le stesse.

In realtà, quel che può aver senso è un'analogia tra *dislessia ordinaria* e *dislessia numerica*. Quest'ultima poi porterà inevitabilmente a difficoltà di calcolo, accentuando eventuali problemi di discalculia.

Per questi problemi – come per quelli di ordinaria dislessia/di-sgrafia – le ragioni di fondo sono di tipo neurologico. Alcune di queste – spesso presenti prima dell'inizio della scuola dell'obbligo – sono fisiologiche, quindi quasi sempre transitorie. Però, in alcuni casi esse si risolvono in tempi eccessivamente lunghi. In proposito troviamo conferma in Stella e Grandi che scrivono (cf. [6], pag. 14): « [...] i DSA, essendo “evolutivi”, tendono a migliorare spontaneamente. Pur-

troppo il momento più grave del disturbo coincide con le maggiori richieste sul piano della letto/scrittura [...] ».

Perciò solo se il bambino è aiutato nel suo sviluppo mentale quelle difficoltà possono ridursi e talora dissolversi in un lasso di tempo ragionevole, senza compromettere i primi, nevralgici apprendimenti.

L'analogia tra le due forme di dislessia citate è dovuta al fatto che la scrittura usuale e quella numerica si basano ciascuna su di un proprio alfabeto, anche se con diverse modalità di costruzione e di interpretazione degli allineamenti dei rispettivi segni. Quindi quanto detto a proposito degli automatismi ci consente di evidenziare un'altra analogia tra dislessia ordinaria e dislessia numerica. Infatti – come si è accennato – è essenziale il riconoscimento automatico dei segni alfabetici, di qualunque tipo essi siano; senza dover ricorrere continuamente ad analogie o ad associazioni di idee, pur assai utili, che però rendono la lettura difficoltosa.

L'incapacità – comune ai due tipi di dislessia – di riconoscere la grafia dei segni alfabetici, a volte dipende da una lesione della porzione posteriore di uno specifico lobo parietale dell'encefalo (“sindrome di Gerstmann”; cf. Ardilà e Rosselli in [1], pag. 180): quello sinistro per i destrimani e quello destro per i mancini. Questo tipo di lesione, che a volte rende difficile a un individuo anche il riconoscimento di alcune parti del proprio corpo, spesso è conseguenza di una degenerazione encefalica senile. Perciò quasi sempre siamo di fronte a forme di dislessia di ritorno. Ci sono poi inconvenienti dovuti ad altre lesioni cerebrali, come nel caso di ictus, che possono compromettere la possibilità di svolgere alcuni semplici calcoli. Invece, per un bambino in ingresso nella scuola primaria la difficoltà nel riconoscere la grafia dei segni alfabetici è dovuta quasi sempre – per fortuna – a problemi di carattere mnemonico, sui quali è certamente più facile intervenire.

Spesso le difficoltà di lettura – anche numerica – sono dovute a problemi di orientamento lineare. Va precisato che questo ha come elementi caratteristici una *linea* da percorrere e un *verso dominante* di percorrenza (detto anche *verso di riferimento*) tra i due possibili. Ma è chiaro che se manca la percezione della linea da percorrere – il che si verifica nella citata sindrome di Gerstmann, ma non solo – allora non ha senso parlare di *verso dominante* di percorrenza. Però in altre situa-

zioni, pur avendo coscienza di quel tipo di andamento orizzontale, può mancare – anche soltanto in parte – la predominanza costante di uno dei due sensi da percorrere – quello "verso destra" e, in contrapposizione, quello "verso sinistra" – che rendono completo l'orientamento.

Generalmente, tale problema – detto *difetto di lateralizzazione* – è dovuto a una inadeguata ripartizione delle funzioni corticali tra i due emisferi in cui è suddiviso il cervello di un individuo, che non consente a un emisfero di diventare dominante rispetto all'altro in riferimento ad alcuni tipi di abilità. In definitiva, tanto per dare un'idea, è come se all'ago di una bussola mancasse la punta, assimilabile all'emisfero cerebrale dominante. In tal caso l'ago consente di individuare la linea di collegamento tra i due poli Nord e Sud, ma non può far capire dove sia l'uno e dove sia l'altro.

Il difetto di lateralizzazione è uno di quelli che a volte tendono a risolversi con la crescita. La spia più evidente del suo avvenuto superamento è data dal cosiddetto "destrismo", che consiste nell'usare prevalentemente la mano destra, l'occhio destro (si pensi all'uso di una macchina fotografica o di un cannocchiale), la gamba destra, ecc. Ed è questo fatto che determina l'attivazione di una sorta di "freccia virtuale", che permette di distinguere stabilmente – nell'andamento destra/sinistra/destra – i due orientamenti contrapposti.

Quando i due emisferi cerebrali hanno funzioni invertite – come avviene per il 5% circa degli individui – si ha il cosiddetto "sinistritismo". Questa situazione normalmente non crea problemi; e per quanto riguarda il discernimento permanente dell'orientamento "verso destra" rispetto a quello "verso sinistra" non c'è alcunché di diverso. Diversa potrà essere la tendenza a spostarsi verso una parte, piuttosto che verso l'altra; ma ciò è una conferma della "permanenza" psicofisica dell'acquisita prevalenza di un determinato orientamento.

Se in un individuo il processo di differenziazione tra i due emisferi si realizza in maniera inadeguata, allora in lui possono insorgere fenomeni di dislessia e/o discalculia, dovuti al fatto che egli non è in grado di rispettare la "consegna" che nella letto/scrittura numerica e in quella ordinaria (almeno, nelle culture occidentali) impone di procedere da sinistra verso destra; anche se l'usuale *costruzione* dei numeri richiede che si proceda da destra verso sinistra, a partire dalle *unità*.

Perciò una seconda difficoltà, che può anche essere indipendente da quella legata al riconoscimento dei singoli segni alfabetici, riguarda il riuscire a comprendere e applicare le modalità in cui quei segni sono assemblati, sia sul versante aritmetico sia su quello della scrittura ordinaria. Questo perché di norma essi, non solo si dipanano lungo una linea orizzontale, ma lo fanno proprio in riferimento al già richiamato verso dominante di percorrenza su quella linea. Mancando quella dominanza si ha, per esempio, da una parte confusione tra “1324” e “4231”, e dall'altra tra “amor” e “roma”. Tuttavia, se il processo di lateralizzazione è carente solo in maniera lieve, allora il fatto che le parole generalmente abbiano un significato solo se le si legge in un verso – mentre nell'altro verso il significato non c'è – consente di superare momentanee difficoltà di riconoscimento delle stesse. Per cui, nel dubbio tra “casa” e “asac”, si sceglie la prima opzione.

Però è chiaro che il ricorso a questo espediente rende la lettura più difficoltosa e la rallenta. Comunque, il compito sarà presto agevolato dal fatto che le parole saranno inserite in un contesto significativo e familiare, in una frase facile da comprendere, anche se qualche parola che compare in essa è parzialmente oscura. In tal caso si verifica quel fenomeno tipico di ogni lettura, per cui si percepisce solo una parte del messaggio e lo si completa sulla base del contesto in cui esso è inserito. Questo discorso sarà approfondito nel prossimo paragrafo.

### **3. Alcuni aspetti della percezione**

A molti sarà capitato di leggere la parola “mare” – o qualcosa di simile – al termine di una pagina, e di vedere che quella successiva iniziava con “re”. In realtà, la prima pagina terminava con “ma”; però tra le tante parole più o meno note che iniziano con “ma”, il nostro cervello ci aveva fatto scegliere “mare”, che in quel momento meglio si inseriva nel contesto a cui lo scritto si riferiva.

Ed è proprio questo fenomeno, che va sotto il nome di “chiusura” – termine che forse è tratto dalla topologia, dove ha significato di *completamento* – che facilita una lettura più rapida, dovuta al fatto che essa sembra avvenire sia con piccoli salti di lettere in alcune parole, sia con piccoli salti di parole, in una sorta di *puzzle* grafico rappresen-

tato dalla nostra lettura, che ci fa individuare agevolmente le tessere del mosaico che via via si va componendo nella nostra mente.

La tendenza al completamento è legata a un atteggiamento che sembra essere di tipo globale, sincretico, di fronte a ciò che leggiamo, che – per ragioni di minor dispendio – cerchiamo di *catturare* nella sua interezza attraverso alcuni elementi peculiari che colpiscono più di altri la nostra osservazione (pur sapendo che le parole hanno una loro costituzione analitico/alfabetica). Onde siamo di fronte a una forma di unitarietà che in realtà è frutto di una sintesi che è innescata – in termini di chiusura – da quegli elementi caratteristici.

Quell'atteggiamento non riguarda soltanto la lettura, ma caratterizza il nostro modo più spontaneo di rapportarci col mondo che ci circonda. Il fatto è che il cervello organizza le informazioni raccolte dai sensi, dando loro un significato, confrontandole con le esperienze passate, anche in relazione al contesto in cui si inserisce il messaggio che abbiamo ricevuto.

L'importanza del contesto



Fig. 1



Fig. 2

Per esempio, si osservi Fig.1, in cui la parte centrale viene vista come una B se il nostro primo esame avviene verticalmente, e quindi in un contesto di tipo alfabetico; invece, se il primo esame avviene orizzontalmente, la parte centrale è vista come se fosse il numero 13.

Invece in Fig. 2, a seconda del proprio momentaneo atteggiamento mentale, si può vedere una persona calva oppure un topo.

Altri esempi interessanti di completamento li abbiamo nelle illustrazioni seguenti <sup>3</sup>, che si commentano da sole. Ma non possiamo sottacere che nella prima percepiamo un triangolo solo attraverso i suoi vertici evidenziati attraverso i tre cerchietti neri incompleti.

<sup>3</sup> Si pensi anche alle stelle dell'Orsa Maggiore e a quelle dell'Orsa Minore, che spesso vengono percepite come dei carri (Grande Carro e Piccolo Carro).



La predisposizione a una percezione unificante la si ritrova non solo negli adulti, ma anche nei bambini. Questi inizialmente non hanno altri strumenti di indagine, non avendo ancora affinato – seppure mai ci riusciranno – le abilità che favoriscono approcci di tipo analitico, nei quali i singoli elementi che costituiscono un'informazione hanno una importanza fondamentale; e trascurarne anche uno solo, o non avvertirne la mancanza, può portare a notevoli errori: si pensi a cosa succede quando scrivendo un numero si trascura lo “0”, o una qualsiasi altra cifra.

Già nella loro prima infanzia i bimbi sono naturalmente portati a esaminare il mondo che li circonda in modo globale (cioè, nel suo insieme, sincreticamente), donde la locuzione *percezione globale* o *sincretica*. La naturale inclinazione dei bambini verso la percezione globale – uno dei due pilastri fondamentali della conoscenza – ha indotto in alcuni studiosi l'equivoco secondo cui anche l'approccio alla lettura debba essere di tipo globale (*metodo globale*), presentando immediatamente ogni parola nella sua interezza, come se fosse un logo, un marchio. D'altro canto, la tendenza e la sollecitazione a una percezione di tipo globale, che in alcuni casi può essere utile, in altri è fonte di abbagli ed errori, in adulti e bambini.

In proposito voglio citare un caso emblematico, che riguarda Emilia – 5 anni e mezzo, molto sveglia – a cui avevo mostrato l'indice e il medio della mano sinistra. Alla mia domanda di quale numero si trattasse, ella rispose "tre". Avendo io ribattuto che si trattava del "due", la bimba precisò che lei il "due" lo indicava col pollice e l'indice.

In analogia al caso descritto, è come se noi vedessimo il disegno di una piazza romana, con un colonnato e una basilica priva della famosa cupola. Subito diremmo che si tratta di piazza S. Pietro. Ebbene,

Emilia si è comportata allo stesso modo. E' vero, la bimba aveva visto solo l'indice e il medio di una mano; ma ella era abituata a vederli nella rappresentazione del "tre"; perciò, anche se mancava il pollice (il "cupolone" della situazione!), secondo lei io avevo indicato il "tre".

L'episodio di Emilia fa capire quanto sia importante che i nostri bambini conquistino l'altro pilastro che presiede alla conoscenza: la percezione analitica, che è alla base della razionalità. La bambina non è stata aiutata a fare il percorso verso una percezione di tipo analitico, che un'attività didattica oculata può favorire. E questo si può e si deve fare già a partire dalla scuola dell'infanzia. Infatti, proprio perché i piccoli ancora non hanno fatto esperienze che li porteranno a costruirsi schemi mentali in cui quasi sempre finiranno per rinchiudersi, sarà meno difficile attivare didattiche efficaci per l'acquisizione di abilità analitiche; attraverso forme di *aritmetica concreta* – che ha nelle dita uno strumento formidabile – ma anche avviando i bambini per tempo all'affascinante mondo della letto/scrittura, con naturalezza e a piccoli passi, come fugacemente proporremo in seguito (pur consigliando di vedere [5]). Del resto, come Glen Doman ha evidenziato con la sua attività più che trentennale, bambini cerebrolesi possono essere avviati alla lettura già a tre anni (si veda [2]).

#### 4. Alcuni tipi di intervento in ambito aritmetico <sup>4</sup>

Si fa presente che, come per un bambino di pochi mesi lo strisciare prima e il gattonare poi sono importanti per la sua naturale evoluzione verso la posizione eretta e una deambulazione corretta, così l'uso delle dita è fondamentale nei primi approcci numerici, e consente di agevolare lo sviluppo delle cognizioni e delle abilità aritmetiche.

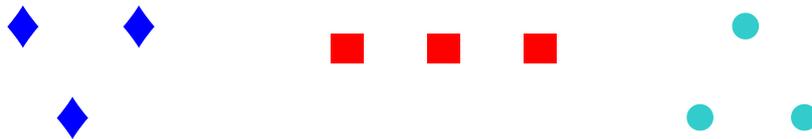
In fondo, si tratta di una sorta di attività psicomotoria, intesa come un intervento che [secondo una delle tante definizioni, n. d. r.] *mira a riorganizzare il giusto equilibrio tra le funzioni motorie, neuro-psicomotorie, affettive, cognitive e neuro-psicologiche, tramite l'utilizzazione privilegiata dell'attività motoria.*

---

<sup>4</sup> Diverse considerazioni riportate qui e nel successivo paragrafo dedicato all'aritmetica sono riprese da [4] (Lenzi).

L'uso delle dita in chiave aritmetica può partire – se non si vuole prima – almeno dai tre anni, quando il bambino incomincia a indicare la sua età con il pollice, l'indice e il medio di una mano. Però, al fine di evitare inconvenienti come quello evidenziato con Emilia, è essenziale far capire che per rappresentare il *due* o il *tre* (e la stessa cosa varrà per numeri più grandi) non importa quali dita si scelgano. Ciò che serve è che esse vengano contate fino a raggiungere il numero che interessa. In definitiva, dire tre anni e indicarlo con tre dita, non corrisponde soltanto all'uso di un contrassegno, come per un giocatore di carte che per mostrare al compagno che ha un *tre* si tocca un orecchio o si gratta il naso. Quelle dita esprimono una determinata quantità secondo un criterio analitico, in cui ciascun dito svolge un ruolo essenziale. Lo stesso ruolo che potrà essere svolto da cioccolatini oppure da caramelle o fiammiferi, eccetera.

Questo sarà il momento dell'*un-due-tre*. E l'alunno *vedrà* che il contare *tre* oggetti è indipendente da come questi siano scelti. E a poco a poco emergerà la consapevolezza del fatto che tre oggetti che siano visibili contemporaneamente, si percepiscono nella loro *trinitarietà* senza la necessità di contarli, come già avviene nel caso di due oggetti. Onde essi rimarranno in *tre* anche se li si allontana un po' l'uno dall'altro, però facendo in modo che rimangano percepibili con un solo colpo d'occhio.



Ciò porta alla presa di coscienza della conservazione della quantità *tre*. Il che è il primo passo verso l'acquisizione del Principio piagetiano di Conservazione delle Quantità discrete, che afferma che la quantità di un raggruppamento di oggetti non dipende dalla loro disposizione nello spazio (cf. [4], pag. 2).

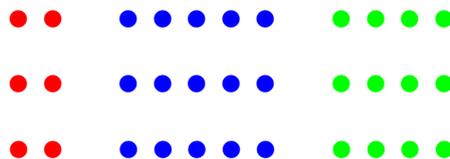
Una volta che il bambino sarà nel pieno possesso della nozione del *tre*, sarà pronto per il passo successivo, che consiste nell'aggiungere un oggetto a tre altri. Per poi contare: *uno, due, tre, quattro* (dita, o cioccolatini o fiammiferi ...). Perciò la quantità *quattro* sarà rappresentata con quattro dita aperte che – come si farà verificare – rimar-

ranno *quattro* a prescindere da come esse vengano contate. Naturalmente, la quantità *quattro* può essere rappresentata anche con *tre* dita di una mano e *un* dito dell'altra; e contando si ha ancora *quattro*, anche se le due mani vengono più o meno allontanate. Il che prelude alla nozione di conservazione della quantità *quattro*. Il passaggio dal *quattro* al *cinque* avverrà allo stesso modo. Perciò le dita aperte di una mano diverranno l'emblema della quantità *cinque*. Naturalmente, questo discorso prelude alla rappresentazione standard dei numeri da *uno* a *cinque* tramite le dita di una mano. Che si basa sul principio che, a ogni nuovo numero che viene scandito, si ha l'aggiunzione di un altro dito. Perciò, una volta che si sia rappresentato il *tre* con pollice, indice e medio, il quattro sarà rappresentato aggiungendo l'anulare; e non – come spesso si fa – con le dita che vanno dall'indice al mignolo.

Quanto detto prefigura la rappresentazione con *la linea dei numeri* (si veda sotto). Va tenuto presente che un numero posto sotto una pallina della linea dei numeri – oltre a denominarla, svolgendo un ruolo di coordinata per la stessa – ci dice anche quante palline rosse ci sono fino a quella, partendo da sinistra. Il che aiuta a capire perché per calcolare *cinque* più *tre* basta collocarsi sul **5** – che corrisponde a considerare le prime *cinque* palline rosse sulla linea dei numeri – per poi contarne altre tre verso destra, onde ci si fermerà sulla pallina **8**; il che corrisponde ad aver unito *cinque* palline con altre *tre* disgiunte dalle precedenti. Onde *otto* è il risultato di *cinque* più *tre*. A ogni buon conto si consiglia di partire col *più uno*, usando solo un'altra pallina. In ottica sottrazione, analogo processo sarà abbinato al *meno uno*.



Concludiamo questo paragrafo con un'illustrazione in cui mostriamo concretamente come realizzare il prodotto  $11 \times 3$ . E non solo ...



Infatti qui sopra abbiamo tre file di undici palline. Però su ciascuna fila è stata rappresentata la somma **2** (palline rosse) *più* **5** (palline blu) *più* **4** (palline verdi). Perciò nella precedente illustrazione vediamo pure che  $(2 + 5 + 4) \times 3 = (2 \times 3) + (5 \times 3) + (4 \times 3)$  [proprietà distributiva; il cui *possesso* è essenziale per la comprensione della procedura di calcolo della moltiplicazione tra numeri con più cifre].

### 5. Qualche tipo di intervento nell'ambito della letto/scrittura

Per quel che riguarda l'apprendimento della lettura, ci preme sottolineare che il *metodo globale* porta a fossilizzarsi su quella che in realtà è una fase prescolare da cui si può anche partire, ma come se fosse una pista di decollo da cui distaccarsi al più presto. Invece l'aspetto unitario della lettura di una parola va considerato, per ragioni di celerità, un punto di arrivo.

Ovviamente, le fasi dello sviluppo verso le abilità di lettura si intersecano con quelle della scrittura, che però richiede abilità più sottili, poiché l'attività grafica si svolge con un intervento attivo nella costruzione di una parola, di una frase o di un numero. Per esempio, nell'ambito della scrittura secondo il metodo posizionale del numero *tre-milaquindici*, occorre l'uso di "0", che nella scrittura per esteso non compare, onde l'alunno potrebbe essere indotto nell'errore di scrivere 3.15. Invece, se egli deve leggere 3.015, lo "0" se lo ritrova *gratis*. È chiaro che l'uso di un puntino dopo ogni tre cifre a partire da destra – anche se non è strettamente necessario – aiuta notevolmente, poiché l'alunno può vedere che in 3.15 c'è un errore di (orto)grafia numerica, che richiede che alla destra del *puntino* ci siano tre cifre.

Si è detto che nella lettura ordinaria un leggero difetto di lateralizzazione può essere in parte neutralizzato grazie al contesto in cui una parola è inserita. Ma ciò non vale nell'ambito della rappresentazione posizionale dei numeri. D'altro canto, in questo caso si determinano delle difficoltà che possono rivelarsi utili proprio per individuare quel tipo di difetto, che nella lettura ordinaria spesso risulta mascherato; onde viene spesso interpretato in maniera errata e visto come mancanza di predisposizione verso la matematica. Ma se si operassero degli interventi adeguati, molti problemi potrebbero risolversi.

Sul piano della letto/scrittura ordinaria un difetto di lateralizzazione comporta difficoltà anche nella distinzione tra “d” e “b” (come tra “q” e “p”), dato che nella prima lettera la gobba è rivolta a sinistra, mentre nella seconda è rivolta a destra. Ed è questo stesso tipo di difficoltà che a volte porta qualcuno a scrivere “N” con la linea obliqua che scende da destra verso sinistra.

Per i problemi di letto/scrittura legati alla memorizzazione delle lettere del nostro alfabeto, nei primi tempi ci si può limitare a usarne soltanto alcune, che – opportunamente scelte – sono sufficienti per far capire cosa significhi leggere e scrivere secondo il metodo alfabetico (cfr. [5]). Per l'avvio a questo metodo si può intanto far ricorso al gioco del “rallentatore”, che consiste nel compiere alcune azioni – per esempio, mangiare o camminare – molto lentamente. Quindi il gioco verrà trasferito – come spesso già si fa, ma in maniera estemporanea – ad alcune parole. Ciò a poco a poco permette di percepire i vari fonemi che le compongono. Per esempio, pronunciando al rallentatore le parole *ali*, *uva* e *sole*, si possono percepire otto lettere/fonemi.

Tali fonemi saranno meglio percepiti se le suddette parole saranno pronunciate nell'ordine in cui sono state presentate precedentemente; soprattutto per il fatto che le prime due hanno una sola consonante.



A L I  
a l i



U V A  
u v a



S O L E  
s o l e



Tali parole – attraverso le precedenti illustrazioni, da affiggere in classe e da consegnare agli alunni – consentiranno di acquisire in modo naturale la grafia delle lettere che le compongono, e quindi di scri-

vere e leggere tanti termini già noti, e altri ancora, come: avo, Eva, lava, Lea, lesa, leva, olio, sale, sola, ulivi, uso, vaso, vele, volo ... . In proposito può risultare utile l'uso contemporaneo dell'alfabeto muto.

Qui sopra inizio e fine di ogni parola sono rispettivamente di colore verde e di colore rosso, al fine di sollecitare l'acquisizione del corretto senso di percorrenza nella lettura. Allo stesso scopo sono presenti i pallini verde e rosso, nonché le frecce direzionali.

Per ovviare a problemi di letto/scrittura – ordinaria o numerica – legati a difetti di lateralizzazione, può essere d'aiuto mettere una molletta verde nella parte superiore sinistra e una rossa nella parte superiore destra della pagina, del quaderno o del libro su cui lo scolaro è impegnato; inoltre, è opportuno mettergli dei nastri o degli elastici fermacapelli colorati intorno ai polsi: verde a sinistra e rosso a destra.

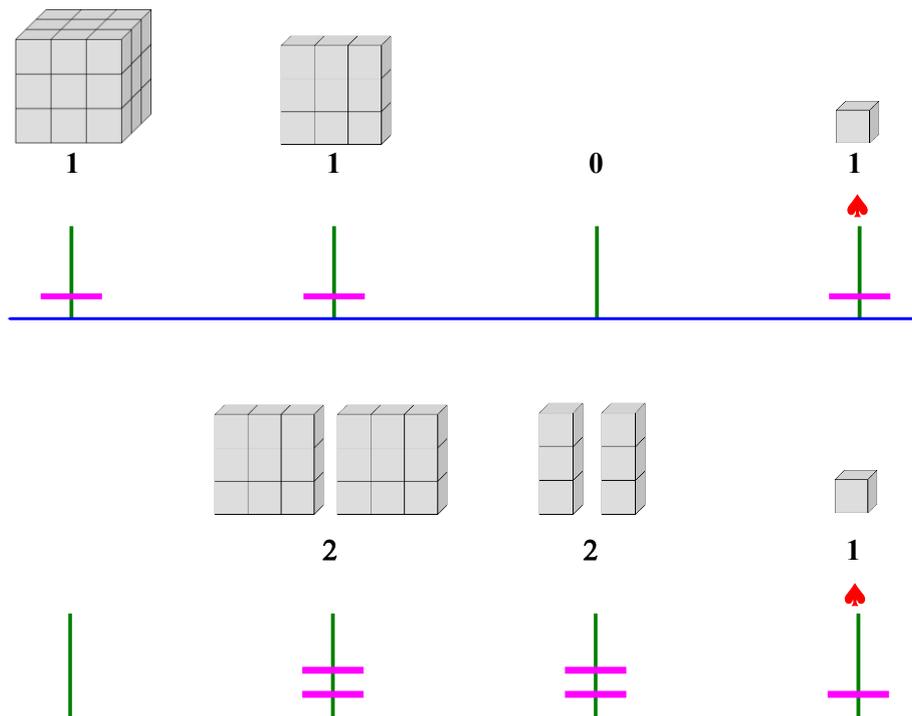
Per le ragioni espresse precedentemente, un aiuto alla scrittura ordinaria può essere fornito da quella eseguita in verticale, in cui un verso dominante di percorrenza è favorito dalla forza di gravità. Inoltre, efficacissimo è anche l'uso del computer. Infatti l'alunno che ha capito come i vari fonemi di una certa parola si susseguono, potrà battere via via sulla tastiera le lettere che corrispondono a quei fonemi. E sarà la stessa macchina che provvederà ad allineare da sinistra a destra le lettere sul monitor, mostrando poi quella parola in modo unitario.

#### 4. Altri interventi in ambito aritmetico

Per la scrittura dei numeri, di particolare efficacia sono i blocchi aritmetici multibase, i cosiddetti BAM: *cubetti*, *lunghi*, *piatti*, *cubi* (*blocchi* per antonomasia), *lunghi blocchi* ..., che nella classica base decimale diventano *unità*, *decine*, *centinaia*, eccetera (si veda [3]). Più sotto diamo due esempi di come siano stati assemblati – in *base tre* – rispettivamente *trentasette* e *venticinque* cubetti, che poi sono stati registrati sugli abaci sottostanti.

Lì il segno ♠ posto sulla prima asticella di destra, non è pleonastico. In realtà esso svolge un ruolo essenziale in presenza di un difetto di lateralizzazione. In vero in una prima fase, grazie a quel segno, la rappresentazione di un raggruppamento di cubetti sull'abaco si può ef-

fettuare senza focalizzare necessariamente la procedura sull'andamento da destra verso sinistra, bensì sul progressivo allontanamento dall'asticella contrassegnata con ♠. Superati i problemi di lateralizzazione, si collocherà l'abaco nella posizione standard, in modo che la registrazione risulti svolta da destra verso sinistra.



In questa fase si può già iniziare a *digerire* lo procedura di addizione di due numeri rappresentati posizionalmente. Infatti, riandando all'introduzione dell'addizione in termini di un(ificaz)ione di due aggregati di palline – che sarà già stata estesa ad aggregati di altro tipo, quali caramelle, palline ... e anche cubetti BAM – si vede subito che mettendo insieme i cubetti già assemblati in base *tre* e rappresentati sui due abaci, si ottengono complessivamente due cubetti, due lunghi, tre piatti e un blocco. I cubetti iniziali continuano ad essere tutti lì, anche se sono stati in parte accorpati. E continuano a essere tutti lì, anche se – per il gioco della base *tre* – i tre piatti vengono unificati in

un blocco. Perciò alla fine avremo **2** blocchi, **0** piatti, **2** lunghi, **2** cubetti; sinteticamente: **2022** (in base *tre*).

In seguito si potrà avviare facilmente i bambini alla comprensione dell'algoritmo della moltiplicazione, con moltiplicatore *due* o *tre* (cosa che in seguito sarà trasferito al caso decimale, con moltiplicatore a una cifra). Infatti, serve solo rendersi conto di cosa significhi riprodurre due o tre volte una quantità di oggetti. Ovviamente, basterà usare un solo abaco, dove sarà rappresentato il moltiplicando.

In particolare, se il moltiplicatore è tre, si tratta di considerare tre copie di ogni cubetto, quindi anche di ognuno dei pezzi in cui i vari cubetti sono già stati assemblati. Allora nel caso dell'assemblaggio dei venticinque cubetti, i due piatti si trasformano in due cubi, i due lunghi si trasformano in due piatti e l'unico cubetto in un lungo. Perciò dalla corrispondente registrazione sull'abaco emerge il risultato **2210**. E ci si potrà rendere conto – usando anche le basi due e quattro – che quando si moltiplica un numero per la base in cui esso è rappresentato, allora basta aggiungere “0” alla destra di quella rappresentazione.

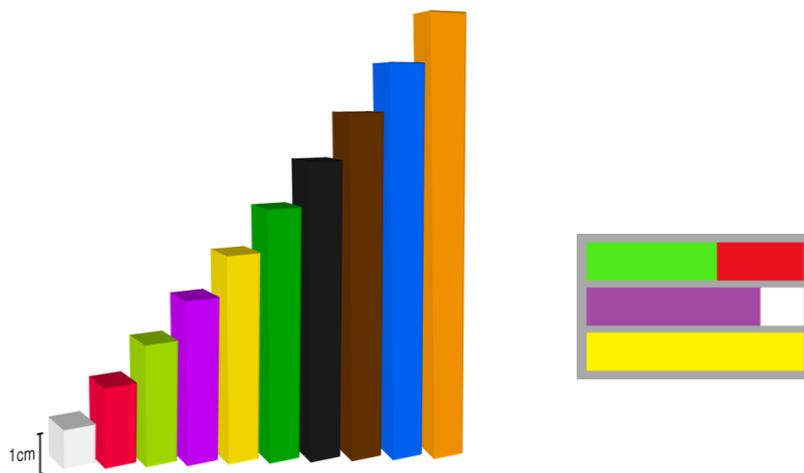
Poi gli scolari potranno essere avviati all'usuale scrittura delle cifre dieci facendo riferimento all'illustrazione riportata alla fine – dopo la Bibliografia – dove si può notare come ogni cifra sia accompagnata da una quantità di fiammiferi uguale al numero rappresentato da essa, collocati in modo da ricordare la forma di quella cifra. Si noti che nell'illustrazione i fiammiferi gialli sono sempre in quantità *cinque*. Inoltre, nella cifra *nove*, quattro fiammiferi bianchi sono collocati come nel *quattro*. Lo *zero* si rappresenta col segno **O**, che ricorda un piatto vuoto.

In fine, in un percorso didattico volto all'acquisizione in forma automatica delle *tabelline* dell'addizione e della sottrazione, si possono usare opportunamente dei listelli cartacei come quello situato qui sotto, nel quale possiamo immaginare di vedere le dita delle due mani.



Ovviamente, con la piegatura di un listello si realizzano due pezzi che – lo si mostrerà ai bambini – rappresentano due numeri complementari rispetto a dieci, che sono fondamentali rispetto a certi calcoli.

Fino alla quantità *quattro* si useranno dei quadrati bianchi. Invece nei listelli che rappresentano i numeri da cinque a dieci, saranno presenti sempre cinque quadrati gialli, affinché la componente additiva *cinque* sia subito percepita, come con una mano.



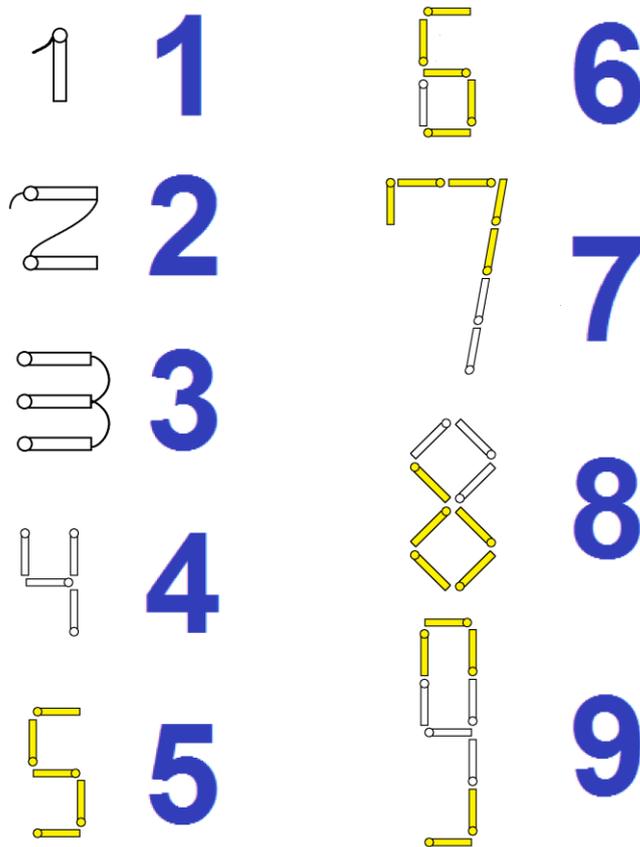
A nostro avviso i precedenti listelli cartacei sostituiscono egregiamente i dieci regoli colorati – li vediamo qui sopra – molto usati all'inizio della scuola primaria, i cui valori numerici possono presentare problemi di memorizzazione.

Forse sarebbe efficace limitarne l'uso ai primi cinque, anche perché i tre più piccoli sono facili da ricordare, dato che i loro colori corrispondono a quelli della bandiera italiana. Eppoi noi usiamo costantemente il colore giallo per rappresentare la quantità *cinque*. I primi cinque regoli possono anche essere utilizzati per evidenziare – come è mostrato sopra – la complementarità rispetto al *cinque*, per altro già percepibile tramite dita chiuse e dita aperte di una mano.

### Bibliografia

- [1] A. Ardilà A., M. Rosselli M. (2002) Acalculia and Dyscalculia, *Neuropsychology Review*, Vol. 12/4.
- [2] G. Doman (2007 rist.) Leggere a tre anni (i bambini possono, vogliono, devono leggere). Ed. Armando.

- [3] Lenzi D. (2011) Un uso appropriato e coordinato dei Blocchi Aritmetici Multibase e dell'Abaco, *Education 2.0*. [Andare su: <http://www.educationduepuntozero.it/>; poi, in fondo alla pagina, cliccare su “Visualizza tutti gli autori”, quindi nella pagina “Autori” cliccare su “L” ...]
- [4] Lenzi D. (2012) Verso la conquista del numero, *Education 2.0*. [Andare su: <http://www.educationduepuntozero.it/>; poi ... ]
- [5] Lenzi D. (2014) Percezione analitica: dalla scrittura alla lettura, *Education 2.0*. [Andare su: <http://www.educationduepuntozero.it/>; poi ... ]
- [6] Stella G., Grandi L. (2011). *La Dislessia e i DSA*, Giunti, Firenze.



## **Problem Based Learning**

Paola Cappola<sup>1</sup>

**Sunto** Nel presente lavoro propongo una disamina generale del Problem based learning come metodologia didattica centrata sull'allievo in cui un problema costituisce il punto di partenza del processo di apprendimento. Tale metodologia fornisce agli studenti le conoscenze adatte per risolvere problemi e presenta numerose e sostanziali differenze con la formazione tradizionale. In particolare analizzo gli aspetti teorici dell'apprendimento per problemi, tracciandone una storia e presentandone la struttura, chiarendo il ruolo del tutor nelle varie fasi del processo di apprendimento. Il metodo ha trovato vasta diffusione a partire dai primi anni '70 e numerose ricerche ne hanno confermato i vantaggi. L'efficacia del PBL è interpretabile e in base a principi di tipo costruttivista e di tipo cognitivista.

**Parole chiave** Metodologia didattica, problem-based learning, costruttivismo.

**Abstract** In this current work, I am proposing a general close examination of Problem Based Learning as a student centered educational method in which a problem constitutes the starting point of the learning process. Such a method provides students with the suitable knowledge for problem solving and presents numerous and significant differences compared to traditional education. In particular, I analyze the theoretic aspects of problem learning by tracing a history and presenting its structure, clarifying the role of the tutor in the various phases of the learning process. The method has found a wide diffusion since the beginning of the 70s and numerous studies have confirmed the advantages. The effectiveness of PBL is construable and is based on principles of constructivism and cognitivism.

**Keywords** Didactic methodology, constructivism, problem based learning.

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Scienze della Comunicazione, Università degli Studi di Teramo.  
E-mail paolacappola@virgilio.it

## 1. Introduzione

L'apprendimento basato sui problemi o PBL (acronimo di problem-based learning) è un metodo che, attraverso la presentazione a gruppi di studenti di problemi realistici ma incompleti, fa in modo, almeno si spera, che essi si attivino personalmente (se opportunamente stimolati) nella ricerca delle informazioni necessarie. Auspicabile che questo avvenga in modo collaborativo, così che essi possano discutere fra loro per risolvere il problema affrontato.

Secondo lo psicologo Schmidt "L'apprendimento basato sui problemi o problem-based learning (PBL) è una metodologia didattica che si dice fornisca agli studenti le conoscenze adatte per risolvere problemi. Tutto l'apprendimento, in un curriculum basato sui problemi, comincia con un problema. Un problema di solito descrive alcuni fenomeni o eventi che possono essere osservati nella vita quotidiana, ma può anche consistere nella descrizione di un argomento. Un problema, scritto da un gruppo di docenti, ha lo scopo di guidare gli studenti verso certi argomenti di studio teorico o pratico importante" (Schmidt, 1983). Lo scopo di questo lavoro è proporre l'uso di analogie di confronto tra le metodologie didattiche di apprendimento tradizionali e l'importanza della metodologia di PBL, possibilmente utilizzata come metodologia educativa sia di formazione sia di addestramento.

## 2. L'apprendimento per problemi (PBL)

Questo approccio metodologico nasce sul piano sperimentale negli anni '60, quando alla Mc Master University del Canada Howard Barrows<sup>2</sup> e Tamblyn<sup>3</sup> (1980) con il loro gruppo di ricerca constatarono la difficoltà degli studenti della facoltà di medicina nell'applicare le

---

<sup>2</sup> Howard Barrows (28 marzo 1928 - 25 marzo 2011) medico americano, è stato Professore Emerito presso la Southern Illinois University Scuola di Medicina.

<sup>3</sup> Robyn Tamblyn è professore presso il Dipartimento di Medicina e il Dipartimento di Epidemiologia e Biostatistica alla McGill University, Facoltà di Medicina.

## Problem Based Learning

nozioni scientifiche apprese a situazioni di pratica clinica. Pertanto, cominciarono a impostare i corsi di medicina simulando casi clinici reali, nella convinzione che, partendo dallo studio di casi concreti, gli studenti avrebbero integrato i contenuti disciplinari.

Dalla facoltà di medicina, gradualmente, questa metodologia è stata applicata all'interno di altri corsi universitari, nella scuola secondaria e nella scuola primaria.

Il modello di PBL che si intende prendere come riferimento si basa sui seguenti presupposti: l'apprendimento è centrato sullo studente e avviene in piccoli gruppi; i docenti svolgono il ruolo di guide o facilitatori; i problemi sono il dispositivo organizzativo, lo stimolo per l'apprendimento e il veicolo per l'acquisizione delle abilità di problem solving; lo studente sperimenta lo studio auto-diretto, uno dei metodi che facilita l'apprendimento di nuove conoscenze.

Il PBL, pertanto, si differenzia dallo studio dei casi, dalla lezione euristica e dall'apprendimento cooperativo e si distingue per le sue specificità: il ruolo del docente e del tutor, il problema, la procedura dei sette salti, il piccolo gruppo e un determinato setting formativo.

Henke Schmidt (1993), in un articolo sulla rivista *Medical Education*, ritiene che l'apprendimento per problemi si rifaccia ai fondamenti teorici dell'apprendimento cognitivo. Infatti, egli sostiene che grazie al metodo del PBL, i discenti, in un primo momento, sono allenati a trattare il problema senza conoscere la letteratura al riguardo, ma semplicemente attivando le conoscenze pregresse disponibili. Queste, unitamente al confronto e allo scambio generati all'interno del gruppo di lavoro, portano ad un arricchimento delle strutture cognitive dei partecipanti, favorendo il nascere di una curiosità epistemica che muove gli studenti ad attivarsi nella ricerca di una possibile soluzione al problema posto.

Il PBL, infatti, stravolge il normale modo di apprendere e al contrario dell'apprendimento centrato sui contenuti proposti dal docente, fa del problema il punto di inizio del processo di apprendimento. "il problema presentato dal facilitatore al piccolo gruppo di allievi, deve essere un problema "autentico" simile al problema che gli allievi potrebbero realmente affrontare in futuro, devono esserci diverse soluzioni possibili e diversi modi di arrivare a

tali soluzioni e gli allievi non devono essere già in grado di risolverlo”( F. Landriscina, 2005)<sup>4</sup>.

I problemi per il ruolo centrale svolto all'interno del PBL, devono essere formulati nel modo più concreto possibile e presentare un grado di complessità adatto alle caratteristiche e alle conoscenze pregresse degli studenti.

La qualità dei problemi influenza la qualità dei processi del piccolo gruppo e, di conseguenza, il raggiungimento degli obiettivi da parte degli studenti.

Altri elementi innovativi introdotti ed utilizzati nel PBL sono il mutamento dei ruoli dell'insegnante e dello studente, che in esso assumono una forma del tutto diversa da quella prevista dalla didattica tradizionale. La trasformazione radicale del processo di insegnamento-apprendimento implica, infatti, anche un cambiamento del profilo stesso del docente che all'interno del PBL, assume il ruolo di facilitatore dell'apprendimento. Un modello di docente tutor, non più esperto solo dei “contenuti”, ma dei “processi”, il quale, valutando i bisogni formativi le emozioni che stanno alla base dello sviluppo dell'apprendimento, è in grado sia di progettare che di gestire i processi. Un docente tutor, quindi, che sia in grado di sostenere gli studenti nel “passaggio” dall'acquisizione di conoscenze alla padronanza di competenze-cognitive ed emotive- idonee a “leggere ed interpretare il processo di formazione alla luce dell'esperienza di apprendimento in atto” (De Serio in Lotti, 2007, p. 84).

Come sostengono Savery e Duffy (2001), i benefici del PBL sono da ascrivere principalmente al fatto che i discendenti hanno l'occasione di sviluppare ed applicare sia il pensiero critico che il pensiero creativo, ed hanno inoltre l'opportunità di controllare tutto il processo conoscitivo, giungendo alla risoluzione del problema attraverso un lavoro di riflessione, confronto e rielaborazione di gruppo sui contenuti appresi e sul processo di apprendimento.

Con la metodologia del PBL, infatti, il discente, posto al centro del processo di conoscenza, è lasciato libero di scegliere quali obiettivi di studio perseguire di essere il responsabile del processo di

---

<sup>4</sup> Professore presso L'Università degli Studi di Trieste, Dipartimento di Studi Umanistici.

apprendimento e di identificare, durante una discussione di gruppo, quali siano gli argomenti che deve studiare per risolvere il problema e quali siano le risorse necessarie e le fonti da consultare per trovare le informazioni di cui ha bisogno.

Gli allievi imparano a procurarsi le “informazioni” necessarie, a confrontarle e vagliarle criticamente, a filtrarle e a decodificarle, al fine di comprendere anche i punti di vista e le finalità sottostanti. In tal modo la metodologia del PBL, fondata sulla possibilità di co-costruire le conoscenze all’interno del piccolo gruppo, sposa in pieno la matrice costruttivista e sociale dell’apprendimento e, più in generale, della conoscenza, che fa del soggetto un agente epistemico che co-costruisce conoscenza attraverso l’interazione con il mondo circostante e con l’altro.

Proprio attraverso la discussione e il confronto, il PBL permette allo studente di sviluppare le abilità di lavorare in gruppo e, attraverso il ragionamento critico, promuove simultaneamente capacità di problem solving e competenze disciplinari, integrando le conoscenze di base e generando così nuovi bisogni di apprendimento.

In questi elementi si riconoscono alcuni principi fondamentali dell’approccio costruttivista.

### **3. Il costruttivismo**

Il Costruttivismo nasce intorno agli anni '50, è un approccio teorico fondato sulla comprensione della struttura e della dinamica del sistema di significati soggettivi dell'altro. L'iniziatore del costruttivismo può essere considerato lo psicologo statunitense George Kelly, e oltre a lui possono essere considerati padri “moderni” del costruttivismo George Herbert Mead, Jean Piaget, Humberto Maturana, Ernst von Glasersfeld, Francisco Varela, Heinz von Foerster, Niklas Luhmann, Paul Watzlawick e Lev Vygotskij.

L’approccio costruttivista supera i precedenti paradigmi comportamentista e cognitivista, centrati sul ruolo dell’insegnante come trasmettitore di conoscenze attraverso un percorso sequenziale-

curricolare di acquisizione ed elaborazione di informazioni, “oggettivamente” verificabili.

Il costruttivismo concepisce invece la conoscenza come “complessa, multipla, particolare, soggettivista, negoziata e condivisa, rappresentata “da” e “attraverso” persone situate in una particolare cultura e società, in un determinato momento temporale, nell’interazione di un certo numero di giochi linguistici” (Varisco 1995).

Una conoscenza centrata sulla “costruzione di significato”<sup>5</sup>, socialmente, storicamente e temporalmente contestualizzata, prodotto della costruzione attiva del soggetto attraverso forme di collaborazione e negoziazione sociale.

Una costruzione della conoscenza che “è, tra l’altro, un processo interattivo in cui le persone imparano l’una dall’altra, e non solo attraverso il narrare e il mostrare, è nella natura delle culture umane formare comunità in cui l’apprendimento è frutto di uno scambio reciproco” (Bruner 1997).

Se l’acquisizione della conoscenza avviene attraverso traiettorie e percorsi multipli fra loro interagenti, determinati dalle diverse comunità sociali a cui apparteniamo, ciò significa che non ci troviamo di fronte studenti privi di idee. Al contrario, essi sviluppano precocemente “teorie proprie” sulla realtà, micro teorie utilizzate come cornici interpretative, come paradigmi validi fin quando non vengono smentiti; modelli mentali anche fortemente strutturati che tendono a modificarsi a fatica, facendo persistere errori e incomprensioni.

L’apprendimento, allora, va considerato come un processo di modifica e ristrutturazione di questi schemi rappresentativi, un progressivo adeguamento delle strutture cognitive che si rilevano inadeguate alle nuove situazioni che si presentano.

Compito del docente, quindi, è quello di accertare le preconcezioni spontanee degli alunni, farne emergere l’eventuale inadeguatezza, per cercare di ristabilire l’equilibrio mediante ipotesi e tentativi, fino ad

---

<sup>5</sup> Wenger (1998) sottolinea come il “significato” sia sempre negoziato all’interno di “comunità di pratica”, mediante processi di partecipazione e reificazione cioè di oggettivizzazione di concetti astratti.

## Problem Based Learning

elaborare una nuova struttura interpretativa coerente e più vicina a quella socialmente condivisa.

Una didattica costruttivista deve essere caratterizzata dalla costruzione e non dalla riproduzione di conoscenza, una costruzione inevitabilmente caratterizzata dallo stile cognitivo e dal tipo di intelligenza prevalente del discente (cfr Gardner 1994). Una didattica che non deve semplificare ma rendere visibile la complessità della realtà e le sue rappresentazioni, sviluppando situazioni di apprendimento basate su casi concreti. Un percorso rinforzato e riqualificato da processi di apprendimento collaborativo e da attenzioni riflessive e metacognitive.

Sintetizziamo di seguito i principi sui quali si fonda la didattica costruttivista. A tal proposito ricordiamo David Merrill<sup>6</sup> con i First Principles of Instruction. Secondo Merrill, facilitare l'apprendimento significa intervenire sui seguenti elementi:

**Definizione** del problema

**Attivazione** delle preconcenze

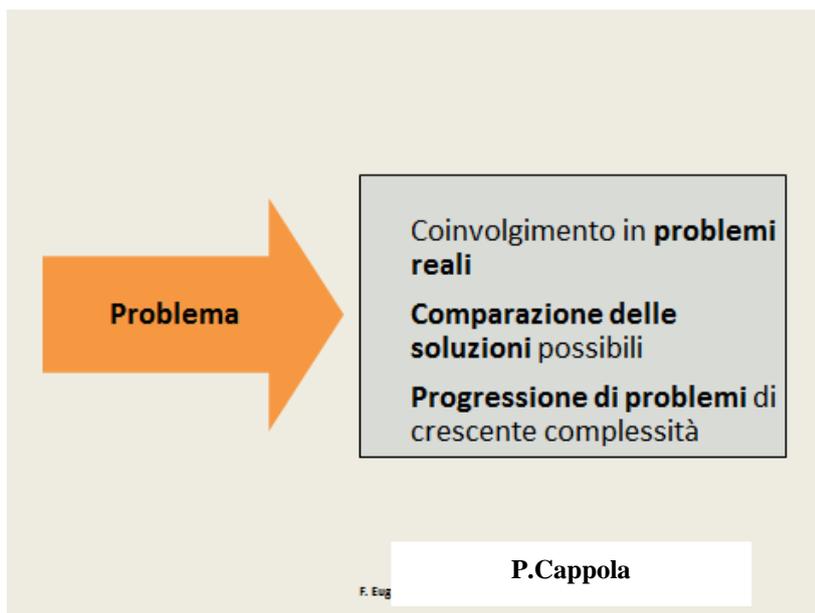
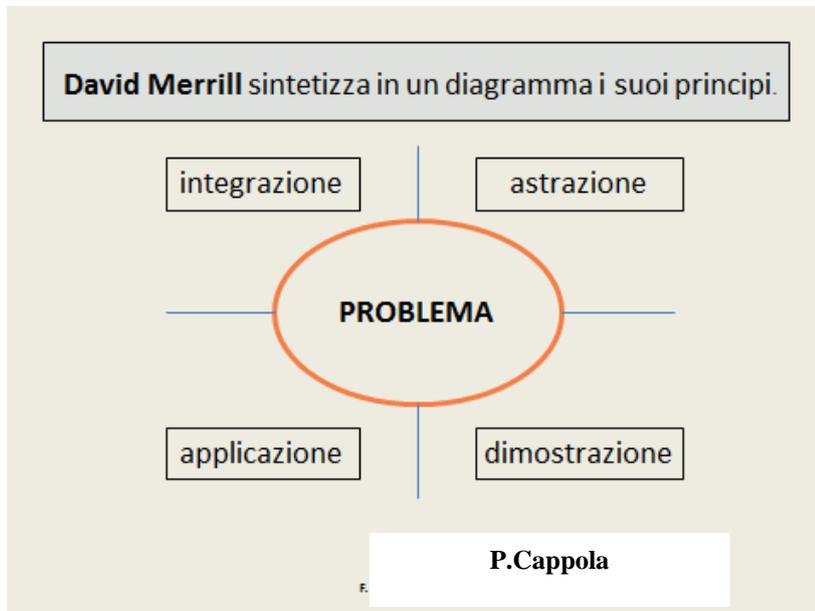
**Dimostrazione**

**Applicazione**

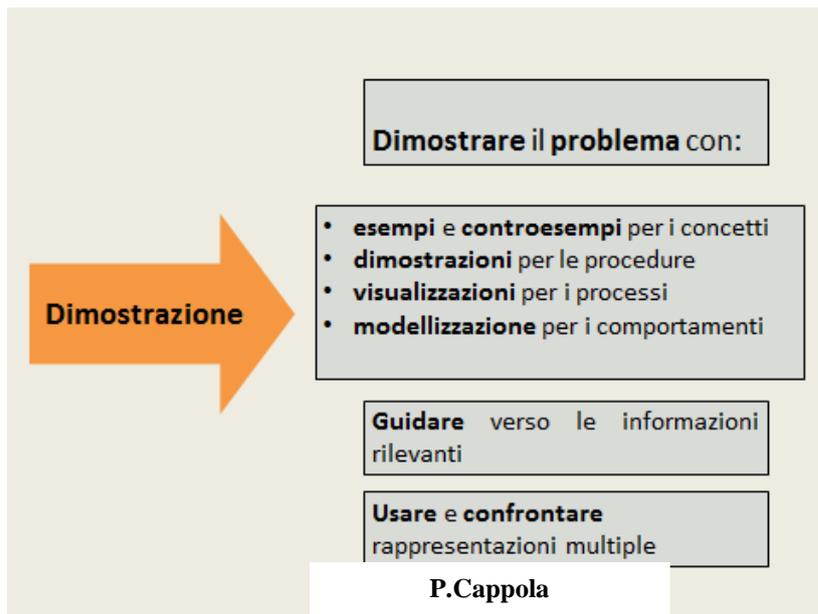
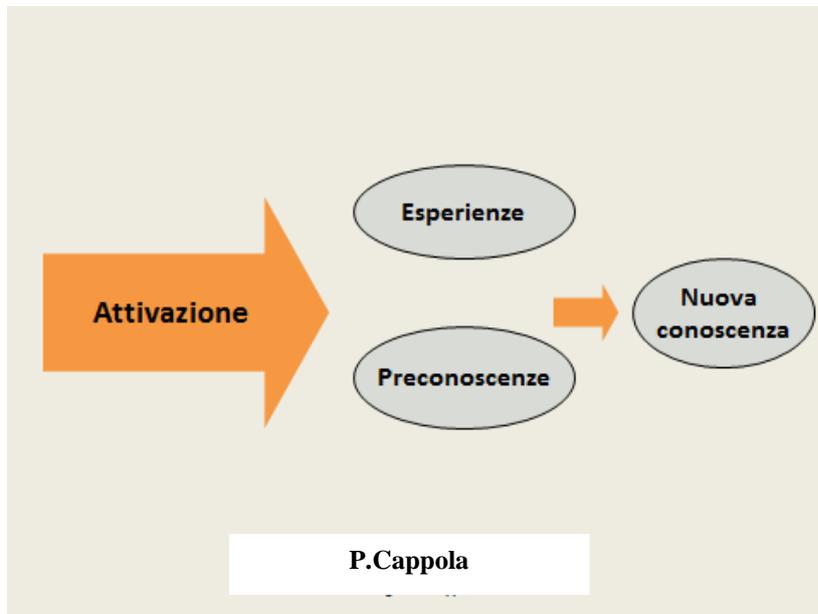
**Integrazione**

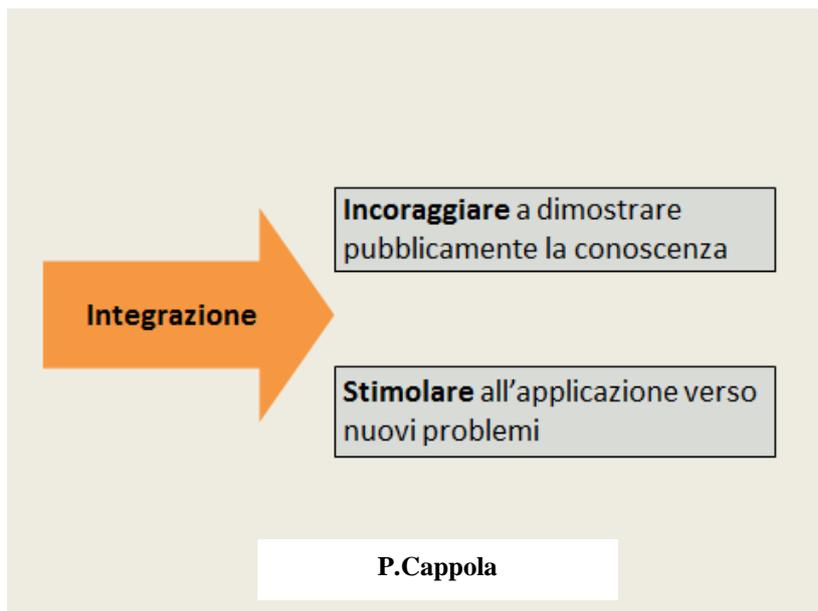
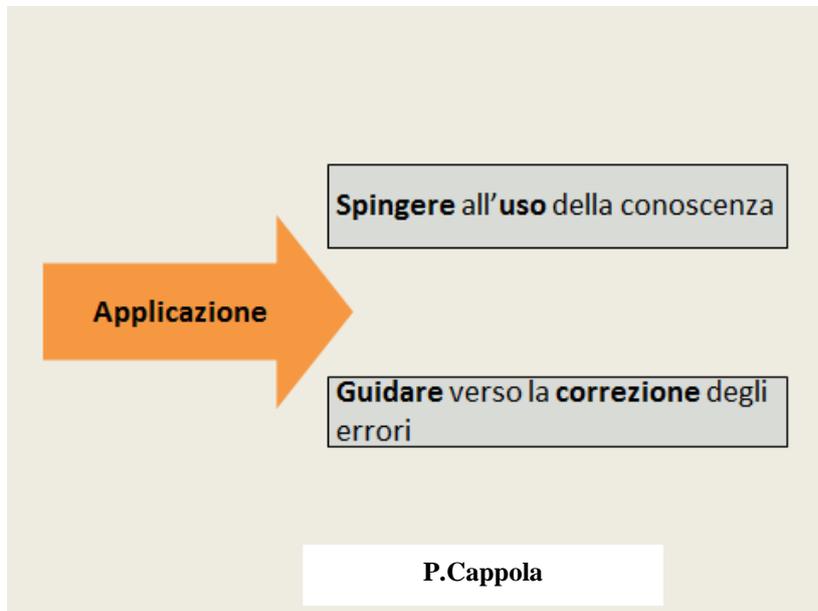
---

<sup>6</sup> Professore presso Utah State University.



## Problem Based Learning





## 4. Origini del metodo

L'apprendimento per risoluzione di problemi condotto da un tutor che pone domande ha una lunga storia: fu usato da Socrate nel 400 a.C. il quale poneva domande ai suoi allievi e ai suoi interlocutori, come nel famoso dialogo " Menone", riportato da Platone, in cui leggiamo che il grande filosofo ateniese, interrogando uno schiavo e utilizzando il metodo induttivo, arriva a fargli scoprire il teorema di Pitagora. Lo schiavo riesce a dimostrare il teorema perché, grazie alle domande di Socrate, riaffiorano nella sua mente le nozioni inconsapevolmente acquisite prima della nascita (teoria della reminiscenza).

Secondo Platone, come già era per Socrate, l'anima è la parte più importante dell'uomo, dotata di personalità intellettuale e morale. Per spiegare come essa entra a conoscenza delle idee, riprende la dottrina della reincarnazione e spiega, attraverso un mito, che prima della nascita le nostre anime esistevano nel mondo ideale, nel quale potevano contemplare le idee perfette e immutabili, poi l'anima, costretta ad incarnarsi in un corpo, è caduta nell'oblio, stordita da questa violenza ma, se opportunamente guidata, è capace di ricordare e ritornare gradualmente allo stato di sapienza e intelligenza prenatale.

L'anima ricorda attraverso il processo di reminiscenza o anamnesi e l'esperienza sensibile funge da stimolo per far riaffiorare il ricordo.

Nel dialogo "Menone" la teoria della reminiscenza è dimostrata attraverso l'esperimento didattico appena descritto. Socrate fa ricordare che la filosofia è dialogo e ricerca ma solo i colti sollecitano l'anima al ricordo.

Inoltre la didattica per problemi è stata teorizzata da J. Dewey che, all'inizio del ventesimo secolo, insisteva sul fatto che le conoscenze non si trasferiscono direttamente e che l'apprendimento richiede una partecipazione attiva da parte di coloro che imparano. Su tali basi, fu possibile sviluppare un approccio pedagogico che poneva problemi come quelli che possono essere incontrati nella vita reale, quale punto di partenza da cui realizzare l'apprendimento. Dewey riteneva peraltro importante anche lo sviluppo della capacità di apprendimento autonomo degli alunni.

Più recentemente, a partire dalla metà degli anni '60, l'università Mc Master in Ontario sviluppò un percorso di formazione che utilizzava situazioni-problema per permettere l'integrazione dalle scienze fondamentali alle scienze cliniche.

## **5. Le caratteristiche dell'apprendimento basato sui problemi**

Il PBL, come già detto sopra, ha delle caratteristiche ben precise che lo differenziano dallo studio dei casi, dalla lezione euristica e dall'apprendimento cooperativo: il ruolo del docente e del tutor, il problema, la procedura dei 7 salti, il piccolo gruppo e un determinato setting formativo.

### ➤ **Il ruolo del docente e del tutor**

Il ruolo del docente non è più quello di trasmettitore di conoscenze ma di facilitatore di apprendimento. Egli svolge essenzialmente 4 funzioni:

#### Il tutor metacognitivo del gruppo

Il tutor è colui che conduce il gruppo di studenti per tutta la durata del modulo o blocco didattico. Egli presidia il processo dei Sette salti ponendo domande apposite e svolge un ruolo meta-cognitivo, chiede agli studenti di esplicitare a voce alta i processi cognitivi che stanno elaborando e si preoccupa del buon funzionamento del gruppo. Sono in atto ricerche che valutano le differenze sull'apprendimento degli studenti variando la conduzione con tutor esperto o non esperto dei contenuti, docente o studente anziano.

#### Il pianificatore del modulo

Il docente partecipa ai gruppi di pianificazione dei moduli didattici fissando gli obiettivi irrinunciabili della sua disciplina per il raggiungimento degli obiettivi del modulo.

Contribuisce alla costruzione o alla scelta dei problemi da sottoporre agli studenti, comunica l'elenco delle risorse bibliografiche necessarie per lo studio indipendente degli studenti affinché siano disponibili in biblioteca o sui siti. Contribuisce alla pianificazione e gestione di laboratori didattici connessi con obiettivi specifici, di

solito pratici o relazionali, da realizzare in modo integrato con partenza dal problema.

Il valutatore

Il docente contribuisce a preparare le prove di valutazione di fine modulo per una valutazione oggettiva degli studenti.

L'esperto dei contenuti disciplinari

Il docente tiene alcune lezioni su temi chiave al Modulo e partecipa agli incontri di chiarificazione con gli studenti quando, alla fine della discussione del secondo incontro necessitano di chiarimenti ulteriori. In questo modo il docente si trova a rispondere a domande poste da studenti preparati e motivati.

➤ **Il problema**

Il problema è di solito una descrizione neutrale di un evento o di un set di fenomeni che necessitano di spiegazione in termini di processi, principi o meccanismi sottostanti; conduce a una attività di problem-solving; è formulato nel modo più concreto possibile e presenta un grado di complessità adattato alle conoscenze pregresse degli studenti.

Il problema è di solito presentato agli studenti in forma scritta e può presentarsi come storia, illustrazione, grafico, caso.

I problemi possono essere classificati in varie tassonomie (Schmidt H. & Moust J.. 1999; Dolmans et al., 2000; Martini, 2004). in base alle conoscenze previste dai docenti come obiettivi dell'apprendimento. Partendo da una distinzione proposta da Karl Popper tra conoscenze di dominio pubblico e conoscenze personali, vengono definiti quattro tipi di conoscenze (esplicative, descrittive, procedurali e normative) e conseguentemente quattro tipi di problemi (problemi esplicativi, problemi per la ricerca di evidenze, problemi di strategia e problemi morali o dilemmi)

➤ **Il gruppo di studenti**

I gruppi di solito sono composti da 6-8 studenti i quali partecipano attivamente alla discussione del problema sotto la guida del tutor, fanno un brainstorming iniziale, formulano ipotesi esplicative, individuano gli argomenti di studio, studiano in modo indipendente su testi di loro scelta o consigliati dai docenti in una specifica lista bibliografica, sintetizzano successivamente ai colleghi e valutano il processo di gruppo. La partecipazione attiva degli studenti in tutte le

fasi del processo colloca il PBL tra le metodologie centrate sull'apprendimento.

➤ **I sette salti**

Il tutor svolge un ruolo di facilitatore e dopo aver presentato il problema, scelto di solito dal corpo docente, li guida secondo la procedura dei "Sette salti"(vedi tabella 1)

Sette salti

Salto 1 chiarificare i termini

Salto 2 definire il problema

Salto 3 formulare ipotesi esplicative

Salto 4: schematizzare le ipotesi e metterle in ordine di priorità

Salto 5 individuare gli argomenti di studio

Salto 6 studio indipendente

Salto 7. Sintetizzare le informazioni acquisite

La procedura dei "Sette salti" riprende quella iniziale di Barrows & Tamblyn che prevede che nell'esperienza di apprendimento per prima cosa si incontra il problema, senza che nessuna preparazione o studio siano avvenuti precedentemente; la situazione problematica è presentata allo studente nello stesso modo in cui si presenta nella realtà; lo studente lavora con il problema in un modo che gli permette di ragionare, sfidare e valutare le sue conoscenze ; vengono identificate le aree di apprendimento necessarie per poter procedere nel lavoro e che fungono da guida per lo studio individualizzato; le abilità e le conoscenze acquisite in questo studio sono applicate al problema per valutare l'efficacia dell'apprendimento e rinforzare lo stesso; l'apprendimento che è avvenuto lavorando con il problema e nello studio individualizzato viene sintetizzato e integrato nelle conoscenze e nelle abilità già possedute dallo studente.

Per ogni salto il tutor pone delle domande specifiche per permettere di avanzare correttamente.

I sette salti sono stati modificati in alcuni contesti educativi per dare maggiore spazio, subito dopo la chiarificazione dei termini, alla libera associazione delle domande che sorgono spontanee nella testa degli studenti.

Nel primo incontro, della durata di circa un paio d'ore, si apre il problema e si procede dal salto 1 al salto 5. Successivamente vi è il tempo per lo studio indipendente in biblioteca o sui testi per un periodo che può variare, secondo l'organizzazione curriculare, tra tre e sette giorni. Il secondo incontro, per sintetizzare le informazioni raccolte grazie allo studio indipendente, necessita di circa un'altra sessione di un'ora o poco più.

➤ **Il setting formativo**

Viene dedicato un ambiente per l'apprendimento che comprenda tante aule piccole per l'incontro dei singoli gruppi di studenti, una biblioteca molto fornita aperta per molte ore, una sala di consultazione informatica, una serie di laboratori didattici per simulazioni e giochi di ruolo dove poter svolgere le attività integrate

## **6. Il PBL come strumento di orientamento**

Nel corso degli anni, gli studi condotti sul PBL hanno rilevato la sua efficacia formativa nella riorganizzazione didattica dei curricula scolastici ed universitari mentre, fino ad oggi, non è stata ancora sperimentata una possibile applicazione della suddetta metodologia nelle attività di orientamento anche nelle sedi di formazione informale e non formale (per esempio nelle agenzie territoriali, pubbliche e private, che svolgono funzioni orientative).

Invero, come alcuni autori hanno fatto notare, l'apprendimento per problemi si può configurare come una metodologia "con funzione orientativa" dal momento che la capacità di saper prendere decisioni è una abilità formativa che va appresa e in quanto tale, va insegnata attraverso strategie di simulazione didattica.

Dunque, considerando che, da una parte, l'orientamento è un processo volto alla costruzione di competenze decisionali (indispensabili per saper direzionare in modo consapevole e responsabile il proprio percorso professionale ed esistenziale) e che, d'altra parte, il PBL è una metodologia didattica che consente al soggetto di imparare ad analizzare e risolvere problemi e dunque a rafforzare le proprie capacità decisionali, ne consegue che

l'applicazione di tale metodo potrebbe risultare particolarmente efficace e produttivo in tutte quelle situazioni (formali, informali e non formali) nelle quali è possibile progettare e realizzare interventi orientativi. La valenza orientativa di questa metodologia, infatti, deriverebbe in particolare dal fatto che essa favorisce l'acquisizione di competenze strategiche utili nel sapersi orientare. Il PBL, allenando lo studente ad esercitare questo tipo di competenze permette la risoluzione dei problemi di apprendimento e stimola l'acquisizione di un insieme di comportamenti e competenze con il saper:

- definire un problema attraverso l'utilizzo delle informazioni che si hanno a disposizione;
- ricercare informazioni utili per la soluzione dei problemi, sperimentando una forma di apprendimento collaborativo;
- valutare in modo critico le informazioni a disposizione;
- ascoltare, chiedere chiarimenti, scambiarsi informazioni;
- risolvere i problemi;
- prendere decisioni;
- problematizzare, ricercare ed approfondire la conoscenza, attraverso la formulazione e l'argomentazione delle proprie ipotesi;
- pianificare gli obiettivi e gestire i tempi di apprendimento;
- pianificare le varie fasi di un lavoro;
- costruire i modelli;
- lavorare in gruppo,
- esprimersi in modo corretto;
- utilizzare tecniche di ascolto attivo.

Inoltre, il PBL motiva all'apprendimento lifelong, abituando lo studente a mettere in discussione il proprio bagaglio conoscitivo monitorandolo, valutandolo costantemente ed evidenziandone via via i limiti e le parzialità ma, al contempo, definendo le possibili integrazioni, le opportune revisioni, i necessari aggiornamenti.

Attraverso la procedura dei sette salti, infatti, lo studente affronta il problema senza alcuna preparazione preliminare; approfondisce ed individua gli aspetti problematici a partire dai semplici ragionamenti basati sulle proprie conoscenze; giunge ad identificare gli elementi critici, a formulare e ordinare le ipotesi di soluzione, secondo livelli di priorità; circoscrivere le aree di apprendimento dello studio

## Problem Based Learning

individualizzato per poter procedere nella risoluzione del problema, mette in atto le abilità e le conoscenze acquisite durante la fase di studio per raggiungere l'obiettivo; sintetizza le informazioni acquisite e l'apprendimento generato, integrandoli con le conoscenze e le abilità già possedute.

Il discente, quindi, proprio attraverso una didattica basata sul PBL, può acquisire un certo grado di expertise nella risoluzione dei problemi nel momento in cui riesce a sfruttare al massimo le sue personali competenze nel saper prendere decisioni, al fine di massimizzare le prestazioni. Pertanto, all'interno delle dinamiche di gruppo del PBL si possono capitalizzare ulteriori abilità chiave come:

- saper comunicare e lavorare in gruppo;
- saper assumere la responsabilità delle proprie scelte;
- saper risolvere in maniera originale problemi concreti;
- saper riflettere, analizzare e correggere le proprie azioni.

In particolare, attraverso la discussione del gruppo, il PBL contribuisce a destrutturare e a ridefinire le ipotesi non adeguatamente fondate e a sollecitarne l'argomentazione critica, configurandosi così come strumento finalizzato alla formazione di un "pensiero critico", indispensabile per sapersi "orientare" all'interno di una società sempre più complessa.

"Ecco perché il momento più importante di un orientamento formativo come educazione alle scelte, alla consapevolezza e alla critica del sapere, passa per la formazione culturale, la quale ha lo scopo di consegnare gli strumenti di base per l'esercizio autonomo del pensiero. Prima di esercitare un pensiero critico, devo essere in grado di esercitare un pensiero e l'esercizio di esso si fonda sulla conoscenza della lingua e dei linguaggi che lo sostanziano: a un linguaggio povero corrisponde un pensiero povero, se non riesco a raccontarmi (identità) in maniera complessa, anche l'idea di me stesso non sarà tale [.....]. Insegnare a orientare se stesso nel mondo è l'esito finale di un processo educativo che parte dall'insegnare a parlare e a pensare [...]". (Lo Presti, 2009, pp. 81-82).

La capacità di vedere più strade e di ipotizzare più vie d'uscita rispetto a un problema è legato alla capacità di immagazzinarle/rappresentarle. Pertanto l'elemento focale non è dato

dall'unicità e dalla “certezza” della strada da perseguire, ma dalla possibilità di saper vagliare più ipotesi, prefigurare più alternative, in relazione al contesto e al momento. Nell'orientamento formativo- anche grazie all'utilizzazione di metodologie didattiche innovative come il PBL- l'individuo interiorizza gli elementi e gli strumenti della sua cultura, giungendo ad elaborare una costruzione critica e personale, più raffinata, della cultura in cui vive.

## **7. Implicazioni positive e criticità riscontrabili**

Ammettendo che sussistano delle condizioni favorevoli all'introduzione di metodologie PBL nella scuola, resta ancora da vedere se e in che misura questo approccio può produrre ricadute effettive. In quasi tutta la letteratura si riscontrano implicazioni positive dell'approccio Problem Based learning.

La ricerca sperimentale ha provato a verificare più analiticamente se si potessero riscontrare differenze nell'apprendimento da parte di studenti impegnati in attività tradizionali rispetto ad altri coinvolti in attività orientate al PBL, e in quali condizioni fossero eventualmente riscontrabili. Si è cercato prima di tutto di capire se, in generale, gli studenti impegnati in attività PBL ottenessero risultati migliori rispetto a quelli che continuavano a studiare in ambienti di apprendimento tradizionali. Sono emerse delle “evidenze empiriche”. La prima riguarda le differenze tra studenti con specifiche caratteristiche: gli studenti con limitate abilità verbali e comunicative ottengono risultati significativamente migliori in percorsi fondati sull'approccio PBL rispetto a studenti con pari abilità iniziali di quel tipo impegnati in percorsi tradizionali. Questo avvalorerebbe, almeno indirettamente, l'ipotesi che l'approccio PBL possa essere applicabile con successo soprattutto in contesti in cui è necessario personalizzare il percorso per recuperare studenti in difficoltà e/o esaltare i diversi stili cognitivi (Hmelo-Silver, 2004). La seconda evidenza riguarda invece le differenze di performance riscontrate in classi PBL e classi tradizionali a parità di interesse iniziale per la materia, l'argomento o il campo disciplinare da parte degli studenti: anche in questo caso i

## Problem Based Learning

risultati ottenuti dagli studenti impegnati in attività di problem solving risultano sensibilmente migliori, anche se questo può significare sia che l'approccio PBL sostiene effettivamente la motivazione, sia che, al contrario, è applicabile con più probabilità di successo proprio in presenza di una forte motivazione all'apprendimento. Se ne possono in ogni caso ricavare indicazioni utili per la formazione dei gruppi di lavoro.

Per evidenziare aspetti che possano interessare più da vicino anche la scuola si possono analizzare ricerche comparate (Thomas, 2000), o provare a confrontare studi di caso più strettamente legati ad applicazioni dell'approccio PBL in ambito scolastico. Effettuando queste analisi emergono altre implicazioni e criticità, centrate sulla verifica di alcune ipotesi ricorrenti nella ricerca sul campo.

L'approccio PBL agevola il "successo" scolastico? Thomas (2000) analizza vari contributi scientifici fondati sull'analisi di progetti e valutazioni comparate dei risultati ottenuti dagli studenti di gruppi di scuole tradizionali e non: la conclusione è che, rispetto a quanto riscontrato in ambito universitario, nelle scuole medie e superiori si possono identificare differenze anche significative nei risultati ottenuti dalle classi PBL rispetto a quelle tradizionali. Tuttavia, queste differenze non riguardano tanto le conoscenze e le competenze di base acquisite dai ragazzi, quanto il successo scolastico in senso lato, misurabile in termini di riduzione dell'abbandono, maggior partecipazione, riduzione dei problemi legati al comportamento. Thomas sottolinea inoltre come il rendimento tendenzialmente migliore delle classi PBL sia probabilmente legato anche al fatto che le attività PBL si inserivano, nei casi analizzati, nel quadro di una riforma generale dell'istituzione scolastica, e sia quindi probabilmente dovuto anche ad altre cause concomitanti. Più recentemente, una discussione tra gruppi di insegnanti che hanno sperimentato attività PBL nelle scuole nordamericane guidata da Diane Demee-Benoit sembra giungere alle stesse conclusioni. In sostanza, l'approccio PBL in sé non migliora il rendimento degli studenti, ma può essere molto utile sul piano motivazionale e può aiutare ad affrontare rischi di abbandono e disinteresse, incrementando indirettamente il rendimento complessivo di una classe. Diversi altri studi e report (riferiti a varie

tipologie di scuole e fasce di età, fino alla formazione professionale) giungono alle stesse conclusioni.

L'approccio PBL migliora le capacità di problem solving degli studenti? Thomas (2000) cita vari studi, centrati sulle scuole superiori, che evidenziano come gli studenti di classi PBL siano in grado di inquadrare meglio i problemi rispetto agli studenti tradizionali, ma non necessariamente di risolverli. Vi sono tuttavia differenze a seconda degli ambiti disciplinari considerati: la capacità non solo di inquadrare ma anche di affrontare e risolvere un problema risulta più alta negli studenti di classi PBL impegnate in sperimentazioni nel campo della fisica, della matematica, delle scienze e dell'educazione ambientale. Non si riscontrano invece differenze significative in ambito umanistico.

L'approccio PBL aiuta gli studenti a comprendere meglio un argomento? La risposta a questa domanda è supportata da analisi molto accurate condotte in ambiti specifici, e in particolare sull'acquisizione delle competenze di base di matematica (Boaler, 1998; Thomas, 2000). Non si riscontrano differenze significative tra classi PBL e classi tradizionali. Tuttavia gli studenti di classi PBL sono più coscienti della dimensione epistemologica rispetto alla materia affrontata e sviluppano una maggiore capacità di applicare le conoscenze a esempi concreti o a situazioni pratiche. Questa differenza sembra che col tempo si traduca in vantaggi misurabili: analisi condotte sul lungo periodo hanno evidenziato come gli studenti di classi PBL fossero in grado dopo qualche anno di superare esami e prove formali (ad esempio l'equivalente del nostro esame di maturità o prove di ammissione all'università) con più successo e risultati migliori (Boaler, 1998). In sintesi, *l'approccio PBL può aiutare gli studenti a sviluppare la capacità di applicare concretamente le conoscenze acquisite e a riconoscere le situazioni in cui sono applicabili.*

Attraverso l'approccio PBL gli studenti acquisiscono specifiche capacità, come abilità nella ricerca di informazioni o capacità progettuali? sono stati riscontrati miglioramenti soprattutto nella capacità di cercare informazioni e di organizzare ed esporre risultati e progetti utilizzando più codici comunicativi, e si è notato anche come

lo sviluppo di queste capacità non sia legato a una maggior applicazione sui progetti rispetto ad altre attività didattiche. In sintesi, *l'approccio PBL può migliorare negli studenti la capacità di effettuare ricerche ed esporne i risultati.*

## **Conclusioni**

Nella scuola italiana l'approccio PBL è praticato sporadicamente. La ricerca internazionale, in particolare quella che fa riferimento a scenari e contesti in cui questo approccio è praticato da decenni, ci offre tuttavia numerosi elementi di riflessione, che dovrebbero spingerci a sperimentare questa metodologia. Per quanto queste ricerche si riferiscano a sistemi scolastici molto diversi dal nostro, emergono alcune implicazioni positive. In particolare è stato riscontrato come questa metodologia possa essere molto utile per affrontare alcune sfide strategiche per la scuola: il recupero della motivazione all'apprendimento, la flessibilità dei percorsi formativi, la spendibilità delle conoscenze e delle competenze acquisite dagli studenti, il bisogno di potenziare le capacità critiche dei ragazzi. Per poter attuare progetti con probabilità di successo in tal senso bisogna in ogni caso intervenire su alcune condizioni preliminari, avviando eventuali sperimentazioni solo dopo un'accurata verifica e una corretta pianificazione.

## **Bibliografia**

Baldacci M. (2004) I modelli della didattica, Carocci, Roma.

Barrows H. S. & Tamblyn R.M. (1980) Problem-based learning in medical education. Springer Publishing Company, New York.

Barrows, H.S. (1986). A Taxonomy of Problem Based Learning Methods. Medical Education, 20, 481-486.

Lotti A. e Sasso A. Problem-Based Learning per le professioni sanitarie. Editore: McGraw-Hill Companies novembre 2006.

Mansolillo Francesco Metodologie didattiche innovative nell'orientamento lifelong. L'apprendimento per problemi come strumento di orientamento. In ECPS journal-5/2012 pp 151-166.

Merrill David First principles of instruction. Educational Technology Research and Development, 2002.

Savery J.R. & Dufly T.M. ( 1995) Problem based learning. An instructional model and its constructivist framework. Educational technology. Volume 35, n. 5, pp. 31-35.

Schmidt H.G. (1983) Problem-based learning: rationale and description. In Medical Education, vol. 17, pp. 11-16.

Schmidt H.G. & Moust J.H.C. (2000) Processes that shape small group tutorial learning: a review of research. In D.H. Evensen & Hmelo C.E. (Eds) Problem-based learning; a research perspective on learning interactions. Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ pp 19- 51.

Striano M. ( 1999) I tempi e i "luoghi" dell'apprendere. Liguori Editore, Napoli.

## **L'approccio culturale alla formazione in servizio degli insegnanti**

Grazia Angeloni <sup>1</sup>

**Sunto** Nello scritto che di seguito si propone le due parole chiave: approccio culturale (*culture based approach*) e formazione in servizio degli insegnanti vengono declinate in termini di relazione e inserite nello scenario attuale che interfaccia la scuola con problematiche nuove e complesse. Le implicazioni tanto dell'approccio enunciato quanto della formazione in servizio dei docenti vengono ricomprese all'interno di un piano applicativo, ambito di mediazione delle dimensioni teoriche e prassiche, atto pertanto a corroborare il Culture Based Approach.

**Parole chiave:** formazione in servizio, innovazione, miglioramento scolastico

**Abstract** In the text presented below the two key words: the culture based approach and teachers' in-service education are structured in terms of relationship embedded in the current scenario where schools interface with new and complex problems. The implications of such an approach and teachers' in-service education are referred to a field of application theoretical and praxical as well, therefore supporting the culture based approach to the teachers' in-service education.

**Keyword:** in-service training, innovation, school improvement

### **1. Introduzione e motivazioni**

Nella nostra contingenza, quanto meno quella legata al mondo organizzativo della scuola e non solo, la parola innovazione sembra da

---

<sup>1</sup> Di.L.A.S.S., Università "d'Annunzio" Chieti-Pescara Italy; e-mail graziaangeloni@unich.it.

tempo avere occupato uno spazio preponderante nelle “Indicazioni Nazionali” e nella riflessione, a livello centrale e periferico.

L’innovazione è definita dal dizionario della lingua italiana Devoto-Oli, come “l’introduzione di sistemi e criteri nuovi”; ed anche come il “miglioramento e/o il radicale cambiamento dei beni offerti” o come “l’intervento migliorativo o di radicale mutamento riguardante il sistema, i mezzi, o l’organizzazione della produzione. F. Cros (1996, 2001) sostiene che la parola innovazione non possa essere relegata all’interno di una catena linguistica che, verosimilmente, rischierebbe di privarla di “tutta la sua magia, dell’ambiguità su cui si fonda la sua attrattiva”. Del medesimo avviso è A.M. Hubermann (1973) il quale, facendo propria un’osservazione dello statunitense W. Westley, ritiene che il termine sia “seducente e ingannatore”, perché pur evocando il miglioramento e il progresso – ad uno sguardo attento - indica soltanto l’introduzione di qualcosa di nuovo e di diverso, senza alcuna esplicita connotazione positiva.

Ma al di là del significato etimologico del vocabolo, possiamo convenire sul fatto che trattasi di un concetto complesso di difficile delimitazione - il quale enuncia la selezione, l’organizzazione, l’impiego creativo e il miglioramento, in termini di perfettibilità delle risorse umane e materiali secondo metodi inediti che permettono di raggiungere con un livello di efficacia maggiore gli obiettivi stabiliti - e che può si presta ad essere esaminato da una pluralità di prospettive, ciascuna delle quali mette in luce ed enfatizza i diversi elementi che vengono compresi nel termine. Punti di vista afferenti a varie scienze. Per citarne alcune dell’area antropologica: la psicologia, la sociologia, le scienze dell’educazione. Verosimilmente, le principali sfere semantiche intersecate dal concetto di innovazione corrispondono ai temi del nuovo, del cambiamento, del processo e dell’azione finalizzata, tutti inseribili all’interno di un sistema pure complesso di variabili. In primis quelle intrinseche al fenomeno dell’innovazione quali: la qualità, i costi, la complessità, la comunicabilità; in secondo luogo le variabili dipendenti dalla situazione specifica: quali la struttura del sistema d’insegnamento in cui l’innovazione si inserirà, la direzione e l’iniziativa (spesso, il prestigio di chi la propone), il

clima istituzionale presente nell'ambiente scolastico (i momenti di crisi e di insoddisfazione che sono in genere ad essa i più propizi), le regole di funzionamento del gruppo che la dovrà adottare, le caratteristiche personali degli adottanti ( la motivazione, la propensione al rischio, le eventuali resistenze) ed infine, le variabili riconducibili all'ambiente quali: la compatibilità dell'innovazione con il sistema scuola e la capacità di quest'ultimo di accoglierla.

Ma se di innovazione si può parlare, in quali termini? E come riferirci a questo universo semantico così complesso, e coniugarlo con la trama organizzativa di quel microsistema che nominiamo scuola? Con riferimento al luogo in cui si svolgono i processi intenzionali di istruzione ed educazione, potremmo declinare il termine innovazione appunto, in quattro possibili accezioni le quali costituiscono a loro volta gli ambiti privilegiati all'interno dei quali collocarsi: l'ambito didattico, professionale, valutativo ed organizzativo, senza comunque disgiungerli, anzi operando tra loro un'integrazione, nella consapevolezza che l'uno informa di sé l'altro, né può esistere l'uno senza l'altro. Se l'innovazione, per definizione, implica una trasformazione, i quattro campi individuati nei quali essa si snoda sono pure soggetti a variazione, dal momento che, oltretutto, variati sono i paradigmi di riferimento. Innanzitutto la nozione di conoscenza che, secondo un paradigma costruttivista reputa l'essere umano attore nel processo gnoseologico, non disgiunto dal contesto di riferimento, operatore unitamente ad altri attori sociali con i quali costruisce conoscenza - in accezione fenomenologica- quale atto consapevole, intenzionale nei confronti di oggetti conoscitivi. Tale atto si dispiega inoltre quale azione ermeneutica, tesa cioè ad interpretare eventi ed esistenti. Ne consegue la revisione del modo di concepire il sapere e gli oggetti che ad esso danno forma: le discipline: non più traslate in sequenze lineari e in rapporti di contiguità, ma concepite come universi aperti, interponibili, in costante aggiornamento e collegamento. Esse, pur mantenendo le proprie peculiarità epistemiche e i propri contenuti, la cui valenza risiede nel nominare, ordinare e classificare l'esperienza umana, dotano la persona di lenti attraverso le quali esplorare la complessità, il cui approccio non

ammette nè semplificazioni, né riduzioni (Morin, 1993). In tal senso le discipline rappresentano metodi di indagine, attraverso i quali assumere consapevolezza piena di situazioni problematiche, da definire e risolvere, con il ricorso a procedimenti abduitivi, espressione della poiesi dell'essere umano e, secondo Pierce uniche forme di ragionamento suscettibili di accrescere il nostro sapere. Variato è pure il contesto nel quale tali paradigmi prendono forma: il villaggio globale in cui la possibilità di accesso ad informazioni a comunità e a culture diverse è resa possibile grazie anche alle enormi potenzialità dei mezzi tecnologici che la scienza e il progresso hanno posto a beneficio della persona. La globalizzazione, riferimento ormai noto e dato come acquisito oltre che nel gergo comune, nel nostro patrimonio culturale non ha investito solo i mercati finanziari, le economie, il mercato del lavoro, ma le stesse strutture sociali, modificandole all'insegna di una presunta omogeneizzazione delle culture che sfuma le specificità, estende le comunità di appartenenza, universalizzandole, dissocia l'uomo dalla sua primaria solidarietà sociale, consentendogli di partecipare ad entità di specie più ampie e diffuse e rendendolo di fatto libero nella scelta dei propri ambiti relazionali, dilatati in senso mondiale. A tali paradigmi dovrebbero corrispondere revisioni di modi di fare, di agire, di essere, di sentire e non già soltanto a livello didattico o docimologico o organizzativo, ma anche professionale, di quella professionalità cioè che si acquisisce man mano che si creano ponti, si intessono relazioni a livello esteso – non unicamente nella sede scolastica, ma con l'intero territorio e con ciascuno stakeholder.

## **2. Innovazione e cambiamento**

L'innovazione infatti implica scelte consapevoli, avvalorate da processi relazionali ed intersoggettivi. Essa si concretizza in specifici comportamenti messi in atto da parte degli attori dell'organizzazione, accompagnati dalla riflessione sul senso attribuito alle proprie azioni e sulle conseguenze che ne deriveranno. Chiunque innovi, infatti,

decide di introdurre alcuni cambiamenti nella propria pratica ispirandosi, in maniera più o meno esplicita, a precisi valori.

Indipendentemente dai suoi esiti, ogni innovazione è motivata da un desiderio di miglioramento della situazione. Ma se più facilmente ipotizzabili – anche se solo in apparenza - sono i cambiamenti materiali, ad esempio un nuovo impiego di spazi laboratoriali, l'adozione di un nuovo libro di testo, l'impiego di specifici strumenti multimediali, diverse sono le variazioni di ordine concettuale, più propriamente collegate in ambito didattico (come mera esemplificazione) ad una revisione ecologica della propria disciplina di insegnamento che si fonda sulla capacità del docente di effettuare quell'opportuna definizione dei saperi imprescindibili che la definiscono e diventano nuclei fondamentali nella relazione di insegnamento-apprendimento atta ad avviare l'allievo a quella "comprensione profonda" che ravvisa nell'apprendimento del metodo della disciplina, piuttosto che dei suoi contenuti imparati pedissequamente, il vero obiettivo. E ancora, di una professionalità docente che nell'accoglimento del concetto di competenze chiave, ed oggi più che mai di quelle di cittadinanza attiva, ipotizza nuovi percorsi di didattica autentica, di compiti di realtà, e di una valutazione non già solo dell'apprendimento, ma in via prioritaria per l'apprendimento. Diversi da quelli materiali sono i cambiamenti che intervengono nei processi, finanche in quelle relazioni interpersonali fra tutti e con tutti gli attori dell'organizzazione scolastica e all'esterno della stessa. Mentre però - ed è semplice intuirlo - i cambiamenti del primo tipo sono i più semplici da attuare: un'innovazione basata unicamente sull'introduzione di nuovi materiali è senz'altro destinata a diffondersi con maggior rapidità – trattasi di cambiamenti incrementali – quelli della seconda tipologia, più propriamente riferibili ai processi e che comportano, invece modificazioni significative – ciò che viene definito in letteratura con il termine di cambiamento sostanziale o trasformazione o turnaround – sono di difficile realizzazione e implementazione.

I cambiamenti incrementali (Elmore, Fullan, 2004), in quanto tali, tesi alla riproduzione nel tempo di pratiche già note ai professionisti

lambiscono solo taluni aspetti della vita organizzativa e, se determinati da forze esogene implicano una mera risposta adattiva del sistema a perturbazioni impreviste che dall'ambiente esterno per l'appunto provengono. Né, parlando di innovazione organizzativa, si è realizzata vera trasformazione degli assetti e delle funzioni degli operatori della scuola, sempre più specializzate e differenziate, bensì vero e proprio cambiamento, quasi a voler in modo speculare riprodurre la differenziazione dell'ambiente esterno (Ashby, 1958; Lawrence e Lorsch, 1967). Tale processo peraltro non è neppure nato dalla necessità avvertita dalle scuole al loro interno, ma elaborata da una tecnostruttura la quale, nell'idealtipo mintzbergiano si configura più vicina al vertice strategico, e distante dal nucleo operativo di base che è quello nel quale i docenti trovano la propria giusta collocazione.

Cambiamento dunque reattivo e non anticipativo, giacché anticipare significa prevedere le sollecitazioni e gli stimoli del macrosistema, leggere le turbolenze in modo critico, elaborarle e restituirle trasformate quali sollecitazioni potenziali che altri sistemi devono fare proprie per potere fornire e restituire a loro volta risposte adeguate. Anticipare inoltre vuol dire vivere la trasformazione, essere in essa protagonisti e non subire il cambiamento, vivere la complessità e non supinamente accettarla o farsi da essa travolgere. Inoltre il cambiamento, quello radicale, non si può ritenere un evento eccezionale, un fenomeno che accade March (1983) e che pone le organizzazioni in uno stato di crisi, di "deriva strategica" (Johnson, 1992). La trasformazione è fisiologica nello sviluppo organizzativo (Rebora, 2001) e connaturata all'esistenza delle stesse organizzazioni. Il concetto di sviluppo richiama quello di mutazione evolutiva e migliorativa. Ma se l'evoluzione organizzativa include stadi o fasi di crescita diversi, come quelli delineati da Schein (2000): età giovanile, matura e vecchiaia in ciascuna delle quali l'organizzazione risponde agli stimoli esterni, conformemente alla cultura sviluppata al suo interno, allora la scuola ed in particolare la secondaria di secondo grado sembra vivere da tempo lo stato della senilità, in quanto incapace di darsi una diversa veste, di riconcettualizzarsi radicalmente, partendo da una nuova visione che la conduca ad una

vera ridefinizione dei suoi assi culturali. Anche in prospettiva evolutiva il cambiamento è incrementale perché seppure le interazioni tra ambiente e organizzazione trovano un elemento di mediazione nelle routine organizzative (Nelson e Winter, 1982), queste tenderanno sempre a ripristinare quello stato di coerenza interna o "sistema d'ordine locale" (Normann, 1978) inizialmente perturbato.

Più che di trasformazione vera e propria si potrebbe allora parlare di "oscillazioni continue" (Ferrante e Zan, 1994) tra stati di inerzia e stati di dinamismo che si verificano all'insorgere di un *trigger event*, di un evento ritenuto critico, perché capace di mettere in discussione lo status quo. Ma la tendenza del sistema a riequilibrarsi al suo interno è di gran lunga superiore alla capacità di rimodularsi radicalmente mettendo in discussione non solo il come fare qualcosa, le procedure, ma il perché fare qualcosa in un determinato modo. Lo sviluppo organizzativo implica un cambiamento profondo, di tipo culturale.

### **3. Formazione in servizio e trasformazione**

La trasformazione o per usare la definizione di Ackerman (1984) il cambiamento trasformatore è possibile nella scuola, a patto che parta da una voluta e condivisa revisione culturale dell'organizzazione che si faccia via via reculturing (Fullan, 2004) e dei modelli mentali dei suoi attori, delle pratiche e degli aspetti più operativi connessi al servizio. Il salto quantico o turnaround (Schendel, 1976, 1978; Hofer, 1980) che è insieme strategico, operativo e anche strutturale vale a trasformare l'organizzazione nella sua interezza, ma non senza un elemento catalizzatore: una cultura organizzativa, la quale riesca a porsi non quale barriera eretta a difesa da quanti appartengono al complesso artefatto umano e riesca pure ad istituzionalizzare al suo interno lo stesso processo trasformativo. Vero è che il processo testè enunciato implica da una parte dis-apprendere convinzioni, valori, atteggiamenti e dall'altra apprendere qualcosa di nuovo. Esso pone la persona in situazione di disagio: in ansia da sopravvivenza e ansia da apprendimento. La prima ha attinenza alla conservazione della specie

del gruppo stesso. L'ansia da apprendimento, invece, provoca nelle persone isolatamente e in quelle che formano il gruppo organizzativo sentimenti di inadeguatezza, di frustrazione, di incompetenza, di perdita dell'identità personale e di appartenenza al gruppo, perciò apprendere, in virtù di quanto appena affermato, potrebbe significare perdere qualcosa. A dire il vero, quando un'organizzazione scolastica elabora la propria cultura distintiva apprende come dare risposta ai problemi di ordine integrativo interno e di adeguamento esterno.

Così le prassi, i valori, gli assunti di base sono risposte che le persone in una comunità “inventano, scoprono, sviluppano” come soluzioni a tali problemi. E in caso le ipotesi elaborate e corroborate siano effettivamente risolutive vengono trasmesse, socializzate, insegnate ai nuovi attori “come il modo corretto di percepire, pensare e sentire in relazione a quei problemi”. La cultura ha quindi carattere pragmatico in quanto valori, assunti e artefatti assumono consistenza solo se si rivelano di successo. Si trasformano invece solo se praticamente inefficaci alla soluzione di situazioni problematiche di rilievo per lo sviluppo organizzativo. La cultura dunque implica apprendimento il quale, a sua volta, equivale alla trasformazione. L'apprendimento comporta l'acquisizione di abitudini, conoscenze, atteggiamenti e consente alle persone un adattamento di tipo sociale, oltre che personale. Ogni variazione di comportamenti indica che l'apprendimento è in atto o ha avuto già luogo (Crow, 1963). Quando, oltre al comportamento i professionisti riescono anche a produrre grazie alle nuove idee acquisite con l'apprendimento, risultati di nuovo genere, allora il processo di apprendimento diviene innanzitutto un processo di ridefinizione cognitiva che non ha carattere episodico, ma è nell'organizzazione la *conditio sine qua non* per affrontare l'imprevedibile. “Le organizzazioni si trasformano quando stabiliscono meccanismi di apprendimento nella vita organizzativa quotidiana”<sup>1</sup>. Rimodularsi cognitivamente per le scuole e per tutte le organizzazioni in genere significa operativamente compiere una diagnosi della propria cultura, rilevarne i punti di forza e quelli di

---

<sup>1</sup> M Fullan, *Leading in a culture of change*, Jossey-Bass, S.Francisco, 2004, p.195, [Traduzione dell'autore].

debolezza, tra questi e primariamente le forze di resistenza che si oppongono alla sua trasformazione, ma non prima di aver deciso di "scongelare" (*unfreezing*) ciò che è stato appreso in precedenza, in sostanza quel modo di vedere, di sentire, di comportarsi che ha determinato a lungo la cultura e l'identità di genere dell'istituzione, ma che alla luce di nuovi eventi problematici è necessario rivisitare e rivedere. . Il paradigma culturale che per definizione è un modello dinamico viene appreso, trasmesso e modificato (Schein, 2000).

La cultura dunque è trasformazione e insieme il prodotto dell'apprendimento sociale, della condivisione di un gruppo, di un'organizzazione che, uscita dal circolo tacito della conoscenza ne ha fatto l'oggetto di negoziazione e di rielaborazione. La cultura che si nutre del patrimonio di conoscenze acquisite e sperimentate dagli attori organizzativi si colloca in un processo costante di formazione che è medaglia a due facce: è fonte di disconferma, ma è anche possibilità di rinnovamento. Una scuola che fa della condivisione della conoscenza un valore culturale (Fullan, 2001, 2003) è un'organizzazione che si costituisce quale comunità professionale di apprendimento (Kruse, 1995). Essa non teme la trasformazione, ma impara dall'errore e dal conflitto e ha nell'interazione e nello scambio i suoi punti di forza. A lungo la parola formazione è stata erroneamente interpretata come sinonimo di aggiornamento, lasciato alla libera iniziativa e alla buona volontà del docente. Le due realtà che portano segni linguistici oltretutto diversi rimandano pure a differenze concettuali. Glaser (1962) e Nadler (1970) propongono una consistente differenziazione tra i due universi semantici. Per Glaser l'aggiornamento è addestramento ed è rivolto a obiettivi specifici relativi a un ruolo o a una funzione svolta in ambito lavorativo.

La formazione è finalizzata invece a obiettivi più vasti. Nadler nomina l'aggiornamento training, definendolo quale evento che ha come obiettivo il miglioramento di performance sul campo di lavoro. La sua finalità è quella di introdurre nella pratica lavorativa un nuovo comportamento o di modificare un comportamento precedente. La formazione, invece, denominata dall'autore education si estrinseca in un insieme di attività che sottendono lo sviluppo delle risorse umane,

destinate a migliorare la competenza globale, dunque anche personale del dipendente. Se da un lato quindi l'aggiornamento è attinente al miglioramento delle proprie conoscenze e capacità sulla base di informazioni recenti ed inerenti le novità in un settore tecnico professionale, come per l'insegnante potrebbe essere l'ambito metodologico-didattico, normativo-giurisprudenziale e disciplinare, la formazione è invece un processo che, implicando di fatto l'aggiornamento, si rende di più ampio respiro e di diversa natura.

Il topic o nucleo portante del processo formativo non è l'informazione tout court, né un comportamento da variare o potenziare, ma la persona o meglio, in tema di organizzazioni, l'organizzazione stessa e in essa le persone che la costituiscono e la mantengono in vita. Tra l'altro l'aggiornamento che può produrre expertise intesa quale perizia tecnica da parte del docente, ricondurrebbe l'assunto organizzativo a una macchina, a un sistema il cui funzionamento non sottratto alle regole dell'efficienza si vedrebbe condizionato dalla ossessiva pianificazione di tempi, attività, modi. Di contro la formazione allude a un'organizzazione viva, a un artefatto che è "cervello", "cultura", "flusso e divenire", in cui gli attori reinterpretano collettivamente il loro mondo, ridefiniscono le attività introducendo nuove forme di mediazione.

La suggestione di un nuovo approccio alla formazione in servizio degli insegnanti denominato appunto "culturale" (*Culture Based Approach to the teachers' on the job education*, Angeloni 2008) deriva dall'urgenza di creare identità ben definite, le quali sappiano responsabilmente orientare le loro scelte non sulla base delle mode o di improvvisazioni, ma sulle necessità effettivamente avvertite, sulle priorità peculiari di un costrutto umano riflessivo e sapientemente volitivo.

#### **4. Il Culture Based Approach: proposte e conclusioni**

Il *Culture Based Approach* partendo dal concetto di istituzione riconosce le scuole come entità dotate di una loro propria fisionomia,

di tratti che ne distinguono gli aspetti sostanziali e che le definiscono in quanto fenomeni culturali in mutamento. La cultura organizzativa delle istituzioni scolastiche costituisce l'oggetto sostanziale del processo formativo che è processo di trasformazione, oltre a identificarsi quale mezzo e fine dello stesso.

Il vissuto quale esperienza dell'insegnante-adulto rappresenta dunque il punto di partenza, l'oggetto sul quale innescare la riflessione, in relazione a situazioni ritenute problematiche dai docenti e relative tanto alla complessità dell'esperienza educativa, quanto a quella organizzativa, ma allo stesso tempo esso rappresenta anche il punto di ritorno nella logica della trasformazione.

Infatti la riflessione che si avvia dalle pratiche che sono gli artefatti, le manifestazioni più visibili della cultura può giungere a toccare, se opportunamente guidata, gli "argomenti" più nascosti e difficili da esplorare: valori e assunti di base e determinarsi nuovamente come insieme di pratiche variate. La riflessione sulla propria cultura di specie o sulla cultura dominante si configura a tutti gli effetti quale attività di per sé teorica e pratica, perché contempla tanto gli aspetti cognitivi connessi ai modelli mentali dei professionisti, quanto quelli operativi del servizio che essi erogano.

In considerazione, tra l'altro, di un topic conoscitivo costruito socialmente dai professionisti della scuola, si è proposta (Angeloni, 2008) la revisione della strategia metodologica frontale che mostra in tal caso la sua inefficacia, rivelandosi non funzionale né all'attività comune di riflessione, né alle conseguenze che la riflessione stessa potrebbe implicare a livello organizzativo. Una formazione che si costituisca quale *reculturing* delle scuole ammette procedure partecipanti, in cui i docenti si sentano liberi di esprimere il proprio pensiero, coinvolti in un processo autodiretto che assume il gruppo quale attore nei processi di apprendimento.

Il focus group, per tale fine, quale tecnica metodologica presenta enormi possibilità. Oltre a essere un valido sistema di rilevazione del paradigma culturale dell'organizzazione scuola si qualifica quale modalità che agevola l'evento formativo dal momento che incentra l'attività su un compito ben preciso, trasforma l'attività riflessiva in

una pratica collettiva di gruppo e limita la consistenza numerica degli attori, i quali facilitati e guidati da un esperto incentreranno le proprie discussioni sugli oggetti della cultura organizzativa, accrescendo nel tempo le proprie competenze, fino alla possibilità di autogestirsi.

Da una parte sarà così sciolta la questione del peso della formazione percepita come “dovere”. Nel setting di specie ciascuno sarà legittimato a dialogare e in ragione di quella legittimazione la conoscenza di ordine tacito diverrà esplicita e pian piano oggettivata (*embedded*), incorporata (*embodied*), assimilata (*encultured*) e mentalizzata (*embrained*) nel contesto del quale ciascuno è parte integrante. D'altra parte, l'esperienza formativa che ne deriverà avrà il pregio di avvalersi di tutti gli attributi relativi a una comunità di pratica che partendo da problemi da definire (*problem finding*) pone in costante analisi le proprie procedure, ma con una particolarità: attraverso la riflessione congiunta essa scopre che a essere posti al vaglio sono quegli assunti che determinano opposizione alla trasformazione, quegli schemi mentali che non operando in disgiunzione, piuttosto che in integrazione sviano il pensiero e lo inducono a una visione miope.

Attraverso la riflessione situata, dialogica, partecipata il gruppo, spontaneamente costituitosi sulla base della necessità realmente avvertita di miglioramento e sviluppo della propria istituzione, avrà possibilità di qualificarsi come comunità di apprendimento generatrice di ipotesi da corroborare in un processo continuo, costante, interminabile che è di ricerca e insieme di azione. La comunità di pratica che è al contempo comunità di apprendimento realizzerà le condizioni per le quali si è nominata la scuola “organizzazione”, facendo dell'impegno reciproco, dell'impresa comune, del repertorio culturale condiviso i suoi segni distintivi.

I professionisti che fanno la scuola, quanto più condivideranno finalità e scopi, e nell'atto di rimettersi in discussione porranno in discussione l'identità e la cultura di specie dell'istituzione stessa, tanto più si avvantaggeranno e ne trarranno beneficio, avendo cura di formarsi ad una competenza trasformativa che vede nel

miglioramento, dunque nell'innovazione sostanziale il cardine di un processo che non ha mai fine.

## **Bibliografia**

Ackerman L.S. (1982), *Transition Management: an in depth look at managing complex change*, in "Organizational Dynamics", n. 11, 1982, pp. 46-66.

Angeloni G. (2005), *La professione docente tra burocrazia e cambiamento*, in J.Sciannella (a cura di), *Apprendere oggi nella scuola secondaria. Verso una competenza all'intersoggettività*, Aracne, Roma, pp.83-102.

Angeloni G. (2007), *Le associazioni per la qualificazione professionale. La ricerca formativa e l'innovazione*, "Il Monitore", n. 4, dicembre 2007.

Angeloni G. (2008), *Organizzazioni scolastiche e reculturing trasformativo. Un modello culturale per la formazione in servizio*, Anicia, Roma.

Angeloni G. (2009), *La comunicazione che disgiunge* in "Il Monitore", n. 4, dicembre 2009.

G. Angeloni, *Innovation and Teachers' in service Education. The Culture Based Approach*, "European Scientific Journal", Vol. 9, n. 19, 2013, pp. 262-271.

Ashby W. R. (1958), *An Introduction to Cybernetics*, Wiley & Sons, New York.

Cros F. (2001), *L'innovation scolaire*, Paris, INRP.

Cros F. (1996), G. Adamczewski, *L'innovation en éducation et formation*, Bruxelles, De Boeck.

Crow L.D., Crow A. (a cura di), (1963), *Readings in Human Learning*, Mc Kay, New York,.

Elemore R.F. (2004), *School reform from the inside out: policy, practice and performance*, Harvard Education Publishing Book, Boston.

Ferrante M., Zan S. (1994), *Il fenomeno organizzativo*, La Nuova Italia Scientifica, Roma, (II edizione, Carocci, Roma, 1998).

Fullan, M., Stiegelbauer S. (2001), *The new meaning of educational change*, Teachers' College Press, New York, III ed.

Fullan M. (2004), *Leading in a culture of change*, Jossey-Bass, S.Francisco.

Gagliardi P. (1986), The Creation and Change of Organizational Cultures: A Conceptual Framework, in "Organization Studies", Walter de Gruyter and Co, n.2, 1986, pp.117-134, in *Le Imprese come Culture. Nuove prospettive di analisi organizzativa*, Isedi, Torino, 1995, pp.418-438.

Geertz C. (1973), The interpretation of cultures, Basic Books, New York, (trad.it. *Interpretazione di culture*, Il Mulino, Bologna, 1987).

Gherardi S., Nicolini D. (2004), *Apprendimento e conoscenza nelle organizzazioni*, Carocci, Roma.

Glaser R. (1962), *Training research and education*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh.

Hofer C. (1980), Turnaround strategies, in "Journal of Business Strategy", n. 1, 1980, pp.19-31.

Huberman A. M. (1973), Comment s'opèrent les changements en éducation: contribution à l'étude de l'innovation, Paris, Unesco.

Johnson G. (1992), Managing strategic change, in "Long Range Planning", n. 1, 1992, pp. 28-36.

Knowles M. (1973), *The adult learner. A neglected species*, Gulf Publishing Company, (trad. it. *Quando l'adulto impara. Pedagogia e andragogia*, Franco Angeli, Milano, 1997).

Louis, K. S., & Kruse, S. D. (1995), *Professionalism and community. Perspectives on reforming urban schools*. Thousand Oaks, CA, Corwin Press.

Lawrence P., Lorsch J. (1967), *Organization and environment. Managing differentiation and integration*, Harvard University Press, Cambridge (MA), (trad. it. *Come organizzare le aziende per affrontare i cambiamenti tecnico-produttivi e commerciali*, Franco Angeli, Milano, 1976).

March J.G. (1981), Footnotes to organizational change, in "Administrative Science Quarterly", n. 26, 1981, pp. (trad. it. *Riflessioni sul cambiamento organizzativo, Problemi di gestione*, 1983, in March J. (a cura di Silvia Gherardi), *Decisioni e organizzazioni*, Il Mulino, Bologna, 1993).

Mintzberg H. (1983), *Structures in five. Designing effective organizations*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (N.J.), (trad. It. *La progettazione dell'organizzazione aziendale*, Il Mulino, Bologna, 1985).

Morgan G. (1986), *Images of organization*, Sage, London, (trad.it. *Images. Le metafore dell'organizzazione*, Franco Angeli, Milano, 1989).

Morin E. (1985), Le vie della complessità, in Bocchi G., Ceruti M. (a cura di), *La sfida della complessità*, Feltrinelli, Milano, pp. 49-60.

Nadler L. (1970), *Developing human resources*, Gulf Publishing Co., Houston.

Nelson R. R., Winter S. G. (1982), *An evolutionary theory of economic change*. Belknap Press of Harvard University Press Cambridge, MA.

Norman R. (1978), *Le condizioni di sviluppo delle imprese*, Etas, Milano.

Rebora G. (2001), *Manuale di organizzazione aziendale*, Carocci, Roma.

Schein E. H. (1999), *The Corporate culture survival guide*, Jossey-Bass, S.Francisco, (trad.it. *Culture d'impresa. Come affrontare con successo le transizioni e i cambiamenti organizzativi*, Raffaello Cortina, Milano, 2000).

Schendel, D., Patton, G.R. (1976), *Corporate stagnation and turnaround*, in "Journal of Economics and Business", Vol. 28, n. 3, 1976, pp.236-41.

Wenger E. (1998), *Communities of Practice, Learning, Meaning and Identity*, Cambridge University Press, New York, (trad. it. *Comunità di pratica. Apprendimento, significato e identità*, Raffaello Cortina editore, Milano, 2006, p.85).

G. Angeloni

## **Teacher training: the role of universities and the Union of Czech mathematicians and physicists**

Šárka Hošková-Mayerová<sup>1</sup>

**Abstract.** Further teacher education has its own specifics mainly due to the very profession of teaching. Lecturers - teachers in their role should always consider what barriers may act on education and learning with teachers and take them into account in their learning and teaching strategy and the approach to the students which are in fact teachers. On the other hand, teachers have many advantages over other adults -learners that are well utilized in their further education.

**Keywords** Union of Czech mathematicians and physicists, teacher training

### **1. Introduction**

Further teacher education has its own specifics mainly due to the very profession of teaching. Lecturers - teachers in their role should always consider what barriers may act on education and learning with teachers and take them into account in their learning and teaching strategy and the approach to the students which are in fact teachers. On the other hand, teachers have many advantages over other adults - learners that are well utilized in their further education.

In the Czech Republic the further education is based on Act 563/2004 Sb., and 317/2005 Sb. about further education, the accreditation committee and teacher career system.

---

<sup>1</sup> University of Defence, Brno, Czech Republic, e-mail sarka\_mayerova@unob.cz

For additional training is necessary to take into account the overload of teachers emerging with increasing complexity of the profession and the excesses of the job. As a result, teachers are mentally exhausted, often even almost burnout. Teachers (educators from various universities) must work with teachers so that not to worse more this situation.

Further education should benefit teachers and support them as an expert profession, i.e., it should be appropriately intellectually and professionally valuable and mainly lead to career growth and professional development. Teachers tend to be satisfied when they are educated in what they already know.

On the other hand, many teachers believe that they are educated enough and do not need any "scholarly" content and approaches. Professional rigidity leads to rejection of further education. Also conservatism manifested especially in older teacher resistance to any change is a barrier to further education. Innovation in education and training are not accepted by such teacher, it is rather passively tolerated. Unwillingness to be trained rises mainly from the absence of a systemic solution of further education, professional development and career, along with the evaluation of teachers and their remuneration. Teachers are demotivated and it is difficult to convince them of the importance and benefits of their further training. [2]

On contrary, professional group of teachers is primarily a group of educated, intelligent personalities and their professional and intellectual potential can be well used in other benefits such as education.

*Let us name some of benefits of teaching that can be used in further education and learning of teachers, see [2]:*

- The need to communicate and share the experience
- Be accepted as an intellectual
- The need for recognition, measurement
- Higher level of thought operations
- Ability to formulate and verbalize
- Understanding the value of education

- Practical experience in the profession
- Creativity
- A sense of obligation
- High level of responsibility
- Need to be managed, instructed
- Ability to organize, lead people.

In education of teachers their intelligence, level of thinking, creativity and the ability to formulate and express can be used for more complicated and difficult concept of the content and methods of education. Teachers need to be convinced of their real and hidden qualities. If they settle the recognition as intellectuals and experts in the profession, it affects their attitudes, educational needs and interests for the benefit of the professionalization of teaching. [2], [11].

## **2. The Union of Czech mathematicians and physicists**

The Union of Czech mathematicians and physicists (*Jednota českých matematiků a fyziků -JČMF*) is a scientific society joining researchers, teachers, and amateur supporters of mathematics and physics. It has been founded in 1862.

The Union aims to support the development of mathematics and physics beyond the realm of academic and industrial institutions, in particular by means of popularization, support of talented students and by issuing expert opinions.

In its scholarly fields The Union of Czech Mathematicians and Physicists:

- organizes conferences, seminars and meetings,
- organizes competitions at all educational levels,
- publishes journals, books and monographs,
- popularizes new and traditional attainments before the general audience,
- explores and promotes the history of mathematics and physics,

- issues opinions on scientific works.

The Union is a member of the Council of scientific societies of the Czech Republic.

The Union welcomes all adherents of mathematics and physics, in particular teachers, scientists and students. Institutions and organizations whose activities are related to mathematics and physics may become institutional members of the Union. The Union provides a forum to meet other people with similar perspective and interests.

It is one of the oldest mathematical societies in the world. Active members can realize their interests, in particular:

- prepare events that support mathematics and physics, e.g. contest for students,
- deliver lectures and publish papers on contemporary and historical subject in either popular or scientific form,
- enjoy the opportunity to cooperate with international partner societies,
- interact on the national level with other scientific societies, academic institutions, etc.

JCMF also organize a number of seminars with lectures which are targeted to supplement teachers' knowledge of mathematics and getting ideas for innovation in their teaching practice with a focus on developing practical skills, new modern technology in education, new approaches, methods and views. There are also introduced new textbooks and teaching aids as well as mathematical competition for talents and other appropriate events and activities in the field of mathematics for pupils of secondary and primary schools. Speakers are prominent experts from all over the Czech Republic. [6]

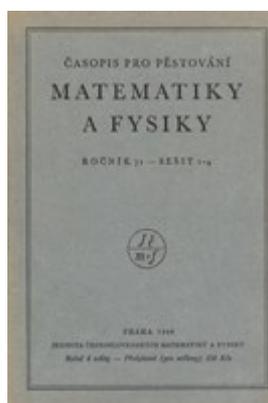
## **2.1 History of the Union of Czech Mathematicians and Physicists**

The Union of Czech Mathematicians and Physicists is one of the oldest extant learned societies in the Czech Republic. It was founded in 1862 as the *Verein für freie Vorträge aus der Mathematik und Physik* (Club for Free Lectures in Mathematics and Physics) and

renamed in 1869 *Jednota českých matematiků* (Union of Czech Mathematicians).

From the very beginning the Union aimed at the improvement of physics and mathematics education at all school levels and types, and support for the development of these sciences. The Union expanded in 1912, and together with the new statutes adopted the present name. Among its members were associated many of the teachers of secondary schools, but also university professors and scientists.

Throughout its history, the Union devoted great care and attention to the publication of professional literature. Already in its 10th anniversary (1872) began issuing *Časopis pro pěstování matematiky a fysiky* (Journal for Cultivation of Mathematics and Physics), probably the first of its kind in Austro-Hungarian monarchy. A year later, the Union started publishing textbooks and scientific monographs. After the establishment of independent Czechoslovakia it became de facto the only qualified publisher of textbooks, professional books and journals in the fields of mathematics and physics. In 1922 it issued the magazine *Rozhledy matematicko-fyzikální* (Perspectives of Mathematics and Physics), which was established as an addendum to the *Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*.



At the beginning of the 50s the Unity had to transfer assets in favor of the newly established Czechoslovak Academy of Sciences, and became a learned society at the Academy. The mathematical part

of its library became the basis of the library of the Mathematical Institute of the Academy. Journal published by the Union was replaced by two titles - *Časopis pro pěstování matematiky* (Journal for Cultivation of Mathematics, since 1991 *Mathematica Bohemica*) a *Československý časopis pro fyziku* (Czechoslovak Journal of Physics). Since 1956 the Union publishes also the journal *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* (Advances in Mathematics, Physics and Astronomy), which became the member magazine. [6].

The support of and interest in the education in mathematics and physics led to the foundation of the journal *Matematika a fyzika ve škole* (Mathematics and Physics at School) in 1948; succeeded in 1991 by the magazine *Matematika – Fyzika – Informatika* (Mathematics - Physics - Computer Science). JČMF also initiated the Mathematical Olympiad (in 1951) and Physics Olympiad (in 1959) in the Czech Republic. In 1995, the publisher *Prometheus, spol. s r. o.*, has been founded with the participation of JČMF. This publisher focuses on math and physics textbooks for all types of schools. [1], [6], [10].

### 3. Conclusion

In fact, there cannot be any conclusion because we are just at the beginning of a long, systematic and demanding work in the field of education of teachers, which might or should lead and be targeted at increased knowledge ability, education and knowing. [13] One way which can help to reach this target is E-learning or e-education programs. It can offer wider content on a topic than the conventional education lesson. The important issue to be addressed is actually the teaching method embedded in the training programs because the teaching methods link directly to the learning outcomes. Replacing conventional training programs without considering teaching methods and interdisciplinary elements is unlikely to increase the overall effectiveness of education. Ready and prepared population using information and communication technologies is a necessary foundation on which the future generations can gradually add further

storeys of education. Let's hope that those who move onto a higher floor will also leave behind bad habits and adopt new paradigm of life.

### Bibliography

- [1] Bečvářová, M.: Union of Czech Mathematicians and Physicists, Notices from the International Society for Mathematical Sciences, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, January 2011, 1–9.
- [2] DVPP, <http://www.dvpp.info/specifika-vzdelavani-ucitelu-z-praxe>
- [3] Hošková-Mayerová, Š. (2011). "Operational program, education for competitive advantage", preparation of study materials for teaching in English. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 3800-3804, DOI: 10.1016/j.sbspro.2011.04.376.
- [4] Hošková, Š. (2010). Innovation of educational process of mathematics of military officers, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, Is. 2, 4961-4965.
- [5] Hošková-Mayerová, Š. & Rosická, Z. (2012). Programmed learning, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 31, 782-787.
- [6] JČMF, [www.jcmf.cz](http://www.jcmf.cz)
- [7] Kuben, J. Hanušová, S. (2009). Impact of CAS on changes in the approach to teaching mathematics at technical universities, In. *6th Conference on Mathematics and Physics at Technical Universities PTS 1 and 2, Proceedings*, University of Defence, Brno, 157-163.
- [8] Kuben, J., Račková, P. (2009). The importance of computer algebra systems in part time and distance study, In. *Distance Learning, Simulation and Communication 2009, Proceedings*, University of Defence, Brno, 93-96.
- [9] Maturo, A., & Paone, F. (2012). New processes of socialization in education: theoretical analysis, proposals for intervention and formalization with fuzzy models, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 46, 4886-4893.
- [10] Pick, L.: The Union of Czech Mathematicians and Physicists, *EMS Newsletter*, March 2002, 20–21.
- [11] Rosická, Z. (2006). Knowledge of a Language - Good Prerequisite for the Future. *Mezinárodní konference Vědecký výzkum*

*a výuka jazyků.* Univerzita Hradec Králové, Fakulta informatiky a managementu. Hradec Králové, Czech Republic.

[12] Rosická, Z.: (2003) Let's study efficiently, In. *11. medzinárodná vedecká konferencia, Veda, vzdelávanie, spoločnosť*, Žilinská univerzita, 2003, ISBN 80-8070-122- 9.

[13] Rosická, Z. Hošková-Mayerová, Š. (2014). Efficient Methods at Combined Study Programs, 5th World Conference on Educational Sciences, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2014

## **A magical way for education: visual literacy**

Gamze Çelik<sup>1</sup>

**Abstract** “Visual literacy is education that enhances understanding of the role and function of images in representation and communication, especially in the media.” (Newfield 2011:82). Debes (1969:27) said that; “ Visual Literacy refers to a group of vision-competences a human being can develop by seeing and at the same time having and integrating other sensory experiences.” Education of visual literacy is important for understanding of true meaning of messages in visual elements. Hobbs (2002 cited from Shurtleff 2006:13) claimed, “Epicureans believed that, in fact, the mind cannot think without images.” Samuels and Samuels (1975 cited from Shurtleff 2006:13) also claimed “the archeological record reveals that the first expressions of thought are visual, not vocal”. In our daily life, visual technology and media literacy has become increasingly popular in our world. We use when we give information, from websites, give PowerPoint presentations, and sketch on Smartboards to get our memories, ideas across. Teenagers, who have come of age in a technological world , they must learn how they can use visual literacy. Teachers should use, in our age, video games, eager consumers of graphic novels, illustrations, photos, diagrams, graphs, symbols, icons and other visual representations.

**Key Words:** Visual literacy, education, visuals.

**Sunto** “La *Visual Literacy* (*Alfabetizzazione Visiva*) è la disciplina che migliora la comprensione del ruolo e della funzione delle immagini nella rappresentazione e comunicazione, soprattutto nei media.” Newfield 2011:82). Debes scrive (1969:27) “La Visual Literacy si riferisce ad un gruppo di **-competenze visuali** che un essere umano può sviluppare **vedendo** e contemporaneamente avendo ed integrando altre esperienze sensoriali.” Con la diffusione delle tecnologie la Visual Literacy ha assunto notevole importanza. L'educazione all'alfabetizzazione visiva è importante per la

---

<sup>1</sup> Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Ortaöğretim Sosyal Alanlar Eğitimi, gamzecelik@gmail.com

comprensione del vero significato dei messaggi negli elementi visivi. “Per l'epicureismo la mente non può pensare senza immagini” (Hobbs). “Le prime espressioni di pensiero sono visive, non vocali.”(Samuels&Samuels). Le utilizziamo quando diamo informazioni, dai siti web, presentazioni PowerPoint. E' importante per i giovani apprendere e conoscere la Visual Literacy. Gli insegnanti d'altra parte dovrebbero utilizzare videogiochi, romanzi grafici, illustrazioni, fotografie, diagrammi, grafici, simboli, icone ed altre rappresentazioni visive.

**Key Words:** Alfabetizzazione Visuale, innovazione didattica, immagini.

## 1. Introduction

In our daily life, visual technology, visual literacy and media literacy has become increasingly popular in our world. In this research, we want to discuss visual literacy and how it can be use in lessons. In our new age, we began living in a world which have internet and more technology. In recent years, every day we are affected by posters, videos, pictures, structures, world of arts etc. Therefore, we need to read visual messages. But if we don't use our visual literacy skill, we can't understand true meanings from visuals. This paper discusses visual literacy and its potential for assessment as a core skill within the lessons.

According to Golubieski (2003); teaching for Visual Literacy is a multi modality story. Because when a person see visuals the person feel their voices dancing and swirling around each other. Sometimes voices cahenge. The voice singular, or solo. Often times several voices are singing together. We are impressed by their messages. Au and Raphael have stated rather strongly that, “while traditional reading instruction may have focused on reading the word on the printed page, in today's society—with its plethora of media and technologies—such an approach is limiting, at best, and detrimental, at worst” (Au and Raphael 2000 cited from Gerrard 2008:4). We use when we give information, from websites, give PowerPoint presentations, and sketch on Smartboards to get our memories, ideas

A magical way for education: visual literacy

across. Visuals help to engage students, to grab their attention and demonstrate how maths is relevant to their lives. And visual models are important tools in explaining how mathematical concepts work (Murphy 2011:1).

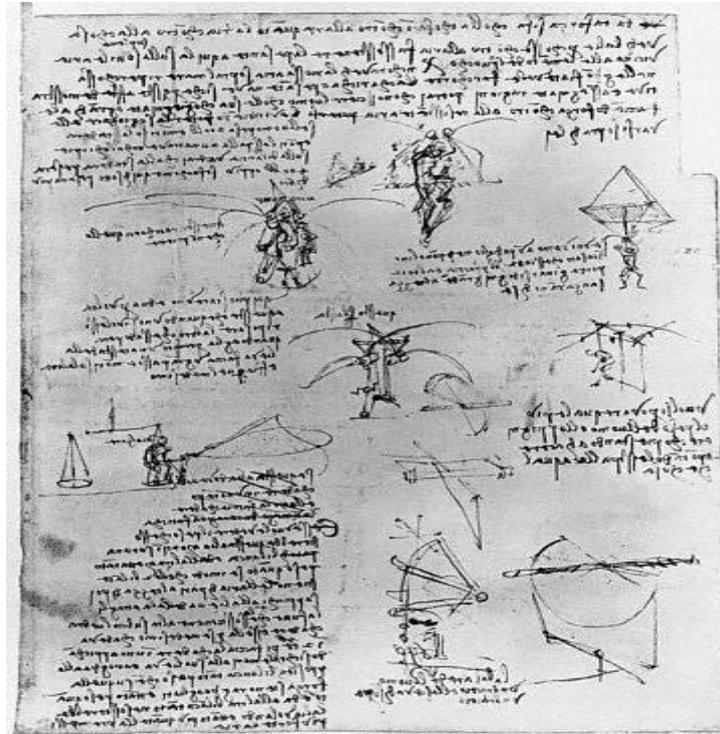


Giuseppe Arcimboldo, *Summer*, 1572, Louvre Museum, Paris

In particular, on the growing role that transmission of the images has for teaching, both literary disciplines as scientific disciplines, and for the development of social relations with fast, pleasant and universal instruments. Visual literacy is discipline that had developed especially in recent times thanks to the development of technology. The aim is to include the role and function of the pictures in the presentation and communication, especially in media. Education of visual literacy is very important because is a instrument (tool) for

understanding the real meaning of object's message contained in the visual elements. On the other hand, this is easy way , a magical way for teaching difficult topics when students don't understand smoothly sometimes.

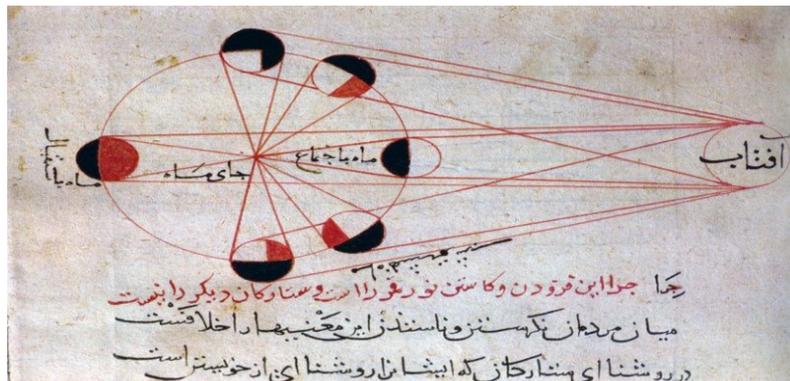
Leonardo da Vinci used drawings, graphics and shemas for keeping informations and solving problems. Nowadays, even our age, we want to understand his paint's secrets.



*Leonardo da Vinci's Draws.*

Also, the famous Turkish-Islam scholars, used visuals in their works. For example; Beyruni worked about, sun, moon and worlds movements, solar eclipse, measuring of the world's diameter.He used draws too (Kuvvetli 2008: 25-27).

A magical way for education: visual literacy



*Beyruni's Draws*

“Humans always have used images as one important tool for making meaning. That composition studies, and indeed most academic disciplines, are only now beginning to take visual representation seriously reflects a failure of many academics to understand human learning rather than a radical change sparked by technology and culture. To train students to see critically and to create in multiple modes should be an essential component of a liberal education. That will require not only reenvisioning our curricula and teaching practices but also supporting faculty, librarians, and others in learning to both value and use visual representations in working with students (Felten 2008: 63).

## 2. Goals of the visual education

According to Messaris (1994: 1-40), visual education had four important goals:

“1. To enhance the comprehension of visual media across a range of visual forms, including diagrams, graphs, editing and other technological effects.

2. To enhance cognitive abilities through the specific properties of the visual, for example, spatial relationships.
3. Awareness of visual manipulation, distortion and misinformation in advertising, political campaigns and propaganda.
4. Aesthetic appreciation of the visual arts and of visual skills in all forms of visual communication.” ( Messaris 1994 cited from Newfield 2011:82).

“The need to convince policy-makers, educators, parents and other stakeholders of the value (to instruction as well as other equally important areas, such as students’ personal enjoyment) of visual literacy appears pressing. Only when these influential sectors of society become convinced of the importance of visual literacy will we begin to see changes on a larger, more effective scale in the curriculum, instruction, and assessment of reading taking place in classrooms today” (Gerrard 2008:2).

Today, a lot of scientist agree that, visual literacy can use for every lessons. But visuals aren’t aim, they are for tool for a lesson. According to Sims, O’Leary, Cook, Butland (2002); “An operational definition of visual literacy has been identified and an argument made that visual literacy skills are required for effective learning and teaching. Increasingly, computer mediated communication (CMC) tools such as email and discussion boards are being used as a means for developing tutor-student and student-student relationships. Effective visual messages can help bridge the gap between face-to-face and mediated communication by providing visual information and cues to augment text. Clearly it can be argued that to use information and communication technology effectively both tutors and students need to be empowered to communicate visually. Equally, the use of technology may contribute to the development of visual literacy skills by providing increased and flexible access to resources.”

Visual literacy already has been using in lessons. We can improve our visual literacy skills with some activitys. So if a teacher use visuals in lessons, students can develop their visual literacy skills. Nowadays not only verbal literacy, but also visual literacy should be use.

For mathematics lessons according to Murphy (2011:7); “Visuals can be used to show the relationship between linear equations and their graphs, to indicate proportion and scale, and to clarify the area and volume of three-dimensional shapes. Models can be created to demonstrate processes, such as the representation and analysis of complex data and the determination of the relationships within triangles. Students can discuss visual models, how they interpret them, and what they mean.”

Visuals use also language lessons. When students read a story, we can show pictures or we can make videos with students together about the story. Then we can discuss with students the story’s thinks, main idea ( Shurtleff 2006: 20).

Visual literacy is more important for education in our new age. Teachers may use visuals if students could not understand some topics. In this way, students easily learn the topic with the help of visuals. Because visuals have a global speech for humanity. Visual literacy like a magical way for students and teachers.

## **Bibliography**

1. Debes, J. (1969) “What Is ‘Visual Literacy?’”, *International Visual Literacy Association*, From internet: 20.12.2012 <http://www.ivla.org/drupal2/content/what-visual-literacy>
2. Felten, P. (2008) Visual Literacy, *Resource Review*, 63.
3. Gerrard, Emily E.(2008) *Picturebooks As Visual Literacy: The Influence of Illustrations On Second- Graders’ Comprehension Of Narrative Text*, Master of Arts, Thesis submitted to the Faculty of the Graduate School of theUniversity of Maryland.
4. Golubieski Mary R. (2003) *Teaching For Visual Literacy: Critically Deconstructing The Visual Within A Democratic Education*, Doctor of Philosophy, Miami University Oxford, Ohio.

5. Kuvvetli, E. (2008) *Görsel Okumanın Ortaöğretim Öğrencilerinin Fizik Dersi Başarılarına Etkisinin Araştırılması*, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
6. Murphy, Stuart J. (2011) The Power of Visual Learning in Secondary Mathematics Education, *Research Into Practice Mathematics*, 7-8.
7. Newfield, D. (2011) From visual literacy to critical visual literacy: An analysis of educational materials, *English Teaching: Practice and Critique*, May, 2011, Volume 10, Number 1 From internet: 3.7.2014 <http://education.waikato.ac.nz/research/files/etpc/files/2011v10n1art5.pdf> pp. 81-94.
8. Sims E., O'Leary R., Cook J. & Butland G. (2002). From internet: 3.7.2014 [www.ascilite.org.au/conferences/auckland02/.../ellen\\_sims\\_et\\_al.pdf](http://www.ascilite.org.au/conferences/auckland02/.../ellen_sims_et_al.pdf)
9. Shurtleff, Steven J.(2006) *Visual Literacy As A Method Of Understanding Texts In The Language*, Masters of Arts, Kent State University College and Graduate School, Ohio.

## **L'educazione economica e finanziaria nella scuola primaria**

Maria Grazia Rosiello<sup>1</sup>

**Sunto** La società contemporanea ha favorito lo svilupparsi della necessità di promuovere numerosi percorsi di socializzazione per gli individui. Fra questi il percorso che conduce alla socializzazione economica, tra gli ultimi presi in considerazione dagli studiosi, ma che in realtà ha coinvolto gli esseri umani inconsapevolmente fin dalle origini della vita sociale. La capacità di comprendere le modalità di utilizzo del denaro, infatti, pur non rientrando tra i comportamenti istintivi, rappresenta una risorsa essenziale per garantire l'integrazione dell'individuo nella vita della società alla quale appartiene.

**Parole Chiave:** Socializzazione economica, educazione al consumo, integrazione dell'individuo nel sistema economico.

**Abstract** Contemporary society has led to the need to promote many paths of socialization for individuals. Among these paths recently considered by scholars, we can consider the path that leads to economic socialization, although this has unconsciously involved humans since the origins of social life. In fact, the ability to understand how to use the money, though not included among instinctive behaviors, is an essential resource for ensuring the integration of the individual in society to which he belongs.

**Keyword:** Economic socialization, consumer education, integration of the individual in the economic system.

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Lettere, Arti e Scienze Sociali , Università "d'Annunzio Chieti-Pescara, email [mgrosiello@unich.it](mailto:mgrosiello@unich.it)

## 1. L'Educazione al consumo

Gli importanti cambiamenti che stanno interessando negli ultimi anni la società e gli ambienti economici e finanziari hanno richiamato l'attenzione sull'importanza di trattare in modo più ampio i temi che in passato sono stati argomento esclusivo di specifiche correnti di ricerca e di studio. Le dinamiche socio-demografiche sempre più complesse e il cambiamento repentino degli stili di vita nella società contemporanea sono stati tra i primi segnali che hanno richiamato l'attenzione su fenomeni sociali ed economici in fase di cambiamento. Ai primi due aspetti, più strettamente sociali, si sono presto accompagnate una crescente complessità dei mercati economici e finanziari ed una mutata responsabilità economica e finanziaria che, nel corso degli anni, ha visto sempre più il cittadino titolare di responsabilità e di rischi.

Il tema dell'educazione economica e finanziaria negli ultimi anni ha suscitato grande interesse nei formatori in genere in quanto da più parti ci si interroga sull'opportunità di favorire l'acquisizione di tali competenze fin dalle prime fasi di socializzazione, nonché di scolarizzazione.

Una simile questione riporta immediatamente l'attenzione di chi si occupa dell'educazione dei bambini su come e quando poter avviare esperienze in tal senso orientate. Occorre, infatti riflettere su molti aspetti, tra questi i fondamenti teorici legati alle correnti di pensiero economico e sociale, la metodologia di insegnamento da adottare, le finalità da conseguire, gli obiettivi specifici da raggiungere, i risultati da ottenere.

La combinazione dei termini socializzazione economica e finanziaria, utilizzata spesso per spiegare come avviene tale insegnamento, sembra, altresì, quasi un azzardo, in quanto si coinvolgono concetti eterogenei e molto distanti tra loro. Questa distanza concettuale, tuttavia, sembra diminuire gradualmente e sembra che assuma importanza la relazione "di apprendimento" che nasce dalla stessa relazione. Infatti, non è possibile sottostimare il ruolo cruciale giocato dall'apprendimento delle complesse pratiche di amministrazione delle risorse monetarie: trasmissione di valori e di

significati connessi con il denaro; educazione alle differenti forme che il denaro può assumere e ai molteplici canali di credito; socializzazione all'uso delle risorse monetarie; conoscenza dei rischi legati all'imprudenza nella gestione del denaro; orientamento al risparmio e al consumo responsabile.

Nel mio lavoro di ricerca ho cercato di individuare le risposte alle molte domande che possono scaturire da una riflessione attorno all'argomento: " Cosa sanno i bambini di denaro e di economia? In che modo acquisiscono tali conoscenze? Quale ruolo giocano le agenzie di socializzazione come la famiglia e la scuola? Esistono delle disuguaglianze di genere tra e generazioni nei processi di socializzazione economica? Quale contributo può offrire l'educazione economica e finanziaria in termini di orientamento al consumo critico e consapevole? Cosa spinge un individuo a scegliere per i propri risparmi in un senso piuttosto che in un altro? Donare a fondo perduto o prestare a fin di bene? Cercare di realizzare un buon investimento o un investimento buono?."

Ho cercato le risposte rileggendo e analizzando i classici del pensiero sociologico, in modo particolare soffermandomi sull'analisi dei processi di socializzazione, sui modi dell'agire sociale e sull'importanza che la società può assumere sugli individui.

I rapporti che nascono e si sviluppano all'interno di una società sono importanti in un processo di analisi sociale, in particolare la riflessione sui legami che nascono e si sviluppano in una determinata società e le modalità che essa adotta di trasmissione di valori e conoscenze alle nuove generazioni permette di cogliere l'esistenza di una possibile interdipendenza tra la teoria sociologica e le riflessioni sui processi formativi.

La società contemporanea ha favorito lo svilupparsi della necessità di promuovere numerosi percorsi di socializzazione per gli individui. Fra questi il percorso che conduce alla socializzazione economica, tra gli ultimi presi in considerazione dagli esperti, ma che in realtà ha coinvolto gli esseri umani inconsapevolmente fin dalle origini della vita sociale. La capacità di comprendere le modalità di utilizzo del denaro, infatti, pur non rientrando tra i comportamenti

istintivi, rappresenta una risorsa essenziale per garantire l'integrazione dell'individuo nella vita della società alla quale appartiene.

Il denaro tuttavia non è tanto un oggetto concreto, quanto un "processo astrattivo ideazionale legato all'esigenza di misurare quantitativamente il valore di prestazioni e di oggetti qualitativamente diversi nell'ambito di una particolare relazione sociale". Nel corso dei secoli il denaro ha assunto le forme più svariate: dalle conchiglie, alle monete di rame, fino ad arrivare alle moderne carte di credito che circolano anche sul mondo di internet. Alle molteplici forme con le quali il denaro si presenta, infatti, dobbiamo aggiungere le innumerevoli forme di uso che possiamo farne, attraverso le banche, attraverso la linea internet, attraverso il complesso sistema delle carte di pagamento e le transazioni economiche. In una tale complessità è ragionevole pensare che la socializzazione economica potrebbe diventare operazione complessa per chiunque.

## **2. La Sociologia economica: "una questione di azione"**

Per poter spiegare come avviene l'educazione economica e finanziaria a partire dalla scuola Primaria, è necessario prendere in considerazione, gli attori sociali coinvolti e il loro agire.

Ecco, dunque che una tale analisi riporta, in termine di metodo e contenuto alla sociologia, allo studio dei fenomeni sociali.

"La sociologia intrattiene con la storia e con l'economia rapporti di analogia e differenza. La sua specificità di scienza si qualifica, per Boudon, nel delimitare il suo ambito definito rispetto alle sue discipline contigue.

Dall'economia, la sociologia deriva una metodologia individualista, nel senso che l'azione sociale va sempre riferita alla comprensione, spiegazione e interpretazione delle ragioni di attori individuali. Ma la sociologia si distingue dall'economia perché quest'ultima restringe il proprio campo alle sole azioni logico-strumentali del calcolo mezzi- fini, mentre la prima amplia la propria

ricerca sia alle azioni logiche sia a quelle non logiche guidate da credenze, mirando ad una teoria generale dell'azione.

[...] Il programma di ricerca della sociologia non mira a leggi generali di regolarità causali come la fisica, ma a modelli teorici general-individuanti nella cui assiomatica spiegare situazioni definite e particolari di tipologie generali di azioni contestualizzate. Sotto questo riguardo, la sociologia come scienze è più prossima all'economia come scienza di modelli teorici di tipologie di azione, condividendo inoltre con quest'ultima la metodologia individualista dell'attore razionale in situazione.

Ma si discosta anche dall'economia i cui modelli considerano una tipologia di attore in situazione dotato solo di razionalità utilitaristica logico-calcolistica, mentre la sociologia elabora modelli tenendo conto di una tipologia di attore dotato di razionalità complessa e mista, solo in parte logico-calcolistica, ma più ampiamente dotato di razionalità valutativa, espressiva e comunicativa, che argomenta, decide, sceglie in riferimento a credenze e valori simbolici nel suo sistema di interazione”.

Per Weber la sociologia consiste essenzialmente nello studio dell'azione sociale, intesa come “quell'azione intenzionale, dotata di senso e riferita all'atteggiamento di altri individui”, verso i quali l'azione stessa si orienta. In tale definizione si coglie l'attenzione del sociologo al comportamento del soggetto, considerato un essere dotato della capacità e della volontà di assumere consapevolmente posizione nei confronti del mondo e di attribuirgli un senso. Quindi è possibile, secondo Weber, la comprensione del senso dell'azione individuale e interindividuale; gli individui attribuiscono significato alla realtà e sono in grado di cogliere il senso attribuito da altri. Si stabilisce, così la relazione sociale, cioè il comportamento di più individui instaurato reciprocamente secondo il suo contenuto di senso e orientato in conformità.

Il senso dell'agire sociale non è sempre lo stesso, ma varia a seconda dei tipi di azione sociale che Weber classifica in base al decrescente grado di razionalità:

- “*Agire razionale rispetto allo scopo*, se colui che agisce orienta il suo agire in base a scopi, a mezzi, e a conseguenze

che valuta razionalmente, cioè scegliendo i mezzi più efficaci per conseguire un determinato scopo, e cercando di prevedere le conseguenze dell'azione. Un esempio è costituito dal mercato.

- *Agire razionale rispetto al valore*, quando l'agente opera in base a convinzioni etiche, religiose o estetiche che non mette in discussione e di cui non valuta le conseguenze; pertanto egli si concentrerà nella scelta razionale dei mezzi migliori per conseguire un determinato scopo che non viene scelto ma viene assunto come tale. È per esempio il caso dell'agire in conformità a comandamenti divini.
- *Agire affettivo*, se l'agire è mosso da affetti e da emozioni. Agisce in tal modo colui che soddisfa il proprio bisogno di affetto, di gioia di vendetta o di dedizione, prescindendo da valutazioni di tipo razionale con riferimento sia ai fini sia ai mezzi da impiegare. È questo il caso di una persona che perde la testa per qualcosa o per qualcuno.
- *Agire tradizionale*, quando l'attore si comporta in base ad abitudini acquisite come, per esempio, alzarsi la mattina e lavarsi la faccia. In questo caso le azioni sono guidate da modelli di comportamento che si tramandano nel tempo, ragione per cui la determinazione dei fini e degli stessi mezzi è già stabilita".

Poiché la sociologia secondo Weber è la scienza che si propone di intendere, con un procedimento interpretativo l'agire sociale, per poi spiegarne le cause e gli effetti, è necessario definire anche i principi metodologici che discendono:

- La comprensione del senso dell'agire, con lo scopo di coglierne i significati;
- La spiegazione, che consiste nell'individuare la causa dell'agire cercando di evidenziarne le eventuali regolarità.

Ma, l'azione umana non si esaurisce nell'esprimere una preferenza, in quanto le preferenze si esprimono anche quando non vengono eseguite azioni.

Ne *L'azione umana*, Mises così scrive: "Azione significa impiego di mezzi per il raggiungimento dei fini. Come regola, uno dei mezzi

impiegati è il lavoro dell'uomo che agisce. Ma ciò non è sempre il caso. In speciali condizioni una parola è tutto ciò che occorre. Colui che dà ordini o interdizioni può agire senza dispendio di lavoro. Il parlare o il tacere, il sorridere o il restare seri, possono essere azione. [...] Anche l'uomo che si astiene dall'influenzare l'azione dei fattori psicologici e istintivi che potrebbe influenzare agisce. Azione non è soltanto il fare, ma anche l'omettere di fare ciò che potrebbe essere fatto”.

Mises definisce “prasseologia” la scienza che si occupa di studiare l'azione umana, in modo particolare, essa deve dedicarsi esclusivamente ad individuare i mezzi più idonei ad ottenere un determinato fine. Sono proprio questi mezzi quelli ritenuti più idonei dall'individuo al fine di realizzare la sua azione; essi, infatti, sono percepiti da chi agisce come la migliore soluzione possibile al problema.

Definita l'esistenza di una scienza che si occupa dell'azione umana in quanto tale, si possono richiamare i seguenti teoremi:

- a) L'uomo agisce perché insoddisfatto.
- b) L'azione umana è azione intenzionale.
- c) L'azione umana è sempre razionale ed economica.
- d) L'azione umana è possibile perché c'è una relazione inscindibile tra la sua dimensione teleologica e la sua dimensione causale.

Analizzando i vari teoremi ci accorgiamo che l'uomo è spinto nelle sue azioni da un'insoddisfazione di fondo, da una sorta di inquietudine che lo porta a sostituire lo stato delle cose con altro. Del resto se egli fosse perfettamente felice sarebbe perfetto, senza nessuna insoddisfazione, sarebbe onnipotente e non avrebbe nessun bisogno di scegliere.

Quindi, l'azione dell'uomo è orientata a rimuovere una insoddisfazione intenzionalmente, caratterizzando l'azione di volontarietà in tutte le sue manifestazioni. Si arriva, così, al teorema più interessante per i termini della ricerca: *“l'azione umana è sempre razionale ed economica”* (op. cit), infatti, se è vero che ogni individuo utilizza i mezzi che ritiene più efficaci ne consegue che ogni azione umana è anche sempre economica.

Mises aggiunge: “Tutta l’azione umana consiste nell’economizzare mezzi disponibili per la realizzazione di fini prescelti. La legge fondamentale dell’azione è il principio economico. Ogni azione è sotto il suo dominio”. “Di conseguenza: le sfere dell’azione razionale e dell’azione economica sono [...] coincidenti. Nell’ambito delle azioni umane, tutte necessariamente razionali ed economiche Mises qualifica come *puramente economiche* quelle azioni che si basano su un *calcolo espresso in termini di moneta*, cioè in termini di prezzi monetari. Ed è a questa particolare categoria di azioni (si pensi a quelle del consumatore, dell’imprenditore, del risparmiatore) che per Mises deve essere oggetto di studio della scienza economica”.

Affinché l’individuo possa agire per rimuovere l’insoddisfazione egli deve conoscere la relazione causale fra gli eventi o fra i processi, in modo tale che possa raggiungere i fini cercati. La relazione mezzi-fini richiama la relazione causa-effetto: non potrebbe esistere un mondo senza causalità, esso sarebbe sminuito ad un mondo senza azione. Causalità e teleologia sono gli elementi costitutivi di una logica unitaria e universale che informa tutte le azioni umane e rappresentano i due principi fondamentali che rendono possibile la comprensione della realtà e il tentativo di modificarla attraverso l’azione.

“Nella considerazione dell’individuo come *homo agens* le cui azioni producono infinite conseguenze e il cui agire non si concreta solo nel *fare*, ma anche nell’omettere di fare ciò che potrebbe essere fatto, appare chiaro come ogni azione economica provochi una serie illimitata di effetti, molti dei quali non di natura economica, che se non ne venisse ignorata l’esistenza, potrebbero mostrare all’individuo la loro inconciliabilità con i valori in cui esso crede e a cui ispira la propria vita”.

## **Bibliografia**

[1] AA.VV.,(1998) glossario della collana “metodologia delle scienze umane

- [2] **ADLER A.** (ed.or.1918) *Prassi e Teoria della psicologia individuale*, Roma-Perugia,Astrolabio,1967.e,"Franco Angeli,Milano
- [3] **ALBERONI F.** (1971)*La società dei consumi*, in FABRIS G.(a cura di), *Sociologia dei consumi*. Testi e documenti, Milano, Hoepli, 1971
- [4] **BAUMAN Z.**, *Consumo dunque sono*,Laterza, Bari, 2008
- [5] **BUSACCA B.** (1990), *L'analisi del consumatore*, Milano, Egea,.
- [6] **CELLINI E.**, (2008) *L'osservazione nelle scienze umane*, Milano, Franco Angeli
- [7] **CODELUPPI V.**, (2004)*La sociologia dei consumi*, Roma, Carocci.
- [8] **CODELUPPI, V.**, (2005)*Manuale di Sociologia dei consumi*, Roma, Carocci.
- [9] **FABRIS G.**, (1972). *Il comportamento del consumatore. Psicologia e sociologia dei consumi*,Milano, Franco Angeli.
- [10] **FABRIS, G.**, (2003)*Il nuovo consumatore verso il postmoderno*, Franco Angeli, Milano.
- [11] **SCIARRA E.**, (1992)*L' epistemologia delle scienze sociali tra sapere nomotetico e sapere comprendente*, Università degli Studi 'G. d'Annunzio', Chieti.
- [12] **SCIARRA E.**, (1999)*Paradigmi e metodi di ricerca sulla socializzazione autorganizzante*, Media Edizioni, Mosciano-Teramo, riedito da Edizioni Scientifiche Serigraf, Pescara,2007

M.G. Rosiello

## **Evidence-Based Policies on Mathematics Education in Europe**

Halime Ozturk<sup>1</sup>

**Abstract** Evidence-based polices have important place for the educational development. Monitoring and reporting activities through national and international reports and surveys provide data sources for a comparable education in Europe and make contribution to a more effective policy making process. It is seen that only almost half of the European countries carry out such surveys and reports by the year of 2010/2011 within the context of teaching methods and low achievement in mathematics education. In order to reach to the common educational objectives, systematic data sources are required both in national and international level.

**Keywords** Evidence-based policy, low achievement, teaching methods, Europe, mathematics education

### **1. Evidence-Based Policies in Education**

There is an increasing pressure across the OECD countries for a greater accountability and effectiveness in educational policies and systems. Available information often does not provide the elements necessary for decision-making, either because the rigorous research relevant to policy needs has not been conducted, or the research that is available does not suggest a single course of action (OECD, 2007). Internationally comparable data on education, training and skills have acquired particular importance with the growing together of European

---

<sup>1</sup> Canakkale Onsekiz Mart University, Department of Educational Sciences, Canakkale, Turkey, e-mail: ozturkhalime@gmail.com

countries and the implementation of common EU policies and strategies (Descy, Nestler, & Tessaring, 2005). There are only a few countries in Europe have national structures to gather and analyze data systematically on the development of mathematics education (EC, 2011).

A considerable set of key data needed by policy makers and researchers is missing and especially for the objectives in reducing the number of low-achieving students in mathematics, in increasing the number of graduates in math-related fields and also varying approaches and methods used in teaching mathematics should be supported by further monitoring and reporting at both national and European levels (EU, 2011; Descy, Nestler, & Tessaring, 2005). Therefore, national tests results could be used more systematically for policy formulation at all levels of decision making.

One of the three conditions must exist for evidence-based reform to prevail has been stated by Slavin (2008) is that there must be a broad range of proven programs in every area of education, every subject and grade level. Evidence-based policies will not prevail if demanding strong evidence requires educators to use just one or two proven programs, or if no programs have strong evidence.

Reporting activities in European countries are generally carried by national organizations, which are pedagogical centers or research institutes. Their structures are set up by Ministry of Education (MoE) or collaboration with MoE. Their tasks are producing statistics, monitoring developments in education system and analyzing & interpreting trends (EU, 2011). Some of important comparable statistics in which EU countries and Turkey included are Eurostat, UNESCO, OECD (organizes PISA), IEA (organizes TIMSS) (Descy, Nestler, & Tessaring, 2005). National reports and surveys provide data for these comparable statistics in international level.

## 2. Evidence-Based Policies on Teaching Approaches, Methods and Classroom Organization

Many European countries do not have any national organizations in place to regularly carry out such reporting activities. In others, these activities are undertaken by pedagogical centers or research institutes. In their work, they often consider results from both national assessments and international surveys on student learning outcomes. Amongst other topics, these bodies also report on teachers' choice of teaching methods and activities for use in mathematic lessons.

**Figure 1.** National surveys on teachers' choice of teaching methods and activities, 2010/11



As it is seen in Figure 1, approximately half of all European countries described monitoring the use and success of different teaching methods on an on-going basis.

A number of countries (Belgium (Flemish Community), Austria, Spain, Latvia, Malta, Norway, and the United Kingdom (Scotland)) report using surveys to investigate teachers' choice of methods and activities, with Malta and Norway both making specific mention of using the TIMSS surveys to gather such information.

For example;

- Austria the Federal Institution for Educational Research, Innovation and Development of the School System
- Sweden, National centre for math education (Göteborg University)
- UK (Scotland) Statistical unit collects data from national tests in mathematics; Scottish Qualifications Authority collects data on national qualifications (dept-analysis), Learning & Teaching.

In **Spain**, the publication of education indicators periodically provides data about the most frequently used teaching methods, as indicated by teachers in the questionnaires for the national assessments of primary and secondary education.

Countries (Belgium (French Community), the **Czech Republic**, Bulgaria, France, Malta, **Romania**, Slovakia and the United Kingdom (England, Wales and Northern Ireland)) also use school inspections to investigate which teaching methods are being used. Often teaching methods are analyzed and discussed and teachers are given advice during inspection visits. Information from inspection visits is subsequently shared via regional or national reports.

### **3. Evidence-Based Policies on Low-Achievements**

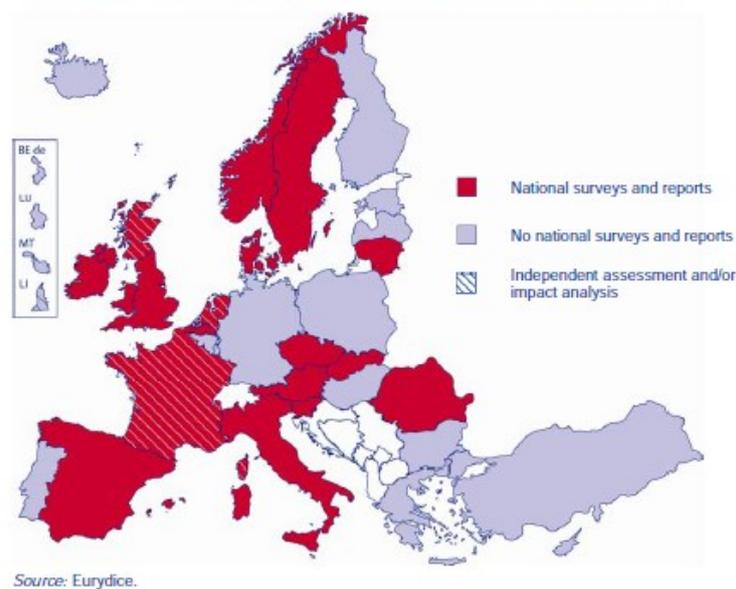
ET 2020 is an important international policy document that gives direction to European countries' educational policy objectives and related strategies. The goal by ET 2020 has been stated as (2009): *“The share of 15-years olds with insufficient abilities in reading, mathematics, and science should be less than 15%.”*

Countries often use analyses of PISA (Program for International Student Assessment) by OECD and TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) by IEA (International Organization for Educational Assessment) to identify students' low achievement.

Data source by PISA cover young people aged 15 enrolled in an educational institution for every 3 years in OECD member and partner countries willing to participate (68 countries in 2006). PISA provides a better understanding the factors influencing the performance of education and training systems;

Data source by TIMSS cover all students at several grade levels (4 years and 8 years of schooling + final year of secondary education) since 1995 per each 4-5 years in 46 countries in 2003 (12 EU Member states + Bulgaria, Norway and Romania). TIMSS will pursue this cycle of internationally comparative assessments and provide data about trends in mathematics and science achievement over time.

**Figure 2.** National surveys and reports on low achievement in mathematics, 2010/11



As Figure 2 shows, similarly, half of all countries in Europe do not conduct any such surveys or reports. Even less common are independent evaluations of support programs for low achievers.

In **Spain**, a report on the results of the first General Diagnostic Evaluation carried out in 2009 with students in the fourth year of primary education shows that there is a strong correlation between achievement level in mathematics and four out-of-school factors: parents' level of education and occupation; the number of books at home; and the availability of other resources at home such as a quiet place to study and an internet connection.

National reports in **Romania** have identified several factors that negatively affect performance in rural schools. These are mainly related to the high turnover, low motivation (social and financial) and the inadequate mathematics qualifications of teachers in these schools, as well as the grouping of pupils in mixed age classes at primary level.

In **Italy**, the report of Servizio Nazionale di Valutazione (National Assessment Program) underlines the regional differences in the north and south parts of the country (especially increase in lower secondary education). While performance is fairly uniform in the north, it varies greatly in south.

#### **4. Conclusion**

Approximately only half of European countries report investigating about teaching methods and approaches and low achievement in mathematics. Research evidence and impact studies are useful to analyze existing educational policies and also make new policies. Therefore, monitoring and reporting efforts are required to be strengthened at both national and European levels to achieve the common European objectives by international policy documents.

Governments should provide encouragements to use programs that have been proven to be effective. If government policies began to favor programs with strong evidence, developers, including publishers, software developers, university researchers, and

entrepreneurs of all kinds, would have an incentive to engage in serious development and evaluation efforts (Slavin, 2008).

### **Bibliography**

- [1] European Commission. (2011). *Mathematics Education in Europe: Common challenges and National Policies*. Brussels: Eurydice. Retrieved from the address <http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice> on 01.01.2014.
- [2] Slavin, R. E. (2008). Evidence-based reform in education: what will it take?. *European Educational Research Journal*, 7(1).
- [3] Descy, P., Nestler, K. Tessaring, M. (2005). Internationally comparable statistics on education, training and skills: current state and proposals. *European Journal: Vocational Training*, 36, 59-68.
- [4] OECD. (2007). *Evidence in education: linking research and policy*. Centre of Educational Research and Innovation.

H. Ozturk

## **Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning e Geometria dinamica: una possibile interazione**

Lucia Caroselli<sup>1</sup> Giuseppe Manuppella<sup>2</sup>

**Sunto.** L’esperienza, realizzata con gli alunni delle classi I, II e III M della ex Scuola Secondaria di I grado “Antonelli – Croce” nella sede distaccata di via Cerulli, durante le ore di matematica e scienze dalla Prof.ssa Caroselli è una diretta conseguenza delle attività di formazione tenute nel corso degli anni scolastici precedenti dal Prof. Manuppella nella Scuola Secondaria di I grado “B. Croce” di Pescara, in ottemperanza alle norme che regolavano la partecipazione della Scuola al Progetto Ministeriale “Innovascuola”.

**Parole Chiave:** LIM, Skype, Piattaforma e-learning, Geometria dinamica, ICT.

**Abstract.** The experience, built up with the students of the I M, the II M and the III M classes of the ex- "Scuola Media Antonelli - Croce", located at via Cerulli, during the Professor Caroselli’s Math and Science lessons is a direct consequence of training activities held during the earlier school years by the Professor Manuppella in the "Scuola Media B. Croce", located in Pescara, in compliance with the norms that regulated the participation of the School to the "Innovascuola" Ministerial Project.

**Keyword:** LIM, Skype, Piattaforma e-learning, Geometria dinamica, ICT.

---

<sup>1</sup> Lucia Caroselli - docente di Matematica e Scienze, Scuola Secondaria di I grado- I.C. Pescara 2

<sup>2</sup> Giuseppe Manuppella – ex docente di Matematica e Scienze, formatore nel campo delle tecnologie multimediali - giuseppemanuppella@gmail.com – gmanuppella@unich.it

## **1. Introduzione**

L'esperienza presentata è stata sviluppata nelle classi I, II e III M della ex Scuola Secondaria di I grado "Antonelli – Croce" di Pescara, nella sede di via Cerulli. Sono state usate varie nuove tecnologie, curandone l'interazione; in particolare è stata usata la LIM di classe come supporto alle normali lezioni di matematica e scienze, la rete internet per la comunicazione sincrona con alcuni alunni assenti per un periodo prolungato (tramite il noto software Skype), la Piattaforma e-learning d'Istituto (Moodle) installata sul sito della Scuola per la socializzazione di documenti ed i software Geogebra e Cabri Geometre per lo studio dinamico della geometria.

## **2. Lezione in video conferenza**

Nella prima esperienza è stata sperimentata l'interazione fra il software di gestione della LIM ("Smart Notebook") e il programma Skype che è stato utilizzato per realizzare una lezione in videoconferenza. Questo tipo di lezione può essere molto utile nel caso in cui, per gravi motivi di salute, un alunno si trovi impossibilitato a frequentare le normali attività scolastiche, perché ospedalizzato o allettato a casa.

Grazie alla connessione ad Internet, all'uso di Skype nella modalità di "condivisione dello schermo" e all'utilizzo di un microfono, l'alunno assente può non solo vedere il proprio docente ed eventualmente i propri compagni in classe partecipando alla discussione o alla lezione dialogata, ma può vedere sul proprio computer ciò che viene scritto sulla LIM o qualsiasi materiale il docente utilizzi sul Pc della classe.

Per permettere ad altri colleghi di riprodurre l'esperienza con i loro alunni, è stato prodotto un breve tutorial che spiega con semplicità i passi da eseguire affinché tutto funzioni al meglio.

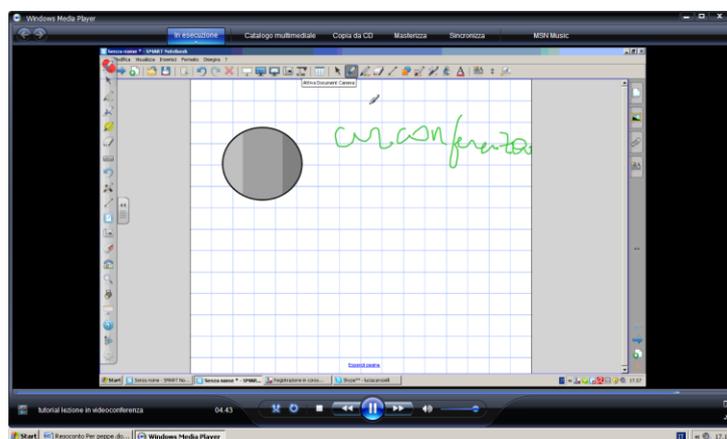
Riportiamo alcune immagini del tutorial in cui vengono spiegati i vari passi per potere realizzare una lezione in videoconferenza.

Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning ..

Si effettua la chiamata Skype (gratuita) e si attiva la modalità “Condivisione dello schermo”, (funzionalità anch’essa gratuita nel rapporto uno a uno) per permettere all’alunno a casa di vedere quanto succede sullo schermo del PC della classe che è, a sua volta, collegato alla Lim.



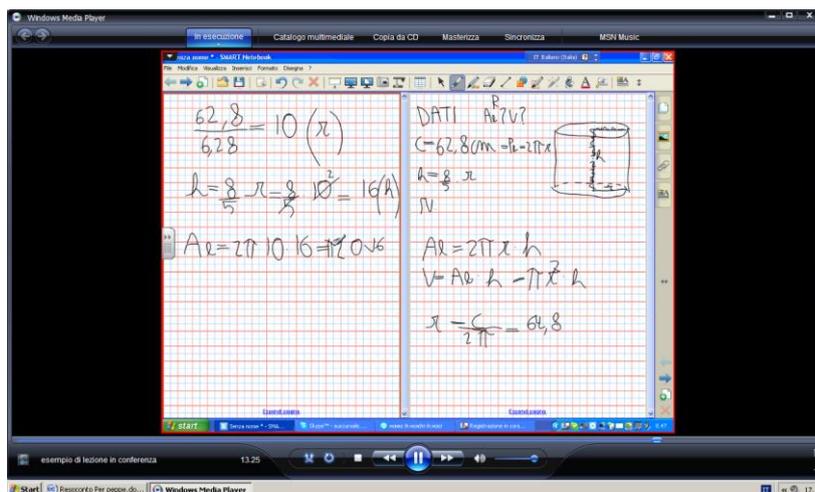
Nell’immagine sottostante è visualizzato un esempio di quanto avviene sulla Lim, dopo aver condiviso lo schermo.



E' evidente che per lo svolgimento dell'attività è necessario avere a disposizione una connessione internet, ma questo non dovrebbe essere un problema in quanto ormai tutte le scuole ne sono dotate. In

ogni caso è opportuno, al fine di lasciare all'alunno assente ed ai suoi compagni la possibilità di rivivere la lezione in momenti successivi, registrare la stessa usando il comando "Registratore" presente in tutti i software di gestione delle LIM. Viene registrato un file (generalmente in formato .wmv) contenente il sonoro ed il video di ciò che è stato scritto sulla LIM dal docente o dai compagni. Il file può essere poi spedito tramite web o consegnato tramite penna usb al diretto interessato. Ovviamente tale modalità non è sostitutiva della normale lezione, ma può essere un modo per chi è assente per recuperare o addirittura per chi ha difficoltà oggettive di "prendere appunti" di sopperire a questa difficoltà (si pensi ai casi di DSA in cui per l'alunno diventa quasi impossibile ascoltare, capire e contemporaneamente scrivere ciò che viene appuntato sulla lavagna).

Nell'immagine sottostante è riportato un esempio della correzione di un problema in classe da parte di un alunno.



Se è necessario fornire semplicemente gli appunti della lezione, invece di fare fotocopie dal quaderno del compagno, il docente può salvare la lezione, oltre che in un file .notebook (estensione dei file del programma della LIM "Smart Notebook"), anche nel formato .pdf, leggibile, ad esempio, dal software Adobe Reader, presente in ogni

Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning ..

computer o, eventualmente, scaricabile ed installabile gratuitamente, quindi senza alcun onere per la Scuola.

Il file ottenuto può essere diffuso sia tramite penna usb sia, più semplicemente, tramite posta elettronica, FaceBook, Google Drive, Dropbox o qualsiasi altra piattaforma di condivisione di materiali.

Naturalmente Skype è indubbiamente il leader delle conversazioni audio/video tra utenti privati, ma in rete si trovano varie applicazioni sia gratuite sia a pagamento per effettuare videoconferenze con un numero maggiore di utenti. Due delle più interessanti sono Big Blue Button e Bambuser. Avere a disposizione un software del genere permetterà, ad esempio, di creare videoconferenze con intere classi

### **3. Condivisione di materiali tramite piattaforma e-learning**

Negli esempi precedenti l'alunno è sempre un fruitore passivo dei materiali forniti dall'insegnante. Uno degli aspetti più interessanti dell'interazione fra LIM e Internet è invece la possibilità che, in maniera semplice, lo studente possa consegnare al docente, e conseguentemente a tutti i compagni di classe, il proprio "compito assegnato", frutto di particolari consegne. Ad esempio nell'ambito della disciplina Scienze a volte è necessario chiedere agli alunni di effettuare semplici esperimenti a casa, ma il problema è verificare che tale lavoro venga effettivamente svolto e soprattutto condividere le varie esperienze in classe per un confronto costruttivo.

Per far ciò è utilissima la piattaforma E-learning legata al sito della Scuola. In piattaforma ogni docente ha la possibilità di creare un proprio "Corso" suddiviso in argomenti di studio e, grazie a modalità semplici, c'è la possibilità di "caricare" materiale anche di un certo "peso" (25 o più MB). Tutto ciò evitando, tra l'altro, l'utilizzo della posta elettronica personale degli alunni e lo scambio di file tra penne usb, cd, ecc., con notevole risparmio di tempo e contemporaneo abbattimento dei rischi legati alla diffusione di virus informatici e malware vari.

I ragazzi possono così svolgere a casa qualsiasi “compito” loro assegnato (nel nostro caso ad esempio la costruzione di un “densimetro”), documentare la loro attività con foto e relazioni ed inviare il tutto al docente tramite piattaforma e-learning.

Ovviamente a scuola, sempre grazie alla LIM, tali materiali possono essere condivisi e costituiscono spunti per la lezione ed interessanti occasioni di scambio di idee.

La piattaforma E-learning inoltre permette al docente di fornire all’alunno materiale che normalmente non potrebbe essere diffuso tramite fotocopie, sia per problemi economici legati ai fondi sempre più scarsi a disposizione (vedi mancanza di carta per fare le fotocopie, mancanza di toner, soprattutto a colori), sia perché alcuni materiali fanno uso di animazioni e interazioni.

#### **4. La LIM e i software di Geometria dinamica**

I software di geometria dinamica come Cabrì o Geogebra permettono di comprendere le proprietà varianti ed invarianti delle figure piane. Grazie ad essi è possibile preparare materiali interattivi che mostrino, ad esempio, l’equivalenza (in condizioni particolari) fra un rettangolo e un parallelogramma, fra un rombo e la metà di un rettangolo, fra un trapezio e un triangolo etc.

Grazie alla LIM innanzitutto è possibile visualizzare interattivamente le trasformazioni che dimostrano graficamente la validità delle citate proprietà; inoltre, si può effettuare un confronto fra il “PRIMA” e il “DOPO”: tramite il comando “cattura” l’immagine può essere salvata in una pagina del file .notebook e successivamente commentata per iscritto dando luogo a varie attività di Problem Solving.

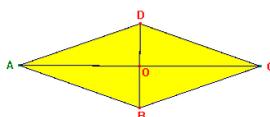
Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning ..

## Prima



Muovi i quattro triangoli AOD, DOC, COB, BOA ruotando il punto A fino a che non coincide con D

Soluzione



RISPONDI A QUESTE DOMANDE:

- 1) Che figura hai ottenuto?
- 2) E' equivalente al rombo di partenza o è più grande?
- 3) Che relazione c'è fra l'area del rombo e l'area della figura ottenuta?
- 4) Prova a ricavare la formula dell'area del rombo

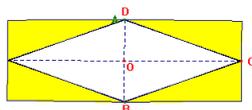
Confronta poi con la soluzione

## Dopo



Muovi i quattro triangoli AOD, DOC, COB, BOA ruotando il punto A fino a che non coincide con D

Soluzione



Puoi vedere che il rombo ABCD è equivalente alla metà del rettangolo di base AC (cioè la diagonale maggiore) e altezza BD (cioè la diagonale minore). Quindi l'area del rombo è la metà dell'area del rettangolo ottenuto. Quindi

$$\text{Area rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$$

RISPONDI A QUESTE DOMANDE:

- 1) Che figura hai ottenuto?
- 2) E' equivalente al rombo di partenza o è più grande?
- 3) Che relazione c'è fra l'area del rombo e l'area della figura ottenuta?
- 4) Prova a ricavare la formula dell'area del rombo

Confronta poi con la soluzione

## 5. Punti di forza e punti di debolezza rilevati nel corso dell'esperienza

Le potenzialità espresse dalla LIM e dagli altri strumenti tecnologici citati sono in realtà notevolmente frenate da vari problemi, almeno nelle scuole secondarie di primo grado:

- i computer in dotazione alle classi sono di scarsa qualità e diventano presto obsoleti, con il risultato che i numerosi

programmi da installare (ad esempio quelli per leggere i libri digitali o per visualizzare i contenuti multimediali di approfondimento, oppure i programmi per la generazione di verifiche on-line interattive) li rendono lentissimi;

- i file .wmv o .pdf creati per le lezioni in videoconferenza sono troppo pesanti per essere spediti o condivisi tramite web
- sempre a causa della mancanza di fondi, le connessioni Internet sono lentissime, sia che si utilizzino sistemi cablati, sia che si utilizzi il sistema Wireless
- le scuole non hanno i fondi per dotarsi di un'assistenza tecnica e informatica continuativa, sia per la gestione dei problemi derivanti dall'utilizzo della Rete, sia per semplici problemi tecnici legati alla normale manutenzione dei computer o delle LIM (che spesso si "disorientano", non si interfacciano bene con i Pc etc.)
- le scuole non hanno i fondi (o non riescono a riservarli, anche perché il Fondo d'Istituto spesso viene smembrato in vari rinvii, non tutti di effettiva utilità) per retribuire un tecnico che sia in grado di realizzare una piattaforma e-learning
- spesso diventa un problema anche l'utilizzo di casse per i contenuti audio (non ci sono neanche i fondi per comprare semplici casse amplificate da usare con i computer della classe)
- la visione di filmati o contenuti multimediali è resa difficoltosa dalla inesistenza di tende oscuranti nelle aule
- i bambini attuali, cosiddetti "nativi digitali", in genere arrivano a scuola già con conoscenze pratiche dell'uso del computer (tutti, ormai, hanno a casa un PC con il quale, però, quasi esclusivamente giocano). Non sono, invece, ancora in grado di usare lo strumento tecnologico per usi diversi e più interessanti dal nostro punto di vista o, se anche si sono cimentati nella realizzazione di testi, inviti, biglietti di auguri ecc., lo hanno fatto in maniera approssimativa e vanno spesso incontro ad errori molte volte irrecuperabili. Alla luce di queste considerazioni, non tutti gli alunni sono ancora pronti per l'utilizzo, soprattutto casalingo, delle nuove tecnologie: qualcuno non ha il computer (ma, invece, ha una playstation di ultimo modello), o non ha la stampante, o non ha la connessione Internet. Molte volte, anche se si hanno gli

strumenti e le tecnologie suesposte, questi vengono usati solo per “giocare” e non si hanno le capacità tecniche di scaricare ed installare i programmi (open source o freeware) usati in classe, visualizzare video o cd, etc. Spesso, inoltre, il docente non riesce da scuola ad aiutare l’alunno a risolvere tali problemi; il risultato è che solo una parte della classe esegue il compito assegnato.

Tutte queste difficoltà influiscono notevolmente sull’utilizzo definitivo e continuativo di queste nuove risorse perché anche il docente più motivato e tecnologicamente più competente, di fronte al “tempo perso” per risolvere i vari inconvenienti, mentre gli alunni intanto si distraggono e perdono la concentrazione e il clima di lavoro faticosamente stabilito svanisce, in breve tempo torna al “caro e vecchio” gesso che, se non altro, funziona sempre!

Se a tutto ciò aggiungiamo il fatto che la maggior parte dei docenti non è ancora psicologicamente e tecnicamente pronta alla gestione degli imprevisti e dei problemi derivanti dall’utilizzo delle nuove attrezzature, si arriva presto ad una conclusione realistica: una didattica che voglia sfruttare appieno le nuove tecnologie deve avere a monte una adeguata gestione dei fondi destinati all’implementazione delle attrezzature multimediali nelle scuole, garantendo maggiori finanziamenti laddove si documenta un utilizzo vero e fruttuoso del materiale ed evitando distribuzioni a pioggia dei medesimi come accaduto finora (con il risultato che in molte scuole ci sono molti Pc o LIM che neanche vengono usati).

Anche le attività di formazione che finora il Ministero ha erogato in maniera cospicua non hanno sortito l’effetto sperato in quanto, erroneamente, si è pensato che potesse essere sufficiente un corso di poche ore per trasformare ogni docente partecipante in un esperto di tecnologie informatiche e multimediali. Non si è tenuto conto, purtroppo, che queste tecnologie si evolvono in maniera rapidissima e ciò che si è imparato oggi con tanta fatica non è più al passo con i tempi fra appena sei mesi.

Inoltre, il problema dei guasti tecnici e delle sconfigurazioni dei sistemi che si verificano a scuola è di difficile soluzione (anche a causa delle diverse competenze possedute dai docenti che utilizzano i

computer). Sarebbe necessario avere a disposizione della scuola (o di reti di scuole tra loro vicine) del personale esperto che tenga in ordine il materiale informatico, sollevando il docente dai vari problemi che si presentano quando, accedendo all'aula informatizzata, si trovano vari inconvenienti quali il PC che non si collega ad Internet, che non si accende, ecc., tutto questo in presenza della classe che inizia a rumoreggiare, a distrarsi e che rende difficoltoso anche semplicemente concentrarsi per risolvere il problema che si è presentato.

Il risultato è che anche il più volenteroso e motivato dei docenti, trovandosi di fronte a queste difficoltà, smette di frequentare il laboratorio informatico e si rifugia nella vecchia ma sempre funzionante accoppiata "lavagna e gessetto".

Di contro, l'uso delle tecnologie informatiche e multimediali nella scuola di oggi ha effetti molto positivi sui cosiddetti "nativi digitali", gli studenti attuali.

### **Bibliografia e sitografia**

- [1] <http://smarttech.com/it/Support/Browse+Support/Product+Index/Software+Products/SMART+Notebook> - Software Smart Notebook per le LIM
- [2] <https://moodle.org/?lang=it> - Sito italiano della comunità di pratica della piattaforma e-learning open source Moodle
- [3] <http://www.skype.com/it/> - Sito italiano del software Skype per chiamate, videochiamate, messaggistica e condivisione con altre persone nel mondo
- [4] <http://www.geogebra.org/cms/it/> - Sito italiano del software Geogebra, per insegnare ed imparare la Matematica e le Scienze in maniera dinamica
- [5] <http://www.geogebra.org/cms/it/community-info> - Sito italiano della comunità di pratica degli utilizzatori di Geogebra
- [6] <http://www.cabri.com/> - Sito del software Cabri per lo studio dinamico della geometria
- [7] <http://www.math.it/Cabri/index.htm> - Sito relativo alla costruzioni con riga e compasso

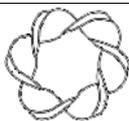
Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning ..

[8] Manuali ufficiali dei software usati

### Contents

<b>Emilio Ambrisi</b>	<i>Il ruolo della MATHESIS nell'innovazione didattica e nella formazione degli insegnanti</i>	1
<b>Ferdinando Casolaro, Raffaele Prosperi</b>	<i>Le Scuole di Matematica per la Formazione Docenti</i>	11
<b>Paolo Rotondo, Agostino Zappacosta</b>	<i>Il contributo dei giochi matematici all'innovazione didattica</i>	23
<b>Franco Blezza</b>	<i>Decision in the pedagogical professional practice and the abduction's function</i>	37
<b>Luciana Delli Rocili, Antonio Maturo</b>	<i>Probabilità e Statistica nella scuola primaria: esperienze didattiche e proposte</i>	49
<b>Domenico Lenzi</b>	<i>Alcuni aspetti della discalculia e della dislessia</i>	79
<b>Paola Cappola</b>	<i>Problem Based Learning</i>	97
<b>Grazia Angeloni</b>	<i>L'approccio culturale alla formazione in servizio degli insegnanti</i>	119
<b>Šárka Hošková-Mayerová</b>	<i>Teacher training: the role of universities and the Union of Czech mathematicians and physicists</i>	135
<b>Gamze Çelik</b>	<i>A magical way for education: visual literacy</i>	143
<b>Mara Grazia Rosiello</b>	<i>L'educazione economica e finanziaria nella scuola primaria</i>	151
<b>Halime Ozturk</b>	<i>Evidence-Based Policies on Mathematics Education in Europe</i>	161
<b>Lucia Caroselli, Giuseppe Manuppella</b>	<i>Utilizzo delle nuove tecnologie nella didattica LIM, Skype, Piattaforma e-learning e Geometria dinamica: una possibile interazione</i>	169

**FONDAZIONE  
PANTA REI**



Casa Editrice Telematica Multiversum



ISSN: 2282-7757 (testo stampato)

ISSN: 2282-7765 (online)